

Partea a doua

Bazele topografie  
Săndulache A., Spiclea Victor



## Capitolul III

### Noțiuni introductive în topografie

#### § 1. Noțiuni și formule utilizate în topografie și cartografie

**Funcțiile trigonometrice.** Considerînd un cerc cu centrul în  $O$  și raza acestuia egală cu unitatea, iar sensul de măsurare al arcelor pozitiv (invers mersului așelor de ceasornic), funcțiile trigonometrice pentru un unghi  $\alpha$  (fig. 9) sînt date de următoarele expresii :

$$\sin \alpha = \frac{BC}{R}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{PQ}{R}$$

$$\cos \alpha = \frac{OC}{R}$$

$$\sec \alpha = \frac{OT}{R}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AT}{R}$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{OQ}{R}$$

#### Proprietățile fundamentale ale funcțiilor trigonometrice

##### Arce simple și complementare

$$\sin \alpha = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\cos \alpha = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\sec \alpha = \operatorname{cosec} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \sec \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

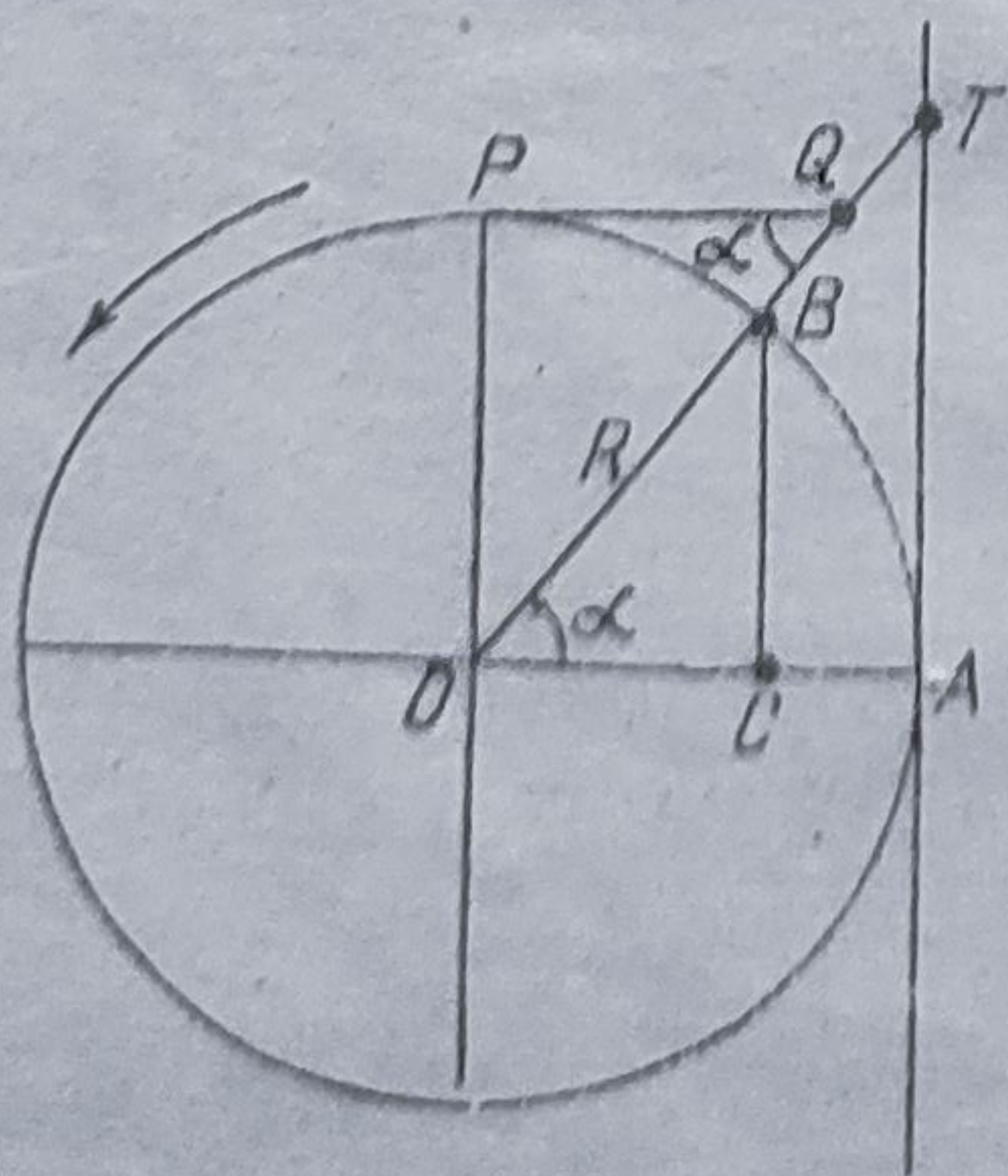


Fig. 9. Cercul trigonometric.



Arce suplimentare

$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha & \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha & \sec(\pi - \alpha) &= -\sec \alpha \\ \operatorname{tg}(\pi - \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha & \operatorname{cosec}(\pi - \alpha) &= \operatorname{cosec} \alpha.\end{aligned}$$

Semnele funcțiilor trigonometrice în cele patru cadrane

Cadrantul	sin	cos	tg	ctg	sec	cosec
I	+	+	+	+	+	+
II	+	-	-	-	+	-
III	-	-	+	+	-	-
IV	-	+	-	-	-	+

Valorile funcțiilor trigonometrice principale ale unor arce uzuale

Unghi	sin	cos	tg	ctg
$0^\circ$	0	1	0	$\pm \infty$
$15^\circ = \frac{\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{3}$
$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$75^\circ = \frac{5\pi}{12}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$2 + \sqrt{3}$	$2 - \sqrt{3}$
$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	1	0	$\pm \infty$	0

Formule pentru rezolvarea triunghiurilor

Triunghiuri dreptunghice plane

Notatii :  $a$  = ipotenuza ;  $b, c$  = catetele ;  $A$  = unghiul drept ;  $B, C$  = unghiurile ascuțite ;  $S$  = aria.

Se utilizează relațiile și formulele următoare :

$$\begin{aligned}a &= \sqrt{b^2 + c^2} \\ b &= a \sin B = c \operatorname{tg} B = a \cos C = c \operatorname{ctg} C \\ c &= a \sin C = b \operatorname{tg} C = a \cos B = b \operatorname{ctg} B \\ \operatorname{tg} \frac{C}{2} &= \pm \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}; \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \pm \sqrt{\frac{a-c}{a+c}}; S = \frac{bc}{2}.\end{aligned}$$



**Triunghiuri plane oarecare**

Notatii :  $a, b, c$  = laturile ;  $A, B, C$  = unghiurile ;  $A+B+C = 180^\circ$ .

Formule :

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$b = a \cos C + c \cos A$$

$$c = a \cos B + b \cos A$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

**Triunghiuri sferice**

Notatii :  $a', b', c'$  = laturile ;  $A', B', C'$  = unghiurile.

Formule :

$$\cos a' = \cos b' \cos c' + \sin b' \sin c' \cos A'$$

$$\cos b' = \cos a' \cos c' + \sin a' \sin c' \cos B'$$

$$\cos c' = \cos a' \cos b' + \sin a' \sin b' \cos C'$$

$$\frac{\sin a'}{\sin A'} = \frac{\sin b'}{\sin B'} = \frac{\sin c'}{\sin C'}$$

$$\cos A' = \sin B' \sin C' \cos a' - \cos B' \cos C'$$

$$\cos B' = \sin A' \sin C' \cos b' - \cos A' \cos C'$$

$$\cos C' = \sin A' \sin B' \cos c' - \cos A' \cos B'.$$

**Excesul sferic** ( $\epsilon$ ) este diferența dintre suma unghiurilor unui triunghi sferic și  $180^\circ$  (200g).

$$\epsilon = A' + B' + C' - 180^\circ \text{ (200g)}.$$

Cînd curbura este mică, laturile unui triunghi sferic  $a', b', c'$ , sînt egale cu ale unui triunghi plan  $a, b, c$ , avînd însă unghiurile mai mici cu  $\frac{1}{3}$  din excesul sferic (teorema lui Legendre) :

$$A = A' - \frac{\epsilon}{3}$$

$$B = B' - \frac{\epsilon}{3}$$

$$C = C' - \frac{\epsilon}{3}$$

**Sfera**

Notatii :  $R$  = raza sferei ;  $S$  = aria ;  $V$  = volumul.

Formule :

$$S = 4\pi R^2; V = \frac{4\pi R^3}{3}.$$

**Zona sferică**

Notatii :  $S$  = aria laterală a zonei ;  $r_1, r_2$  = razele cercurilor bazelor zonei ;  $I$  = înălțimea zonei.



Formule :

$$S = 2\pi Rl; \quad V = \frac{\pi l}{6} (3r_1^2 + 3r_2^2 + l^2).$$

Calota sferică

Notatii :  $h$  = înălțimea calotei.

$$V = \frac{\pi h^2}{3} (3R - h).$$

Conul de rotație

Notatii :  $G$  = generatoarea ;  $V$  = volumul ;  $I$  = înălțimea ;  $R$  = raza ;  $A_l$  = aria laterală ;  $A_t$  = aria totală.

$$\text{Formule: } A_l = \pi RG \quad A_t = \pi R(G + R) \quad V = \frac{\pi R^2 I}{3}.$$

Conul tangent la sferă în poziție polară (fig. 10)

Notatii :  $R$  = raza sferei ;  $r$  = raza paralelei de intersecție a conului cu sfera ;  $\varphi_0$  = latitudinea paralelei de intersecție a conului cu sfera.

$$\text{Formule: } r = R \cos \varphi_0 \quad l_{AB} = 2\pi R \cos \varphi_0 \quad \rho = AV = R \operatorname{ctg} \varphi_0.$$

Prin secționarea conului în lungul unei generatoare (exemplu generatoarea  $AV$ ), se obține un sector circular de unghi  $\alpha$ , unde :

$$\begin{aligned} \rho\alpha &= 2\pi R \cos \varphi_0 & \alpha &= \frac{2\pi R \cos \varphi_0}{R \operatorname{ctg} \varphi_0} \\ \alpha &= 2\pi \sin \varphi_0 & \alpha &= 360^\circ \sin \varphi_0. \end{aligned}$$

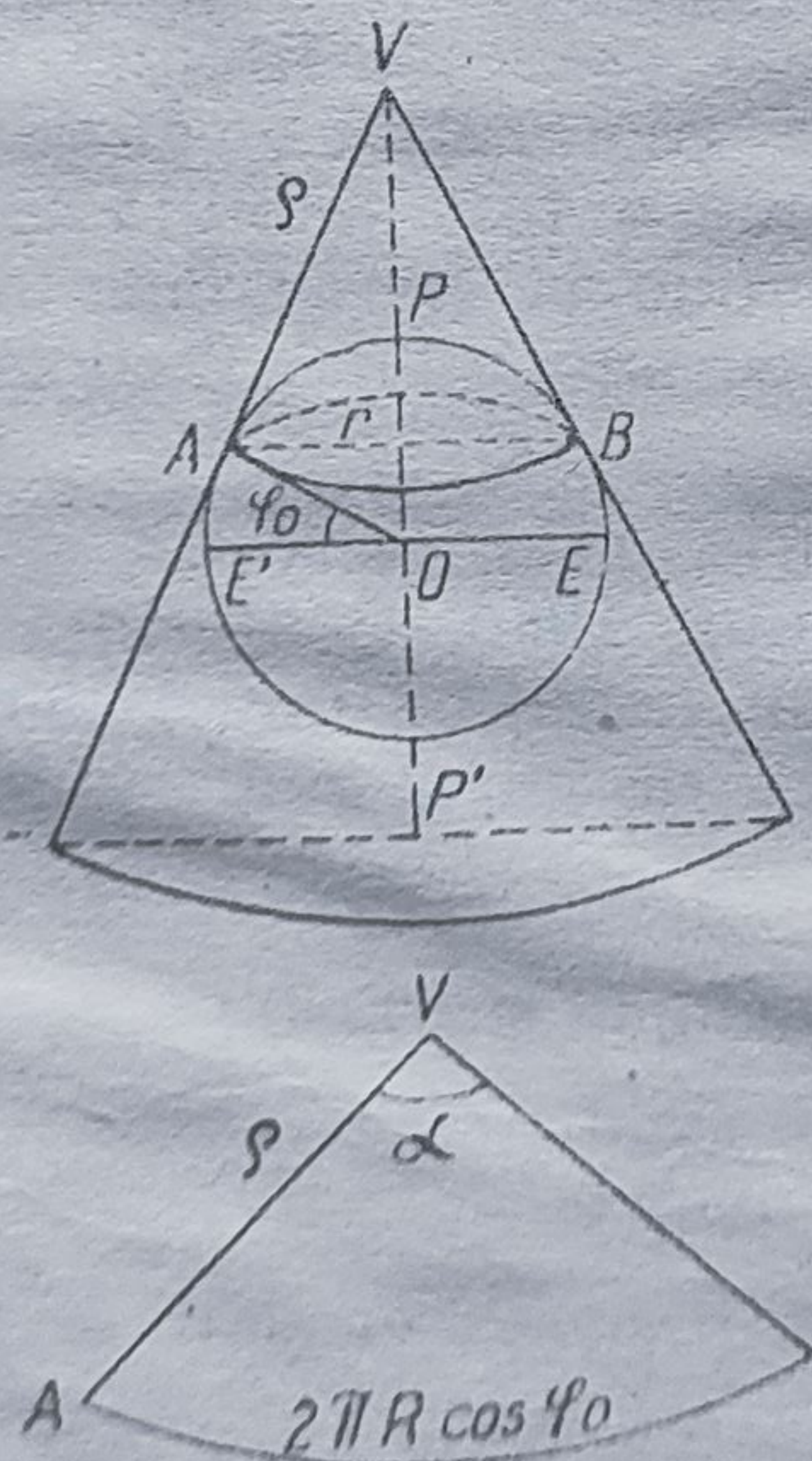


Fig. 10. Conul tangent la sferă în poziție polară.

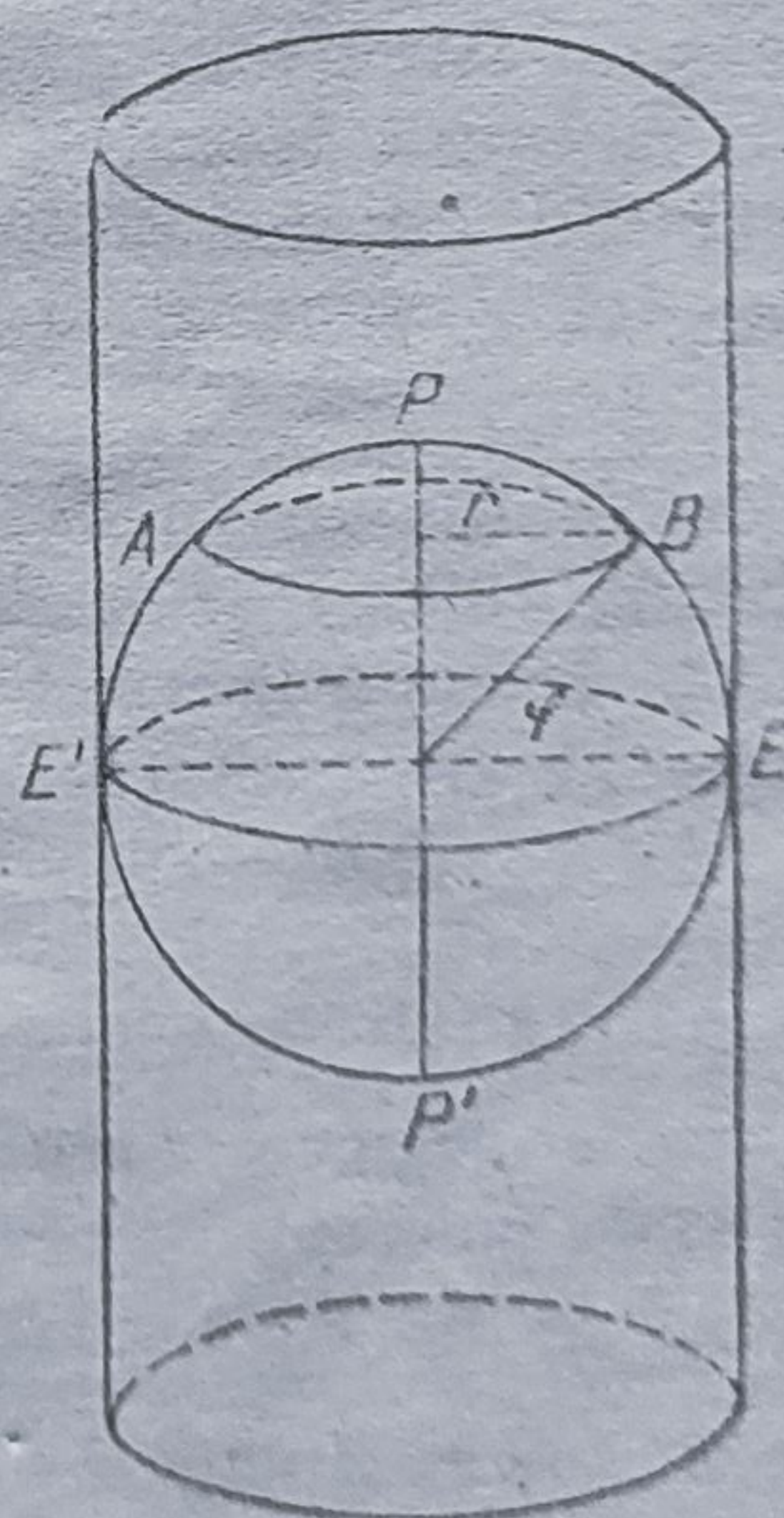


Fig. 11. Cilindrul tangent la sferă în poziție polară.



*Cilindrul de rotație*

Notății :  $R$  = raza ;  $I$  = înălțimea ;  $V$  = volumul ;  $A_l$  = aria laterală ;  $A_t$  = aria totală.

Formule :

$$\begin{aligned} A_l &= 2 \pi R I \\ A_t &= 2 \pi R (I + R) \\ V &= \pi R^2 I. \end{aligned}$$

*Cilindrul tangent la sferă în poziție polară (fig. 11)*

Notății :  $R$  = raza cercului ;  $\varphi$  = latitudinea unei paralele oarecare ;  $l_p$  = lungimea paralelelor în reprezentare ;  $L_p$  = lungimea paralelelor pe sferă.

Formule :

$$\begin{aligned} l_p &= 2 \pi R \\ L_p &= 2 \pi R \cos \varphi. \end{aligned}$$

## § 2. Unități de măsură

În aceste categorii includem unitățile pentru lungimi, arii și unghiuri.

**a. Unități de măsură pentru lungimi.** Unitatea de măsură pentru lungimi, adoptată de majoritatea țărilor lumii cu excepția Angliei și Statelor Unite ale Americii, este metrul care reprezintă a 40 000 000-a parte din meridianul terestru. Această lungime a fost stabilită în urma măsurării arcului de meridian dintre Dunkerque și Barcelona, la inițiativa Academiei Franceze, sub conducerea astronomului Delambre (1790).

*Metrul etalon* depus la Sèvres, lângă Paris, este construit dintr-un aliaj de platină (90%) și iridiu (10%). În anul 1960, Conferința Internațională de la Paris a stabilit noul etalon al metrului egal cu 1 650 763,73 lungimi de undă ale radiației portocalii, emise de gazul radioactiv Krypton 84 (9).

*Unități de măsură internaționale (multiplii și submultiplii metrului) :*

$$\begin{aligned} 1 \text{ m} &= 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm} ; \\ 1 \text{ mm} &= 1\,000 \mu \text{ (microni)} = 1\,000\,000 \text{ m}\mu \text{ (millimicroni)} ; \\ 1 \text{ km} &= 10 \text{ hm} = 100 \text{ dam} = 1\,000 \text{ m}. \end{aligned}$$

*Unități de măsură în Anglia și S.U.A. :*

$$\begin{aligned} 1 \text{ inch (in) sau țol} &= 25,4 \text{ mm} ; \\ 1 \text{ foot (ft) sau picior} &= 12 \text{ inches} = 0,30480 \text{ m} ; \\ 1 \text{ yard (yd)} &= 3 \text{ feet} = 0,914399 \text{ m} ; \\ 1 \text{ fathom} &= 2 \text{ yards} = 1,828797 \text{ m} ; \end{aligned}$$



1 statute mile (mila terestră engleză) = 1 760 yards = 1 609,344 m ;  
 1 mile USA = 1 609,347 m ;  
 1 nautical mile (mila marină engleză) = 1 855 m ;  
 1 league (leghe) = 5,55 km.

Unități de lungime mai vechi, utilizate în provinciile țării noastre :

În Muntenia :

1 stinjen = 1,966 m ;  
 1 palmă = 0,25 m ;  
 1 deget = 0,03 m ;  
 1 linie = 0,002 m ;  
 1 prăjină = 3 stinjeni = 5,8995 m.

În Moldova :

2,23 m ;  
 0,20 m ;  
 0,03 m ;  
 0,003 m ;  
 4 stinjeni = 8,92 m.

În Transilvania :

1 stinjen = 1,896 m ;  
 1 picior = 0,316 m ;

1 deget = 0,026 m ;  
 1 linie = 0,002 m.

b. Unități de măsură pentru arii.

Unități de măsură internaționale :

1 m<sup>2</sup> (metru pătrat) = 100 dm<sup>2</sup> (decimetri pătrați) ;  
 1 dm<sup>2</sup> = 100 cm<sup>2</sup> ; 1 cm<sup>2</sup> = 100 mm<sup>2</sup> ;  
 1 ha (hectar) = 100 a (ari) = 10 000 m<sup>2</sup> ;  
 1 a = 100 m<sup>2</sup> ; 1 km<sup>2</sup> = 100 ha = 10 000 dam<sup>2</sup> = 1 000 000 m<sup>2</sup>.

Unități de măsură pentru arii în Anglia și S.U.A. :

1 square inch (sq. in) sau țol pătrat = 6,45 cm<sup>2</sup> ;  
 1 square foot (sq. ft) sau picior pătrat = 9,29 dm<sup>2</sup> ;  
 1 square yard (sq. yd) sau yard pătrat = 9. picioare pătrate = 0,836126 m<sup>2</sup> ;  
 1 square mile (sq. mile) sau milă pătrată = 259 ha ;  
 1 acre (acru) = 4 840 yarzi pătrați = 0,4047 ha.

Unități vechi de măsură pentru arii în țara noastră

În Muntenia :

1 pogon = 24 × 6 prăjini = 144 prăjini pătrate = 1 296 stinjeni pătrați = 5 012 m<sup>2</sup> ;  
 1 prăjină pogonească = 54 stinjeni pătrați = 208,82 m<sup>2</sup>.

În Moldova :

1 falce = 20 prăjini fălcești = 2 230 stinjeni pătrați = 14 321,95 m<sup>2</sup> ;  
 1 prăjină fălcească = 36 stinjeni pătrați = 179,02 m<sup>2</sup>.

În Transilvania :

1 jugăr cadastral = 576 prăjini pătrate = 1 600 stinjeni pătrați = 5 751,6415 m<sup>2</sup> ;  
 1 stinjen pătrat = 3,5966 m<sup>2</sup>.

c. Unități de măsură pentru unghiuri. Pentru unghiuri, unitățile de măsură sînt gradele, miimile și radianii.

Gradele și miimile reprezintă divizarea geometrică a cercului, în timp ce radianii divizarea analitică.

Divizarea cercurilor în grade poate fi sexagesimală (1<sup>c</sup> = 360°, 1° = 60', 1' = 60") sau centezimală (1<sup>c</sup> = 400°, 1° = 100', 1' = 100").



Înainte, cercurile erau împărțite în sistemul sexagesimal (și astăzi la unele aparate), care în prezent se utilizează mai mult în astronomie, în timp ce cercurile divizate centezimal se folosesc în geodezie și topografie.

Această deosebire se explică prin faptul că există o corespondență între unitățile unghiulare geometrice și unitățile de timp. Știind că o rotație completă a sferei terestre are loc în 24 de ore, se pot deduce relațiile care există între diviziunea de timp și diviziunea sexagesimală :

1<sup>h</sup> . . . 15° de arc ;

1<sup>m</sup> de timp . . . 15' de arc ;

1<sup>s</sup> de timp . . . 15" de arc.

În geodezie și topografie, diviziunea centezimală prezintă avantaj în ceea ce privește efectuarea calculelor și observațiilor. În același timp, pe un cerc mare al sferei terestre și pe o elipsă meridiană a elipsoidului terestru, există corespondența :

arcul de 1<sup>g</sup> echivalează cu 100 km ;

arcul de 1° echivalează cu 1 km ;

arcul de 1<sup>cc</sup> echivalează cu 10 m.

Divizarea în miimi se utilizează mai rar, în gradarea unor busole și a unor aparate speciale.

*Miimea adevărată* este unghiul care corespunde la o lungime de arc egală cu 1 : 1 000 din rază.

Cînd  $R=1\,100$ ,  $L_c=2\cdot 3$ ,  $14\cdot 1\,000=6\,283\frac{0}{100}$  (u) miimi adevărate.

Pentru a putea diviza exact un cerc în semicercuri, sferturi de cerc etc., circumferința exprimată în 6 283 u s-a rotunjit în plus la 6 400<sup>0</sup>/<sub>100</sub> sau (mai rar) în minus la 6 000<sup>0</sup>/<sub>100</sub> (miimi Rimaillot).

La împărțirea cercurilor se utilizează și diviziunea analitică, respectiv divizarea în radiani, care în cazul cercului cu rază  $R=1$  este dată de relația :

$$\rho^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} \text{ pentru sistemul sexagesimal}$$

sau

$$\rho^g = \frac{400^g}{2\pi} \text{ pentru sistemul centezimal.}$$

Raportul dintre valoarea unghiulară și cea liniară a cercului de rază  $R=1$  este numit *factor de transformare*, care de obicei se exprimă în secunde. Astfel :

$$\rho'' = \frac{360^{\circ} \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} = 206\,265''$$

sau

$$\rho^{cc} = \frac{400^g \cdot 100 \cdot 100}{2\pi} = 636\,620^{cc}.$$



Pentru a transforma deci un unghi oarecare  $\alpha$  din valoarea sa analitică în valoare de unghi, trebuie să înmulțim cu  $\rho$  :

grade sexagesimale

grade centezimale

$$\alpha^o = \rho^o \hat{\alpha}$$

$$\alpha^g = \rho^g \hat{\alpha}$$

$$\alpha' = \rho' \hat{\alpha}$$

$$\alpha^c = \rho^c \hat{\alpha}$$

$$\alpha'' = \rho'' \hat{\alpha}$$

$$\alpha^{ce} = \rho^{ce} \hat{\alpha}$$

### § 3. Sisteme de coordonate. Coordonate în plan și coordonate în spațiu. Coordonate geografice

a. **Coordonate plane.** Un punct oarecare  $M$  din teren poate fi determinat în plan față de un sistem de axe rectangulare, prin depărtarea acelui punct față de axele sistemului (fig. 12) ; distanța  $MM_1$  este abscisa punctului  $M$  ( $X$ ), iar  $MM_2$  ordonata acelui punct ( $Y$ ).  $X$  și  $Y$  se numesc *coordoanatele rectangulare sau carteziene* ale punctului  $M$  și se scriu  $M(X, Y)$ .

Poziția punctului  $M$  în plan mai poate fi determinată și prin alte două elemente : distanța  $OM$  ( $d$ ) și unghiul  $\alpha$ , pe care distanța  $OM$  îl face cu axa  $OX$ .

Distanța  $d$  și unghiul  $\alpha$  constituie *coordoanatele polare* ale punctului  $M$  care se scriu :  $M(d, \alpha)$ .

Cunoscând coordoanatele rectangulare ale punctului dat, se pot afla coordoanatele polare și invers.

Din triunghiul dreptunghic  $OM_2M$ , când cunoaștem coordoanatele rectangulare  $X$  și  $Y$ , putem scrie :

$$d^2 = X^2 + Y^2$$

de unde  $d = \sqrt{X^2 + Y^2}$

și

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}$$

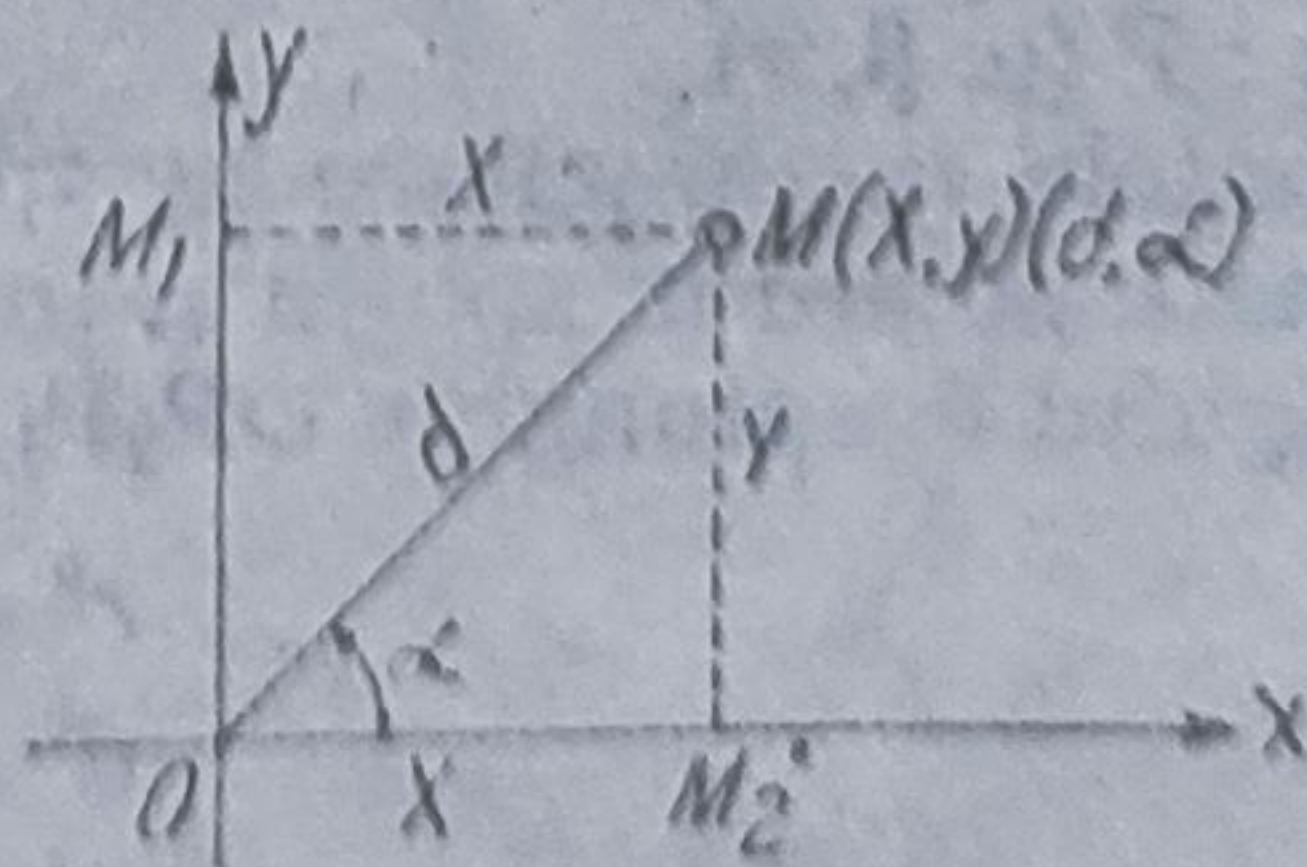


Fig. 12. Coordonate plane.



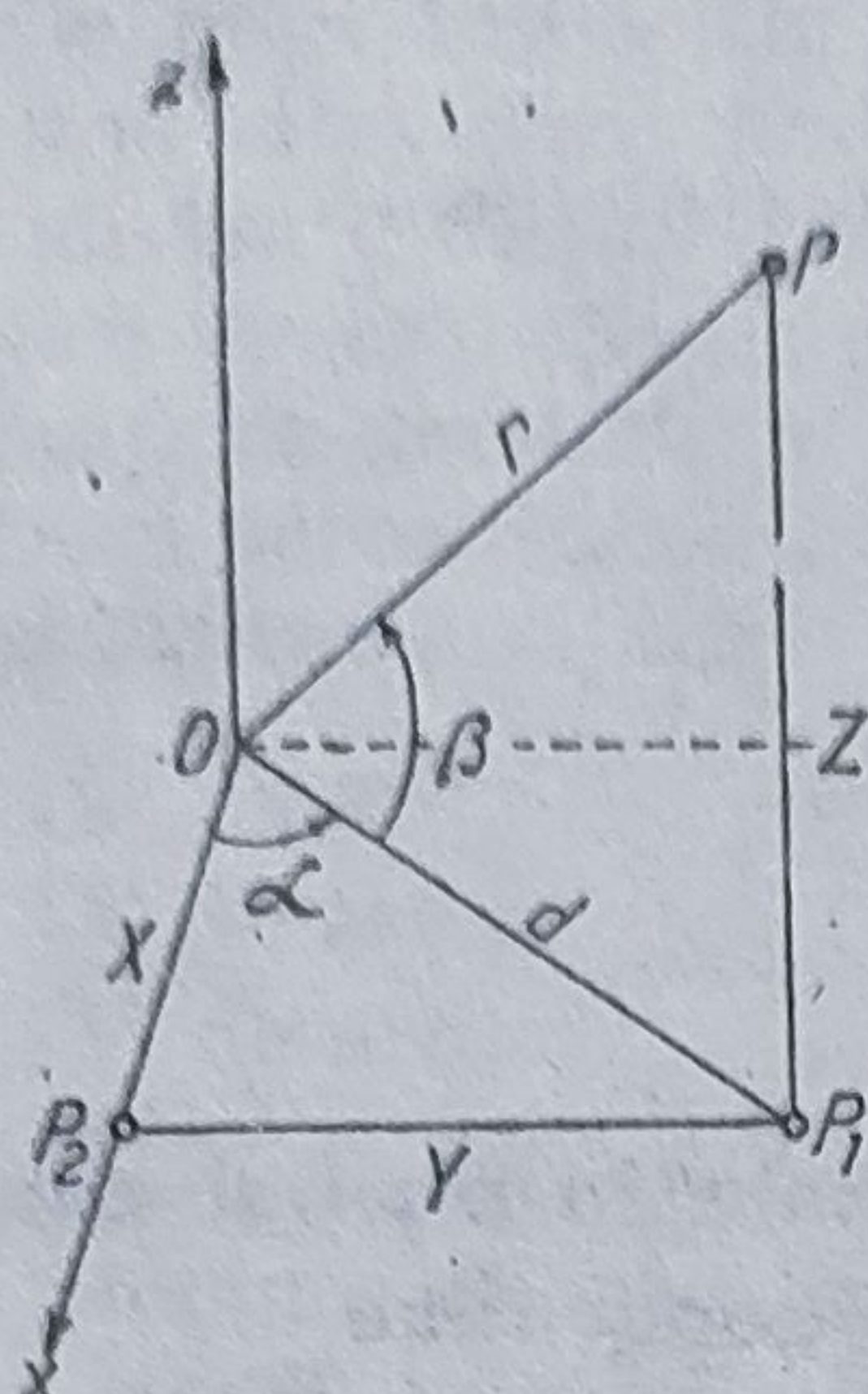


Fig. 13. Coordonate în spațiu.

Invers, dacă se cunosc coordonatele polare, din același triunghi dreptunghic, putem extrage :

$$X = d \cos \alpha;$$

$$Y = d \sin \alpha.$$

**b. Coordonate în spațiu.** În spațiu, orice punct poate fi definit, de asemenea, prin coordonate rectangulare și coordonate polare.

În figura 13, în sistemul triaxial  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , coordonatele rectangulare în spațiu ale punctului  $P$  sînt  $X$ ,  $Y$  și  $Z$ .

$X$  este abscisa punctului  $P$ , măsurată de la originea sistemului triaxial pînă la piciorul perpendicularei  $P_1P_2$ .

$Y$  este ordonata punctului  $P$ , măsurată în planul orizontal  $xOy$ , respectiv egală cu lungimea perpendicularei  $P_1P_2$ .

$Z$  este înălțimea punctului  $P$  față de planul  $xOy$ , egală cu lungimea perpendicularei  $PP_1$ .

Se scrie :  $P (X, Y, Z)$ .

Coordonatele polare în spațiu ale aceluiași punct sînt  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $r$ , unde :  
 $\alpha$  este unghiul orizontal, în planul  $xOy$ , dintre axa  $OX$  și proiecția distanței  $r$  în planul orizontal ;

$\beta$  — unghiul vertical, în planul  $POP_1$  dintre proiecția distanței  $r$  în planul orizontal ( $d$ ) și distanța  $OP$  ;

$r$  — distanța de la punctul dat la originea triedrului.

Se scrie :  $P (\alpha, \beta, r)$ .

Coordonatele rectangulare în spațiu ale punctului  $P$  se pot transforma în coordonate polare în spațiu și invers.

În triunghiul dreptunghic  $OP_2P_1$ ,

$$r^2 = d^2 + Z^2$$

$$d^2 = X^2 + Y^2$$

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

ori,  
 deci,



(această relație reprezintă și ecuația sferei în coordonate rectangulare raportate la centrul său, unde axa  $z$  coincide cu axa sferei, iar axele  $x$  și  $y$  se află în planul ecuatorului; în acest caz,  $r$  este raza sferei);

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}; \operatorname{tg} \beta = \frac{Z}{d} \text{ sau } \operatorname{tg} \beta = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Coordonatele polare ( $\alpha$ ;  $\beta$ ;  $r$ ) se pot transforma în coordonate rectangulare astfel:

În triunghiul dreptunghic  $OP_1P$ ,

$$d = r \cos \beta$$

$$X = d \cos \alpha; X = r \cos \beta \cos \alpha$$

$$Y = d \sin \alpha; Y = r \cos \beta \sin \alpha$$

$$Z = r \sin \beta.$$

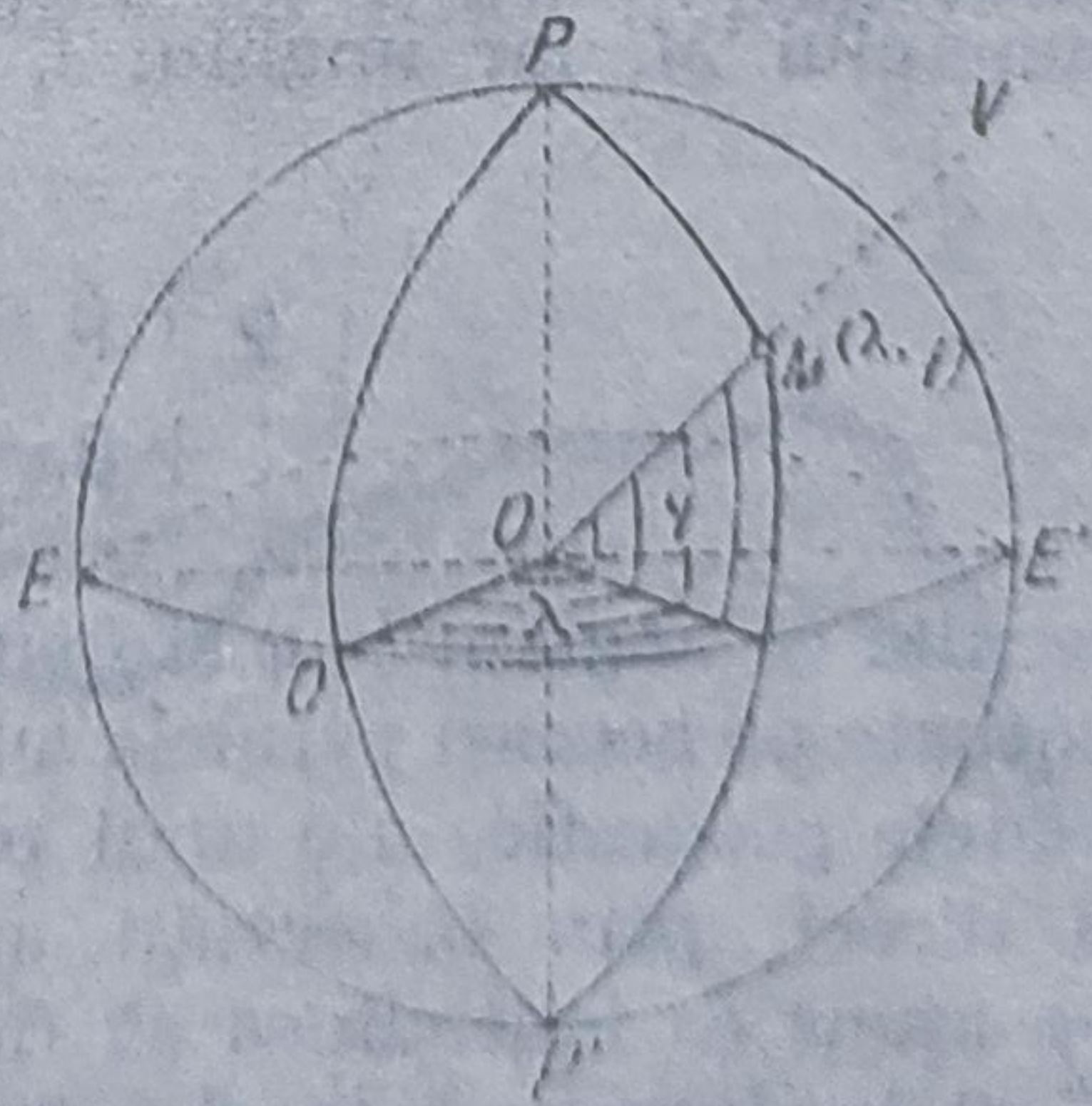
c. **Coordonate geografice.** Un punct oarecare  $M$ , situat pe elipsoid (sferă) (fig. 14), poate fi definit prin coordonatele sale geografice, longitudinea ( $\lambda$ ) și latitudinea ( $\varphi$ ).

1) **Longitudinea** este unghiul diedru format de planul meridianului de origine (meridianul zero care trece prin Greenwich, Anglia) și planul meridianului ce trece prin punctul  $M$ . Longitudinea se măsoară în grade de la meridianul Greenwich spre est și spre vest, de la  $0^\circ$  la  $180^\circ$ .

Longitudinea se poate determina cunoscând diferența de ore (timp luat simultan) între două localități de pe glob. Știind că sfera terestră în 24 de ore are o rotație completă, atunci într-o oră va desfășura în fața Soarelui  $15^\circ$ , un arc de  $15'$  în  $15'$  și un arc de  $15''$  în  $15''$  de timp. Longitudinea este produsul dintre valoarea în grade a unui fus orar ( $15^\circ$ ) și diferența între ora siderală a unui punct ( $t_m$ ) și ora Greenwich ( $t_o$ ):  $\lambda = 15^\circ (t_m - t_o)$ .

Dacă, de exemplu, într-un punct  $A$ , la trecerea Soarelui la meridian, ceasornicul indică ora 14, față de ora 12 la Greenwich, longitudinea acelui punct este de  $30^\circ$  ( $2^h \times 15^\circ$ ).

Fig. 14. Coordonatele geografice ale unui punct: longitudinea ( $\lambda$ ) și latitudinea ( $\varphi$ ).





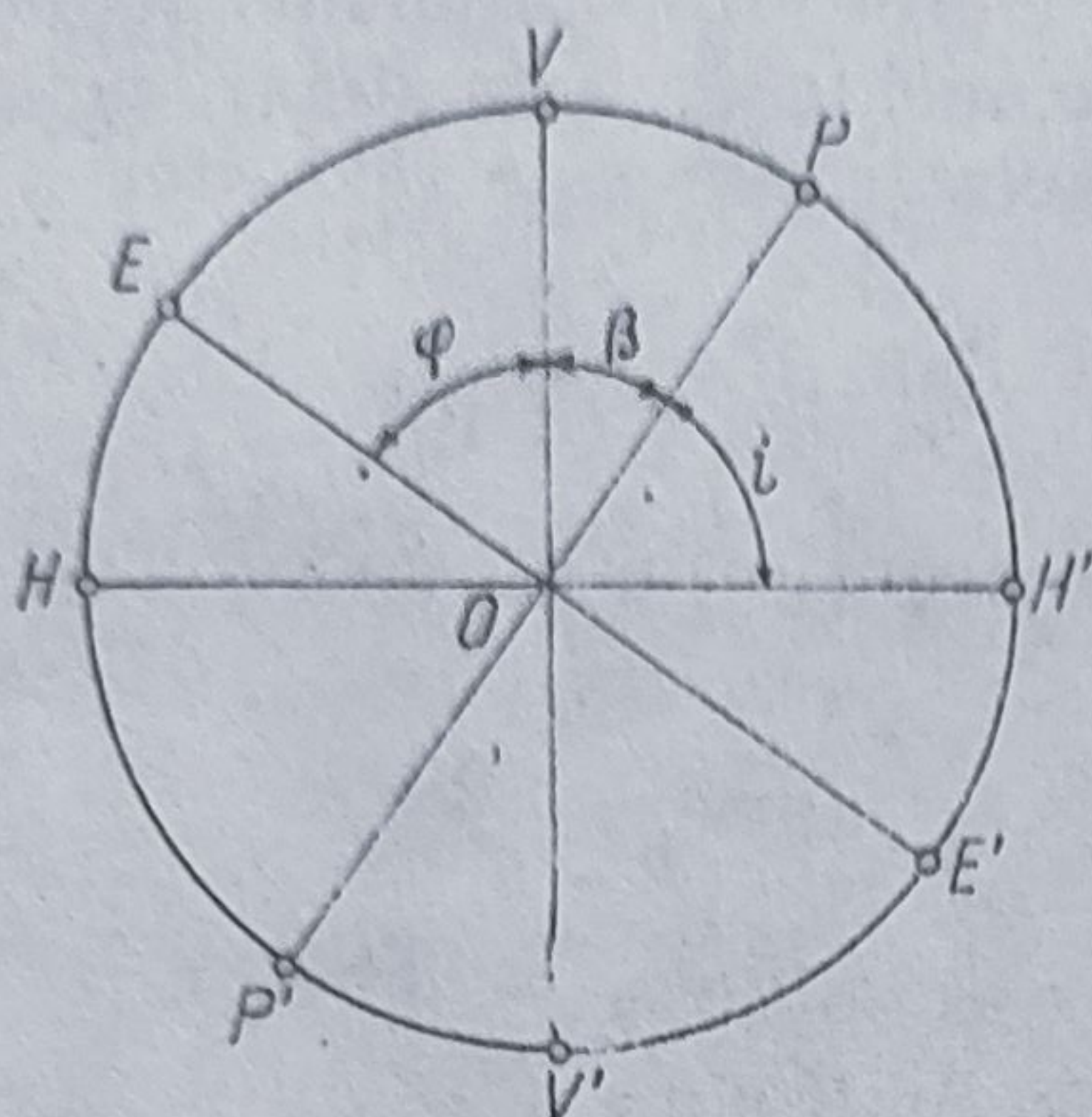


Fig. 15. Determinarea latitudinii.

Cunoscînd ora siderală la București,  $t_m = 11^h06^m39^s$  și ora siderală la Greenwich,  $t_o = 9^h22^m16^s$ , longitudinea capitalei patriei noastre este :

$$\lambda_B = 15^\circ (11^h06^m39^s - 9^h22^m16^s)$$

$$\lambda_B = 15^\circ \cdot 1^h44^m23^s$$

$$\lambda_B = 26^\circ05'45''.$$

Longitudinea orașului București este estică, deoarece ora acestui oraș este mai mare decît cea de la Greenwich.

Localitățile cu ore mai mici decît ora meridianului zero au longitudini vestice. Toate punctele situate pe același meridian au longitudine egală.

2) *Latitudinea* este unghiul diedru format de planul ecuatorului și verticala locului în punctul considerat. Latitudinea se măsoară în grade de la ecuator spre nord și sud, de la  $0^\circ$  la  $90^\circ$ .

Latitudinea se poate afla prin măsurarea unghiului vertical  $i$ , format de planul orizontal ce trece prin punctul dat și direcția polarei (înălțimea polului deasupra orizontului). În figura 15 se vede că unghiul  $\varphi$  este latitudinea punctului  $M$ , iar unghiul  $i$ , înălțimea polului deasupra orizontului :

$$\varphi + \beta = 90^\circ;$$

$$i + \beta = 90^\circ,$$

de unde rezultă că unghiurile  $\varphi$  și  $i$  sînt egale, avînd același complement  $\beta$ . Punctele situate pe aceeași paralelă au latitudinea egală.

Coordonatele geografice ale unui punct de pe suprafața terestră se pot determina direct, prin observații astronomice. Cu aparatura modernă actuală s-a ajuns ca latitudinea să fie determinată cu o precizie de ordinul a  $\pm 0'',20$ , iar longitudinea cu  $\pm 0'',45$ .



#### § 4. Noțiuni de geodezie

a. Forma și dimensiunile Pământului constituie elemente de bază în operațiile geodezice și topografice și în reprezentările cartografice. Forma suprafeței terestre determină caracterul deformărilor (modificărilor) care intervin în trecerea la suprafața plană a hărții; dimensiunile suprafeței de reprezentat determină proporția micșorării ei, constituind astfel baza alegerii scării de proporție și, în consecință, a dimensiunilor grafice.

Forma generală a Pământului corespunde celei de *sferoid*, respectiv a unui *elipsoid de rotație*, obținut prin rotirea unei elipse în jurul axei mici. Întrucât acest elipsoid este foarte puțin turtit (diferența între axe fiind neînsemnată), el este sensibil apropiat de sferă, cu care se confundă dacă îl privim dintr-o perspectivă îndepărtată. Dacă am reprezenta Pământul sub forma unui glob cu semi-axa mare (ecuatorială) de 298 mm, semi-axa sa mică (polară) ar fi mai mică numai cu 1 mm. Forma reală a Pământului nu coincide cu a elipsoidului de rotație din cauza undulațiilor pe care le are, în funcție de constituția scoarței, de repartizarea inegală a maselor continentale etc.

Mai exact, forma generală a Pământului este de *geoid*, denumire dată de Listing, formă originală neregulată, proprie Pământului, definită de suprafața de nivel mediu a oceanelor și mărilor (în stare liniștită) prelungită imaginar pe sub continente. Suprafața Oceanului Planetar reprezintă aproximativ 70,7% din suprafața totală a Globului, astfel încât aceasta poate defini forma generală a Pământului.

Suprafața geoidului este perpendiculară (normală) în orice punct al ei față de direcția verticalei în punctul respectiv (fig. 16).

La rândul ei, suprafața geoidului nu este uniformă, ci prezintă neregularități datorită accidentelor de teren. Această suprafață, definită de formele de relief, se numește *suprafața fizică (topografică)*, care con-

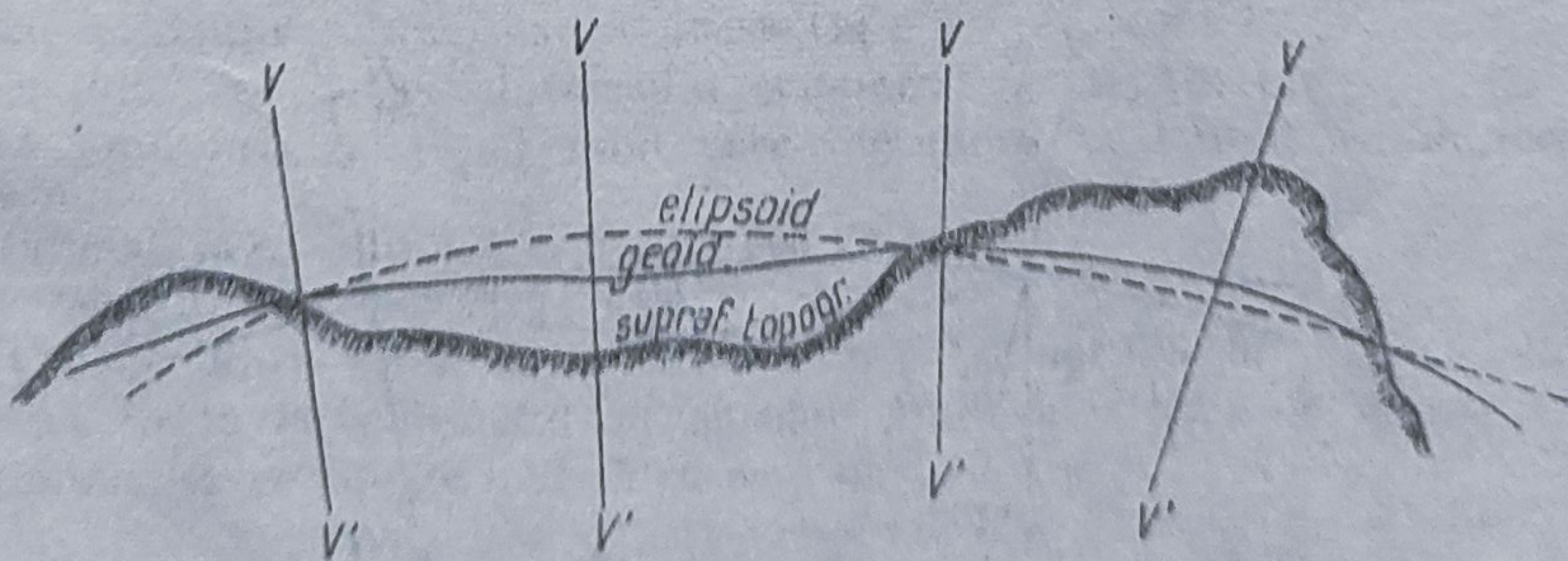


Fig. 16. Suprafața Pământului (topografică), elipsoidul și geoidul.



stituie obiectul principal al măsurătorilor terestre și al reprezentărilor cartografice. Suprafața topografică a continentelor reprezintă circa 29,3% din întreaga suprafață terestră.

Deoarece suprafața geoidului și cea topografică nu sînt regulate, deci nu se pot defini matematic, pentru determinarea relațiilor matematice ale Globului terestru (dimensiuni, coordonate, reprezentarea punctelor pe planuri și hărți în funcție de coordonatele lor geografice, rectangulare etc.), s-a adoptat în geodezie o suprafață matematică, geometrică, foarte apropiată de geoidul natural, anume *elipsoidul de referință*; ondulațiile suprafeței geoidului față de suprafața elipsoidului de referință sînt foarte puțin pronunțate, astfel că între geoid și elipsoid, abaterea pe verticală înregistrează în medie 50 m; unghiul de *deviație a verticalei* (*penta geoidului*) într-un punct al celor două suprafețe nu depășește decît rar 9" (fig. 17).

Cele două suprafețe, fiind așa de apropiate ca dimensiuni, se confundă și de aceea, pentru determinările planimetrice ale punctelor de pe suprafața topografică, acestea se proiectează pe suprafața elipsoidului de referință, suprafață geometrică bine cunoscută, nu pe suprafața geoidului care pînă în prezent nu se cunoaște suficient.

Măsurătorile altimetrice, raportate la geoid, nu pot fi considerate ca raportate și la elipsoid, datorită diferenței apreciabile ca înălțime dintre cele două suprafețe care ar afecta aceste măsurători. În consecință, altitudinile se raportează la suprafața geoidului, suprafața de nivel zero, suprafața oceanului planetar.

Rezultă deci că se utilizează două suprafețe de referință :

- suprafața elipsoidului pentru măsurătorile planimetrice și
- suprafața geoidului pentru măsurătorile altimetrice.

Se cunosc mai mulți elipsoizi de referință, după calculele efectuate de diferiți autori, ca urmare a măsurătorilor terestre efectuate în secolul al XIX-lea și al XX-lea, care dau dimensiunile specifice în tabela 1.

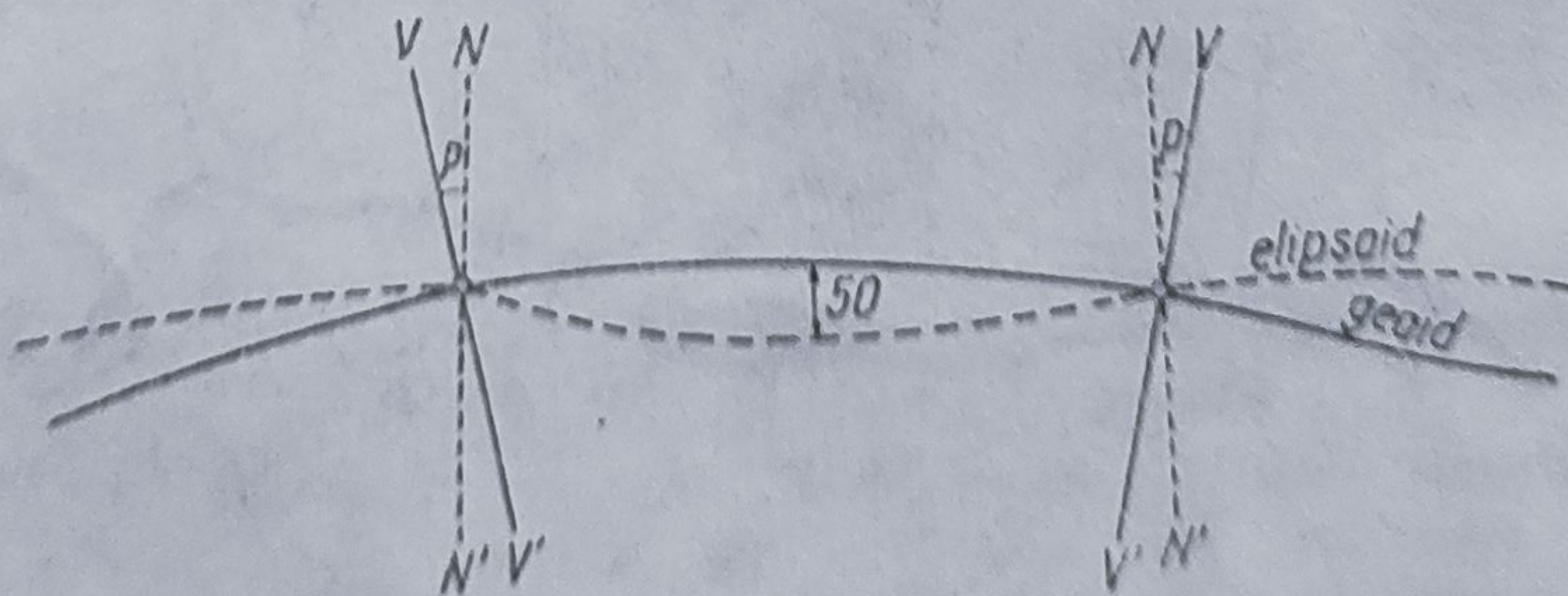


Fig. 17. Deviația verticalei.



Tabelă 1

## Valorile elementelor elipsoidului terestru

Autorul	Anul	Semi-axa mare $a$ m	Semi-axa mică $b$ m	Turtirea $\alpha = \frac{a-b}{a}$	Lungimea unui sfert de meridian
Delambre	1800	6 375 653	6 356 564	1:334,0	10 000 000
Walbek	1819	6 376 896	6 355 833	1:302,8	
Bessel	1841	6 377 397	6 356 079	1:299,2	10 000 865
Tenner	1844	6 377 096		1:302,5	
Listing	1872	6 377 305		1:289,0	
Clarke	1880	6 378 394	6 356 515	1:293,5	10 004 868
Helmert	1907	6 378 200		1:298,3	
Hayford	1909	6 378 388	6 356 912	1:297,0	10 002 288
Krasovski	1936	6 378 210		1:298,6	
Krasovski	1940	6 378 245	6 356 863	1:298,3	10 002 133

La congresul Uniunii Internaționale de Geodezie și Geofizică din anul 1924, la care a participat și țara noastră, s-a adoptat ca elipsoid de referință internațional elipsoidul Hayford, cu elementele:

semi-axa mare  $a = 6\,378\,388$  m

semi-axa mică  $b = 6\,356\,912$  m

turtirea  $\alpha = 1/297,0$ .

În funcție de elementele elipsoidului Hayford s-au calculat următoarele dimensiuni terestre:

Circumferința ecuatorială = 40 076,592 km.

Circumferința unui cerc meridian = 40 009,114 km.

Lungimea unui arc de  $1^\circ$  al cercului ecuatorial = 111,324 km.

Lungimea unui arc de  $1^\circ$  al unui cerc meridian (la latitudinea mijlocie) = 111,136 km.

Suprafața totală a Pământului = 510 100 000 km<sup>2</sup>.

Volumul Pământului = 1 083 320 · 10<sup>6</sup> km<sup>3</sup>.

Diferența mică între semi-axe — 21,477 km — raportată la dimensiunile globului terestru arată că elipsoidul se apropie mult de sferă; de aceea, pentru calcule aproximative se admite o sferă cu raza medie:

$$R_m = \frac{a + b}{2} = 6\,367,65 \text{ km}$$



sau pentru sfera a cărei suprafață se apropie mai mult de aceea a elipsoidului :

$$R_m = \frac{a + a + b}{3} = 6\,371,23 \text{ km.}$$

Elipsoidul Hayford se mai utilizează și astăzi în S.U.A. și în alte țări.

Țările socialiste au adoptat elipsoidul de referință Krasovski, determinat în anul 1940, cu elementele :

$$a = 6\,378\,245 \text{ m}$$

$$b = 6\,356\,863 \text{ m}$$

$$\alpha = 1/298,3.$$

Țara noastră a adoptat, începînd cu anul 1951, elipsoidul de referință Krasovski pentru harta modernă a țării.

Plecînd de la elementele elipsoidului Krasovski, s-au calculat dimensiunile :

Lungimea ecuatorului = 40 075,704 km.

Lungimea meridianului = 40 008,548 km.

Lungimea medie a arcului de meridian de  $1^\circ = 111,135 \text{ km.}$

Suprafața Pămîntului = 510 083 000 km<sup>2</sup>.

Suprafața Oceanului Planetar = 361 455 000 km<sup>2</sup>.

Suprafața uscatului = 148 628 000 km<sup>2</sup>.

Raza medie a Pămîntului considerat sferă = 6 371,11 km.

După lansarea primului satelit artificial al Pămîntului (U.R.S.S. — 1957), s-au deschis noi posibilități de cercetare asupra formei și dimensiunilor Pămîntului.

În urma observațiilor efectuate asupra mișcării sateliților artificiali, s-a putut determina turtirea Pămîntului, obținîndu-se date foarte apropiate de valorile calculate de Krasovski în anul 1940.

Cercetările geodezice actuale, întreprinse cu ajutorul sateliților artificiali, au lărgit sfera de cunoaștere a planetei noastre.

La diferitele conferințe și simpozioane geodezice internaționale (Washington 1962 ; Florența 1964 ; Paris 1964 ; Atena 1965) s-au prezentat noi rezultate ale cercetărilor geodezice spațiale și s-au expus studii și proiecte de lucrări geodezice bazate pe sateliți.

Prin *geodezie clasică* nu se puteau efectua vizări la distanțe mari (peste mări și oceane) ; de asemenea, unele regiuni ale Globului ca marile deșerturi și zonele polare, erau greu accesibile. Din această cauză nu s-a putut realiza o rețea geodezică mondială unică, sistemele geodezice fiind limitate la Europa de Est, Europa de Vest, America de Nord.

Geodezia, pînă la lansarea sateliților, s-a dezvoltat ca o știință a suprafețelor, observațiile întreprinse fiind influențate de panta geoidului, care are diferite valori față de normala la elipsoid, datorită inegalei repartiții a maselor în vecinătatea suprafeței Pămîntului și datorită refracției atmosferice care afectează măsurătorile efectuate în apropierea orizontului.



Geodezia spațială, prin vizarea sateliților la mari înălțimi unghiulare deasupra orizontului, utilizând triangulația cosmică (triedrizarea cosmică), a obținut până în prezent rezultate importante referitoare la cunoașterea mai precisă a formei și dimensiunilor Pământului, pe baza perturbațiilor survenite în zborul sateliților artificiali produse de lipsa de simetrie sferică a câmpului gravitațional terestru.

Astfel, s-a determinat cu precizie turtirea elipsoidului, prin deplasarea planului orbitelor acestuia (tabela 2). Uniunea Astronomică Internațională a adoptat ca valoare a turtirii elipsoidului  $\alpha = 1 : 298,25$ .

Tabela 2

Valorile turtirii Pământului obținute din observații  
asupra mișcării sateliților artificiali

Autorul	Anul determinării	Valoarea turtirii
Buchar	1958	1 : 297,9
Kozay	1959—1960	1 : 298,3
Jongolovici	1960	1 : 298,2
Orlov	1960	1 : 298,26
Proskurin	—	1 : 298,3

Cu ajutorul sateliților s-au putut determina undulațiile geoidului pe meridiene și paralele, deci forma Pământului, care s-a constatat că este *piriformă*: polul nord terestru față de elipsoidul terestru mediu este mai ridicat cu 15 m, iar polul sud cu 15 m mai coborât. La latitudinea de  $\pm 26^{\circ}5'$  s-a pus în evidență o denivelare față de elipsoidul mediu cu  $\pm 7,5$  m. Pe baza datelor obținute prin observații asupra sateliților artificiali, s-au putut trasa pe o hartă a Pământului curbele de egală înălțime ale geoidului față de elipsoid și s-au construit profile ale geoidului pe diferite direcții.

Scopul cercetărilor geodezice ale erei cosmice este înscrierea formei fizice a Pământului într-un poliedru orientat după stele, de asemenea, determinarea coordonatelor rectangulare spațiale (tridimensionale) ale unor puncte pe suprafața terestră.

Aplicații experimentale regionale pentru definirea poliedrului terestru prin triangulație cosmică au avut loc în U.R.S.S., Polonia, Cehoslovacia și România, începând din anul 1962, cu sateliții de tip Echo. De asemenea, în 1962 s-au legat măsurătorile de triangulație cosmică de pe continentul american cu cele din insulele Bermude. Observații de geodezie spațială s-au întreprins și în Franța și Japonia.

În anul 1965, la Cambridge (S.U.A.) a luat ființă un centru geodezie mondial pe baza observațiilor date de sateliții artificiali.



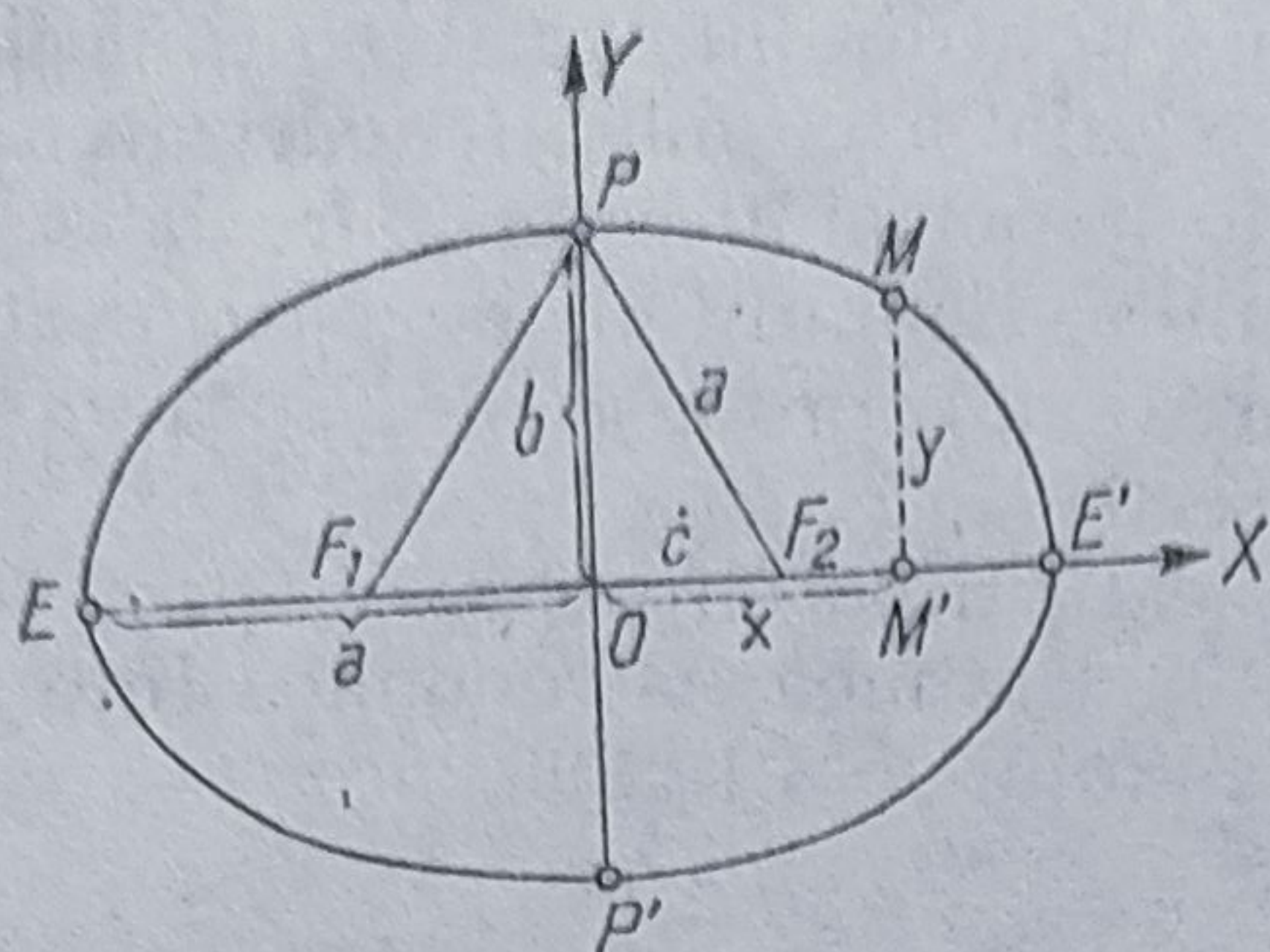


Fig. 18. Elementele elipsoidului de referență.

Observațiile efectuate la diferite stațiuni asupra sateliților de tipul Geos și Pageos (satelit pasiv), vor permite determinarea poziției lor cât și a stațiilor de lansare prin mai multe metode.

La stația de observare fotografică a sateliților de la București, prin observarea optică a sateliților de tipul Geos și Pageos, se va putea lega stația noastră cu rețeaua geodezică europeană și mondială.

b. Elementele geometrice ale elipsoidului terestru. Dacă intersectăm un elipsoid cu un plan vertical ce trece prin cei doi poli și prin centrul acestuia, figura obținută este o *elipsă meridiană*, definită de semiaxele sale :  $a$  = semi-axa mare și  $b$  = semi-axa mică (fig. 18).

Elipsa este locul geometric al punctelor a căror sumă a distanțelor față de două puncte fixe numite focare este constantă și egală cu  $2a$ .

Ecuația elipsei meridiane ce generează elipsoidul este

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

unde  $x$  și  $y$  sînt coordonatele rectangulare ale unui punct oarecare de pe elipsă, cu originea în centrul acesteia, iar  $a$  și  $b$  semiaxele elipsei.

Dimensiunile elipsoidului se pot determina în funcție de semiaxele  $a$  și  $b$  dar, în practica geodezică, se utilizează și alte elemente care se află într-un anumit raport față de  $a$  și  $b$ , astfel :

— *turtirea elipsei*

$$\alpha = \frac{a - b}{a} \quad [1]$$

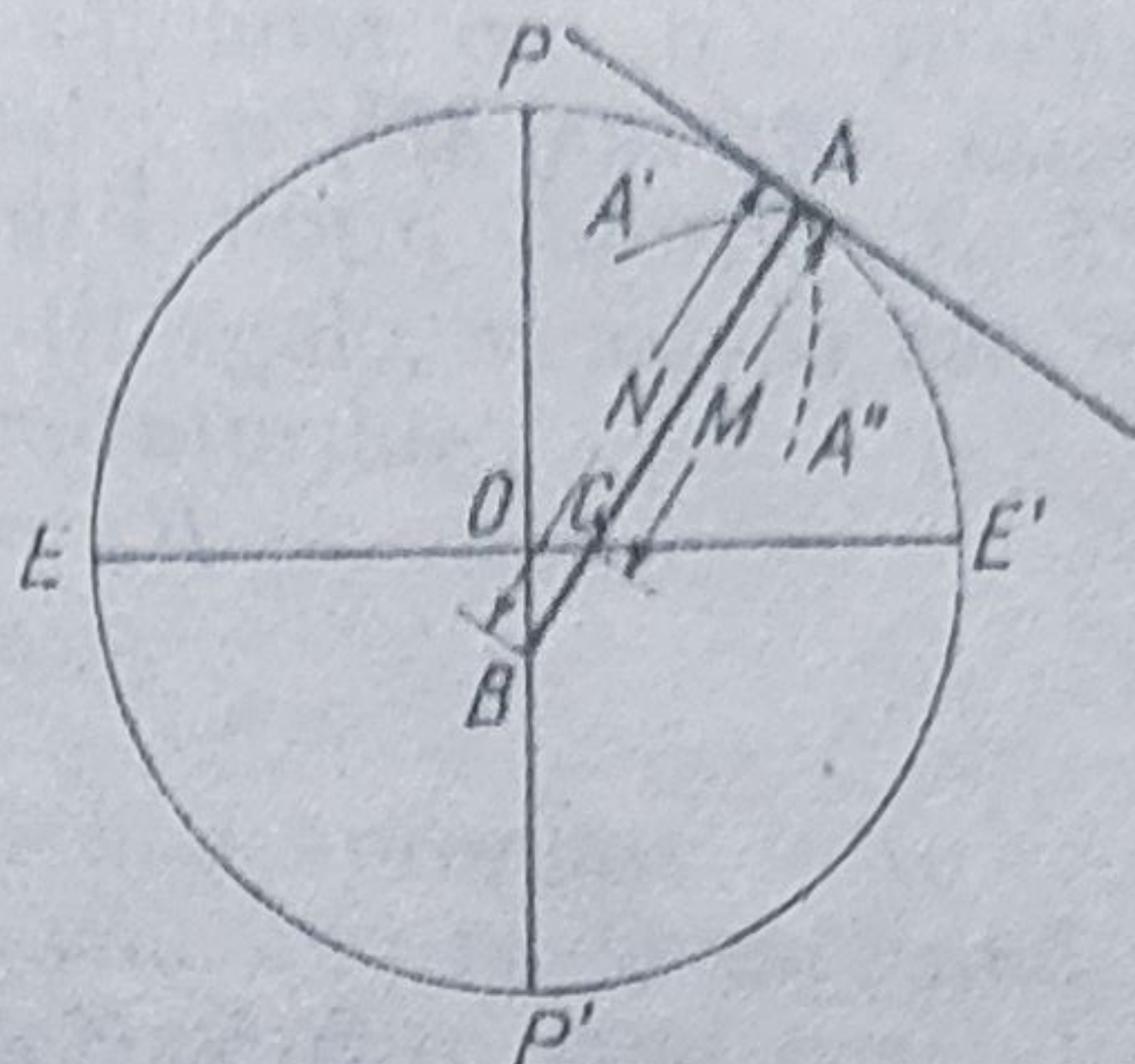
(raportul dintre diferența semiaxelor, prin semi-axa mare) ;

— *excentricitatea I :*

$$e = \frac{c}{a},$$



Fig. 19. Razele de curbură ale elipsoidului terestru.



unde  $c$  este distanța focală  $OF_2$  a elipsei. Din triunghiul dreptunghic  $POF_2$  putem scrie :

$$c^2 = a^2 - b^2,$$

deci

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}; \quad [2]$$

— excentricitatea a II-a

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}.$$

Din relațiile [1] și [2] extragem :

$$b = a (1 - e^2)$$

$$b^2 = a^2 (1 - e^2), \text{ de unde } b = a \sqrt{1 - e^2};$$

— *razele de curbură*. În figura 19, considerînd punctul  $A$  un punct de elipsoid, prin normala acestui punct se poate duce o infinitate de planuri secante (secțiuni). Dintre toate secțiunile, mai importante sînt secțiunile normale principale : secțiunea meridiană ( $PAE'P'$ ) și secțiunea primului vertical ( $A'AA''$ ).

Cele două secțiuni normale principale caracterizează curbura elipsoidului în punctul  $A$ . În calculele geodezice și cartografice sînt utilizate valorile razelor de curbură ale secțiunilor normale, respectiv raza de curbură meridiană  $AC = M$  și raza de curbură a primului vertical  $AB = N$ ; acestea, în funcție de semiaxe elipsei și de latitudinea punctului considerat, sînt date de formulele :

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

unde :

$a$  — semiaxa mare a elipsei.

$e$  — excentricitatea.

$\varphi$  — latitudinea.



Raza medie de curbura ( $R_m$ ) se consideră media geometrică a razei de curbura meridiană și a razei de curbura a primului vertical :

$$R_m = \sqrt{MN} = \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \cdot \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}}$$

sau

$$R_m = \frac{a \sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \varphi}$$

### § 5. Noțiuni despre erori

Măsurătorile topografice efectuate pe teren sînt afectate de inexactități care pot fi de două categorii : *greșeli* și *erori*.

a. **Greșelile** apar datorită neglijenței și lipsei de competență a operatorului, a greșelilor de calcul sau de lectură a aparatelor topografice.

În orice situație însă, pentru a evita greșelile, toate operațiile topografice necesită verificări, indiferent de dexteritatea operatorului, de gradul de precizie a aparatului utilizat și de procedeul ales.

Verificarea măsurătorilor se face în mod direct sau indirect ; **direct**, prin repetarea aceluiași operații sau prin schimbarea procedeului și prin controlul efectuat de un al doilea operator asupra aceleiași dimensiuni, iar **indirect**, prin compararea rezultatelor obținute diferit și eventual verificate.

Atît la măsurători cît și la calcule sau reprezentări grafice, greșelile nu sînt admise.

b. **Erorile** sînt inexactitățile mici, inevitabile, care apar în măsurătorile topografice și care fac ca rezultatele obținute să difere de cele reale. Ele sînt cauzate de imperfecțiunea instrumentelor topografice, a procedeelor utilizate sau a imperfecțiunii observațiilor efectuate datorită oboselei, lipsei de experiență etc. Acestea se mai pot datora unor condiții înconjurătoare defavorabile, lipsei de vizibilitate, temperaturii ridicate, solului instabil etc.

În practica măsurătorilor topografice, verificarea necesită măsurarea de mai multe ori a aceleiași dimensiuni. Însă, ori de cîte ori am măsura aceeași lungime, în aceleași condiții și cu aceleași instrumente, rezultatele nu vor fi identice, ci se vor obține valori apropiate, care tind către valoarea adevărată, ce nu poate fi cunoscută cu exactitate.

Imposibilitatea cunoașterii valorii exacte, a unei măsurători, nu împiedică efectuarea lucrărilor topografice, deoarece nu interesează atît valoarea adevărată  $V$ , ci o valoare cît mai apropiată de aceasta,  $V'$  cunoscută sub numele de *valoare medie probabilă*.



Teoria erorilor ne demonstrează că valoarea cea mai probabilă este aceea care face ca suma pătratelor erorilor să fie minimă. Dacă într-un șir de măsurători asupra unei dimensiuni se obțin valorile  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , cînd măsurătorile se efectuează în condiții egale, valoarea cea mai apropiată de cea reală se consideră media măsurătorilor :

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n}$$

Cu cît valorile  $M_1, M_2, \dots, M_n$  vor fi mai apropiate între ele, cu atît posibilitatea ca acestea să se apropie de valoarea reală este mai mare. În acest caz, spunem că probabilitatea este mai mare cînd ecartul este mai mic, prin *ecart* înțelegînd diferența dintre două valori consecutive din șirul de măsurători :

$$ec = M_n - M_{n-1}$$

*Ecartul maxim* este diferența între valoarea maximă și valoarea minimă din șirul de măsurători.

$$ec_{max} = M_{max} - M_{min}$$

Limita superioară a mărimii unei erori se numește *tolerantă*. În caz de depășire a acestei limite, înseamnă că s-au produs greșeli care nu se admit în măsurătorile topografice.

În general, erorile au valori mici, dar prin repetare ele se amplifică, putînd să afecteze măsurătorile în mod considerabil.

Erorile sînt de două categorii : erori sistematice și erori accidentale.

1) **Erorile sistematice** apar mai ales datorită defectelor de construcție ale aparatelor topografice, metodei alese sau unor influențe permanente ale mediului ambiant.

Erorile sistematice sînt provocate de aceleași cauze, deci se supun unor anumite legi mai mult sau mai puțin permanente, care permit controlul, identificarea (principial) și eliminarea lor.

În operațiile topografice succesive, erorile sistematice variază ca mărime și semn sau pot fi de același semn.

De exemplu, măsurînd o distanță oarecare cu un instrument susceptibil de o eroare sistematică  $e_s$  de  $n$  ori, eroarea finală sistematică  $E_s$  va fi

$$E_s = e_s \cdot n$$

Cînd numărul măsurătorilor este mare, erorile sistematice finale ale rezultatului sînt importante, de aceea trebuie eliminate cauzele care le provoacă.

Eliminarea erorilor sistematice din măsurători se face luînd unele măsuri înainte de începerea lucrărilor, ca verificarea instrumentajului și punerea în evidență a erorilor care se pot elimina prin corecții. Uneori, cînd se execută operațiile topografice, erorile care se produc într-un lanț de măsurători sînt cînd negative, cînd pozitive, și astfel se anulează. În ultimă instanță, pentru evitarea producerii erorilor sistematice, se înlocuiește instrumentul, metoda sau chiar operatorul.



Corecțiile care se aplică pentru eliminarea acestor erori vor fi, față de acestea, egale și de semn contrar :

$$c_s = -c_s.$$

2) **Erorile accidentale** se produc datorită unor cauze complexe, insesizabile, care nu se pot prevedea.

Ele sînt cu atît mai mici, cu cît precizia aparatului este mai mare și cu cît procedeul ales este mai adecvat. Erorile accidentale sau întîmplătoare se manifestă la operațiile topografice atît la măsurarea distanțelor (înclinarea fișelor, variațiile de temperatură, stabilitatea solului, frecarea ruletei de suprafața terenului, lectura valorilor etc.), cît și la măsurarea unghiurilor (luminozitatea, temperatura, ceața, culoarea semnalelor etc.).

Cînd aceleași operații se repetă de un număr mare de ori (teoretic la infinit), erorile accidentale se formează și se compun după anumite legi, numite *legile probabilității*.

Teoria probabilităților, verificată în practică, arată că erorile accidentale se caracterizează prin anumite proprietăți :

- erorile accidentale sînt egale și de semn contrar ; unei erori  $+ \varepsilon$  îi corespunde o eroare  $- \varepsilon$  ;
- erorile accidentale mici se produc în număr mai mare decît cele cu valoare mare ;
- erorile accidentale nu depășesc o anumită limită.

Funcția probabilităților a fost determinată de matematicianul german **Gauss** :

$$f(x) = y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2 h^2},$$

unde

- $x$  este eroarea ;
- $y$  — probabilitatea producerii erorii  $x$  ;
- $e$  — baza logaritmilor naturali ;
- $h$  — constanta ce depinde de modul de efectuare a măsurărilor.

Reprezentarea grafică a funcției lui Gauss se obține considerînd un sistem de axe rectangulare cu originea în  $O$ . Dacă pe abscisă se iau lungimi proporționale cu valorile erorilor accidentale care se produc cînd se repetă aceeași operație de un număr mare de ori, iar pe ordonată se construiesc lungimile proporționale cu numărul erorilor, egale pentru fiecare abscisă, se obține *curba sau clopotul lui Gauss* (fig. 20).

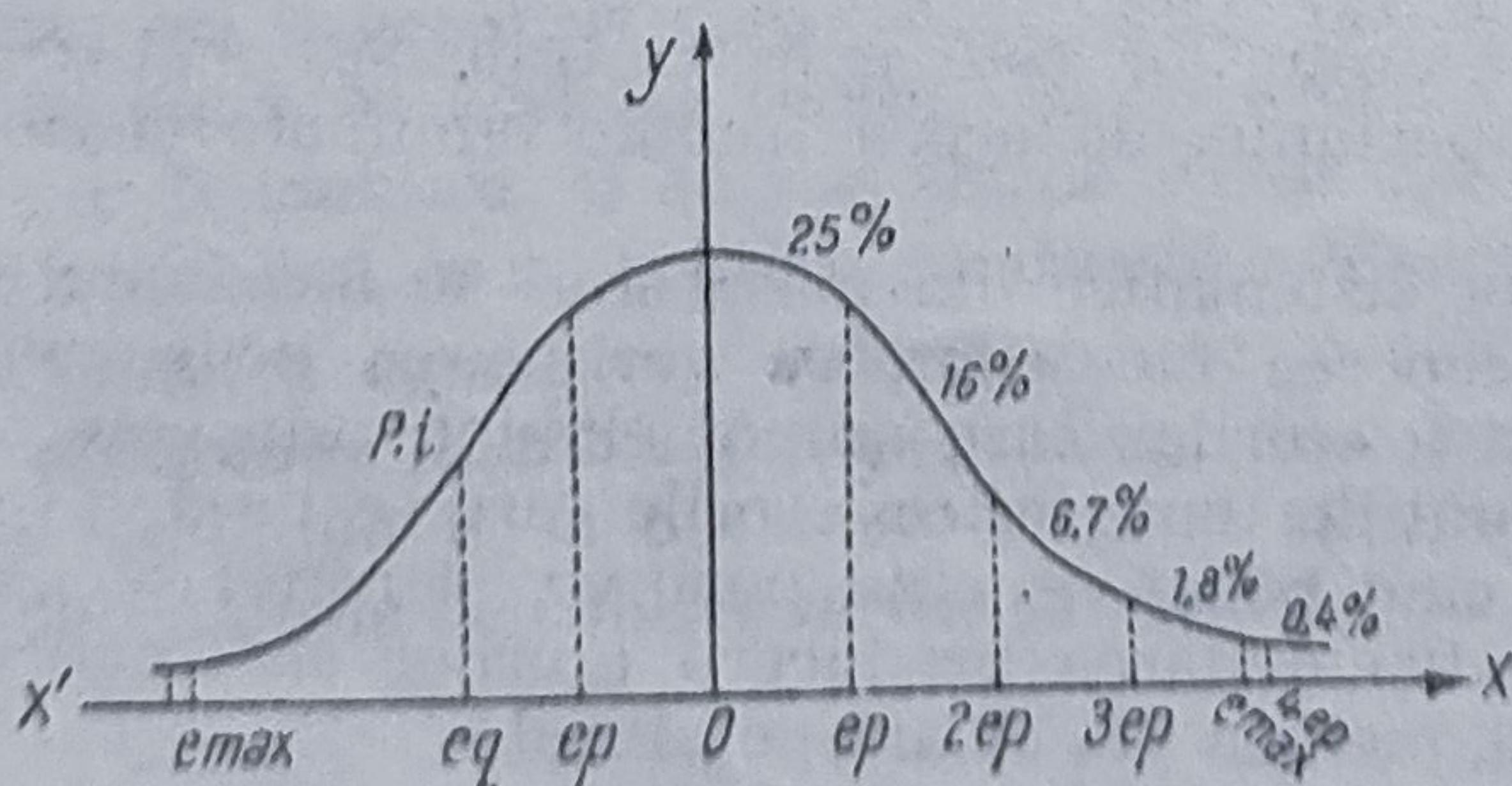


Fig. 20. Curba lui Gauss.



Din studiul curbei lui Gauss apar evident cele trei proprietăți enunțate mai sus :

1) Simetria curbei față de axa OY, deci unor erori pozitive le corespund erori egale și de semn contrar :

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = \int_0^{-\infty} f(x) dx = \frac{1}{2}.$$

Cînd numărul măsurătorilor tinde către infinit, numărul erorilor pozitive este egal cu cel al erorilor negative.

2) Erorile cele mai mici sînt cele mai numeroase (ordonatele mari arată numărul mare de erori).

3) Axa  $xx'$  este asimptotă la curbă (teoretic), însă practic există o eroare limită care nu este depășită.

*Erorile accidentale caracteristice.* Erorile accidentale care se produc cînd se execută asupra aceleiași mărimi un număr mare de măsurători sînt reprezentate prin mai multe erori caracteristice :

a) *eroarea probabilă* ( $e_p$ ) este eroarea care are aceleași șanse de a fi sau a nu fi depășită ; probabilitatea  $\frac{1}{2}$  ;

b) *eroarea reală* ( $e_r$ ) a unei măsurători  $M_1$  este diferența între valoarea măsurătorii respective și valoarea reală  $V$  :

$$e_r = M_1 - V;$$

c) *eroarea reală* ( $e_m$ ) a mediei unor măsurători este diferența între valoarea medie  $M$  și valoarea reală  $V$  :

$$e_m = M - V;$$

d) *eroarea aparentă sau reziduală* ( $e$ ) a unei măsurători dintr-o succesiune de operații efectuate în aceleași condiții este diferența dintre măsurătoarea respectivă și media măsurătorilor asupra aceleiași valori :

$$e_1 = M_1 - M.$$

Suma erorilor aparente este nulă :

$$\pm e_1 = M_1 - M;$$

$$\pm e_2 = M_2 - M;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\pm e_n = M_n - M.$$

Adunînd expresiile de mai sus pe coloane, obținem :

$$\pm e_1 \pm e_2 \pm \dots \pm e_n = M_1 + M_2 + \dots + M_n - nM.$$



Utilizând notația Gauss și împărțind ambii membri ai egalității cu  $n$ , obținem :

$$\frac{[e]}{n} = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = \frac{nM}{n}.$$

Știind că  $\frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = M$  și simplificând cu  $n$ , avem :  $\frac{[e]}{n} = 0$ , deoarece  $n \neq \infty$ ,  $[e] = 0$ .

e) eroarea medie pătratică ( $e_q$ ) a unei măsurători dintr-un șir de operații este egală cu pătratul erorii aparente. Media erorilor aparente de forma  $\frac{[e]}{n} = 0$  nu corespunde realității, deoarece  $[e] = 0$ , ar însemna că nu există erori. Pentru a scoate în evidență erorile mari față de cele mici, în calculul erorilor se lucrează nu cu erorile aparente, ci cu pătratele lor, respectiv cu erorile medii pătratice ( $e_q$ ):

$$e_q^2 = \frac{[ee]}{n} \text{ sau } e_q = \pm \sqrt{\frac{[ee]}{n}}.$$

Această formulă nu corespunde pentru o singură măsurătoare ; în acest caz  $n=1$ , iar :

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{0}{1}} = 0,$$

ceea ce nu corespunde realității. De aceea, formula se modifică astfel :

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{[ee]}{n-1}}.$$

Dacă  $n=1$ , se obține  $e_q = \frac{0}{0}$ , nedeterminare.

Probabilitatea erorii medii pătratice de a fi depășită este de aproximativ  $\frac{1}{3}$  sau

$$e_q = \frac{3}{2} e_p, \text{ unde } e_p \text{ este eroarea probabilă.}$$

Alte erori caracteristice sînt : eroarea maximă ( $e_{max}$ ) aproximativ egală cu 4  $e_p$ , eroarea limită absolută ( $e_l$ ) egală cu circa 8  $e_p$ , eroarea medie aritmetică ( $e_a$ ), media valorilor absolute ale erorilor parțiale, aproximativ egală cu  $\frac{4}{5} e_q$ , eroarea maximă a maximelor ( $e_{max\ max}$ ) egală cu 5  $e_p$  sau 3,3  $e_q$  ș.a. În figura 34 curba lui Gauss ne indică valorile relative ale erorilor caracteristice  $e_p$ ,  $e_q$  și  $e_{max}$ . Ridicînd perpendiculare (ordonate) în punctele de abscisă  $e_p$ ,  $2 e_p$ ,  $3 e_p$  și  $4 e_p$ , se obțin, de fiecare parte a axei OY, cîte patru suprafețe care reprezintă cantitatea erorilor (în procente) cuprinsă în fișile limitate de ordonatele erorilor probabile, curbă și axa absciselor.



Eroarea medie pătratică corespunde punctului de inflexiune ( $P_i$ ) al curbei.

În tabela 3 se determină eroarea medie pătratică pentru 10 măsurători.

**Compunerea erorilor accidentale.** În cazul că la o măsurătoare intervin mai multe erori accidentale, dacă se cunosc valorile medii pătratice ale erorilor parțiale, putem calcula eroarea medie pătratică a rezultatului final, cunoscând regula compunerii erorilor.

Considerînd  $X$  rezultatul final și  $x_1, x_2, \dots, x_n$  rezultatele parțiale, obținute prin operații independente, definite prin erorile lor medii pătratice,  $e_{q1}, e_{q2}, \dots, e_{qn}$ , atunci :

$$X = F(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Eroarea medie pătratică a rezultatului ( $E_q$ ) este dată de relația :

$$E_q^2 = F_{x_1}^{\prime 2} \cdot e_{q1}^2 + F_{x_2}^{\prime 2} \cdot e_{q2}^2 + \dots + F_{x_n}^{\prime 2} \cdot e_{qn}^2.$$

Tabela 3

Compensarea măsurătorilor prin  
determinarea erorii medii pătratice

Nr. măs.	Valori obținute	Erori aparente		[cc]
		+	-	
1	138,33	—	3,7	13,7
2	138,41	4,3	—	18,5
3	138,36	—	0,7	0,5
4	138,34	—	2,7	7,3
5	138,39	—	6,7	44,8
6	138,43	6,3	—	39,7
7	138,39	2,3	—	5,3
8	138,28	—	8,7	75,7
9	138,37	0,3	—	0,1
10	138,46	9,3	—	86,5
	138,367	22,5	22,5	292,1

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{[cc]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{292,1}{9}} = \pm 5,38 \text{ cm},$$



unde  $F'$  sînt derivatele parțiale ale funcției  $F$ , în raport de mărimile  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

În geodezie și topografie apare frecvent situația :

$$X = \pm x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_n.$$

Eroarea medie pătratică a rezultatului va fi :

$$E_q^2 = e_{q_1}^2 + e_{q_2}^2 + \dots + e_{q_n}^2$$

sau

$$E_q = \pm \sqrt{e_{q_1}^2 + \dots + e_{q_n}^2}$$

Dacă în cazul de mai sus erorile medii pătratice au valoarea egală (de exemplu, la măsurarea unei distanțe cu ruleta),

$$e_{q_1} = e_{q_2} = \dots = e_{q_n}$$

formula generală a erorii medii pătratice a rezultatului va fi :

$$E_q^2 = n e_q^2,$$

de unde :

$$E_q = \pm e_q \sqrt{n}.$$

În cazul că erorile medii pătratice au valori inegale, cele mai mici se neglijează. Considerînd două erori cu valorile respective egale cu  $e_q$  și  $\frac{e_q}{2}$ , eroarea medie pătratică a rezultatului va fi :

$$E_q^2 = e_q^2 + \frac{e_q^2}{4},$$

de unde

$$E_q = \pm \sqrt{e_q^2 + \frac{e_q^2}{4}} = \pm \sqrt{\frac{5}{4} \cdot e_q^2},$$

$$E_q = \pm e_q \cdot 1,1$$

ceea ce, în realitate, este egal cu eroarea medie pătratică a primei valori.

**Toleranțe.** Pentru a nu avea greșeli, am văzut că toleranța, limita superioară a erorii admise, nu trebuie să depășească ecartul maxim :

$$cc_{max} \leq T.$$

În operațiile geodezice și topografice, toleranțele se fixează în funcție de precizia instrumentelor topografice, de condițiile naturale în care se desfășoară lucrarea, de procedeele alese pentru executarea lucrărilor și precizia cerută.



Elementele care intră în aprecierea toleranțelor sînt erorile, care nu trebuie să depășească anumite valori stabilite prin calcul sau empiric, ecartul să nu depășească mărimea stabilită și precizia să nu depășească limita fixată.

În practica topografică se utilizează, de obicei, unele formule empirice, ținîndu-se cont de elementele de mai sus :

$$T = e_s \cdot L + e_a \sqrt{L},$$

unde  $e_s \cdot L$  se aplică la erorile sistematice, iar  $e_a \sqrt{L}$ , la erorile accidentale.

Pentru măsurarea unei distante  $L$ , în ridicările cadastrale, în teren sub  $5^\circ$  înclinare, se admite, de exemplu, toleranța :

$$T = 0,004 \sqrt{L} + \frac{L}{7500} \text{ [m]},$$

unde  $L$  este mărimea distanței măsurate. Eroarea medie admisă în general este :

$$e_m = 0,005 \sqrt{L} \dots 0,008 \sqrt{L} \text{ [m]}.$$

**Compensarea (corectarea) erorilor.** Erorile accidentale nu se pot elimina ca erorile sistematice, deoarece cauzele lor ne scapă, iar valoarea pentru o observație izolată este necunoscută.

Totuși, ținînd cont de legile de producere și compunere a erorilor accidentale, influența lor asupra măsurătorilor poate fi atenuată, în cazul că observațiilor li s-au eliminat erorile sistematice și dacă măsurătorile s-au efectuat de un număr mare de ori.

Operația de corectare a erorilor se numește *compensare*.

Considerînd (40) :

$V_j$  — valoarea justă sau considerată justă ;

$e$  — eroarea ;

$V_e$  — valoarea eronată ;

$c$  — corecția,

vom avea :

$$V_j + c = V_e \quad c = V_e - V_j \quad c + c = 0;$$

$$V_e + c = V_j \quad c = V_j - V_e \quad c = -c.$$

Aceste relații ne ajută la calcularea corecțiilor ce trebuie aplicate rezultatelor măsurătorilor pentru compensarea lor.



## § 6. Orientarea direcțiilor

Orientarea, după natura lucrărilor de executat în teren, poate fi definită în sens geografic și în sens topografic.

a. Orientarea în sens geografic înseamnă cunoașterea direcției N-S (direcția meridianei) într-un punct dat. Această orientare este utilizată în lucrările care își propun cercetări geografice și geologice de teren, unde un prețios ajutor îl constituie harta topografică.

Pentru orientarea în sens geografic se disting două operații :

— orientarea observatorului (determinarea direcțiilor cardinale dintr-un punct dat) ;

— orientarea hărții.

1) Orientarea observatorului înseamnă determinarea uneia din direcțiile cardinale, care se poate obține atât ziua cât și noaptea.

În timpul zilei :

a) După trecerea Soarelui la meridian. Se înfige vertical în pământ un gnomon (baston). Direcția meridianei este dată de direcția umbrei celei mai scurte ; o altă metodă este aceea a înălțimilor egale. Se trasează direcția umbrei gnomonului la un moment dat, înainte ca Soarele, în mișcarea sa aparentă, să ajungă la meridian (fig. 21). După trecerea la meridian, se așteaptă pînă cînd umbra va avea lungimea determinată anterior și se trasează pe pământ și această direcție. Bisectoarea unghiului format de cele două direcții reprezintă direcția meridianei.

b) Cu ajutorul Soarelui și al unui ceasornic. Se ține ceasornicul orizontal, cu indicatorul orar îndreptat spre Soare. Bisectoarea unghiului format de direcția indicatorului orar cu direcția ce unește centrul ceasornicului cu cifra 12 de pe cadran indică direcția meridianei locului (fig. 22).

c) După poziția Soarelui pe bolta cerească ; la orele 6 se află în direcția est, la orele 12 la sud și la orele 18 în direcția vest.

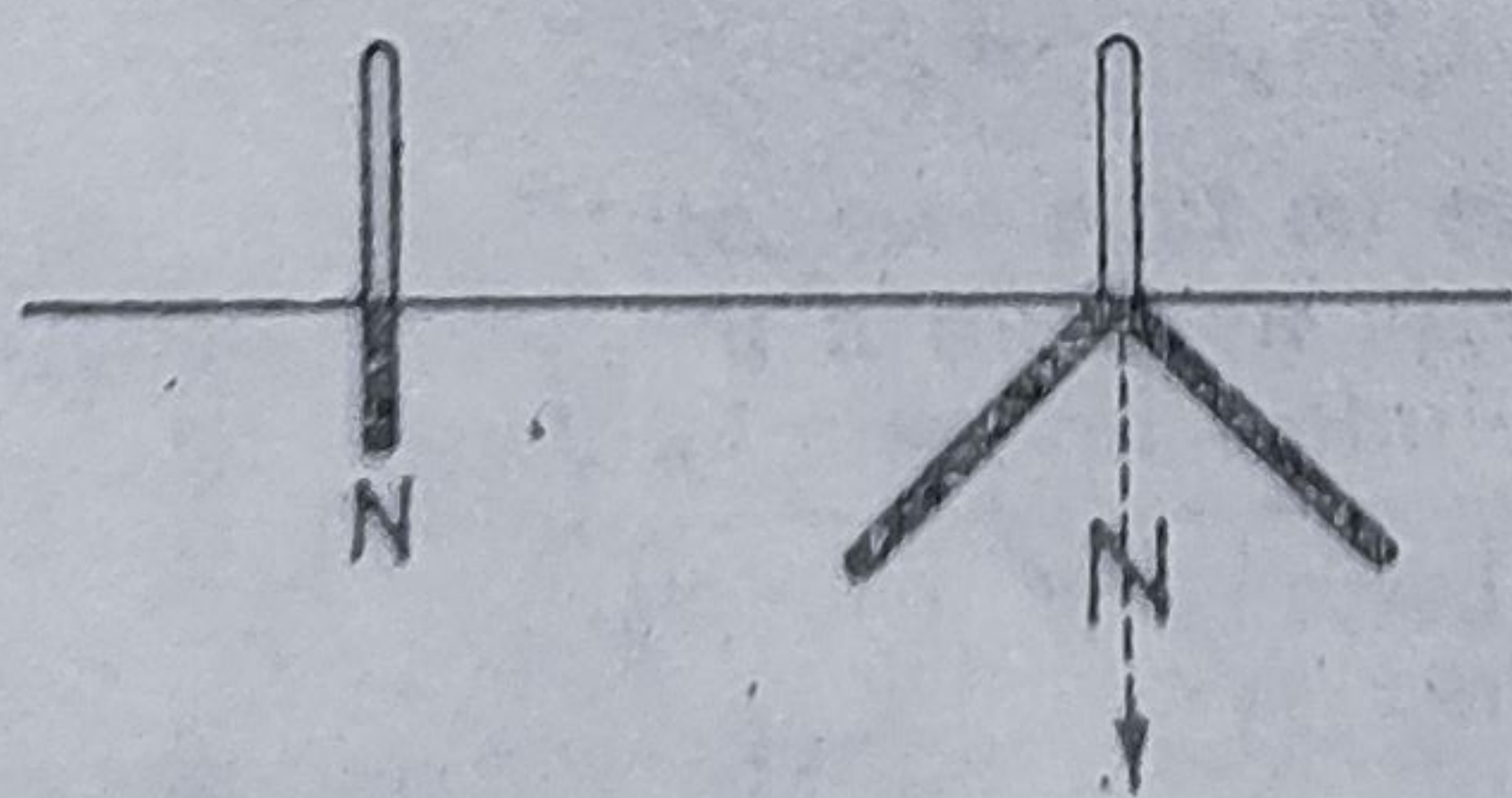


Fig. 21. Determinarea direcției meridianei prin metoda umbrei celei mai scurte și prin metoda umbrelor egale.

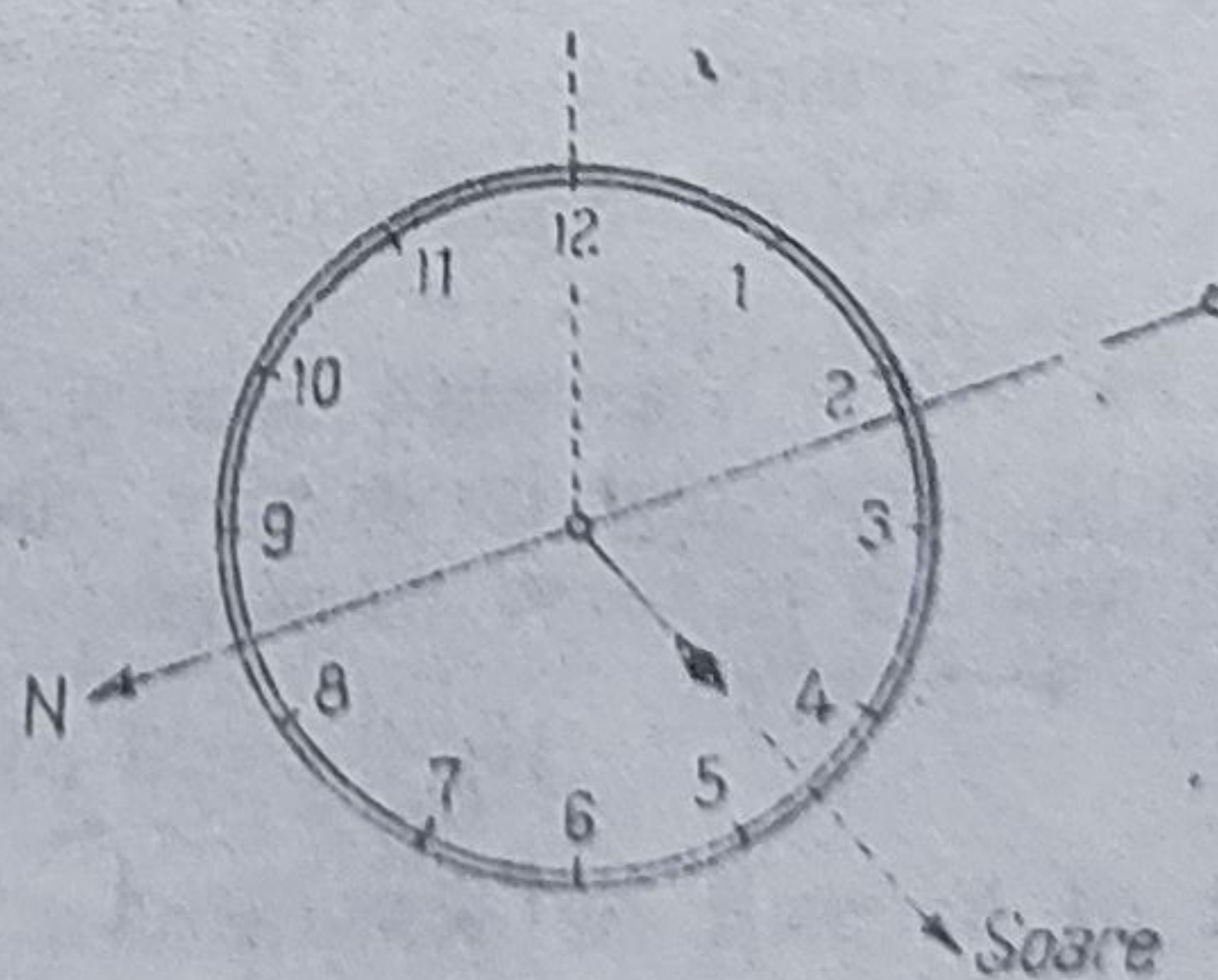


Fig. 22. Determinarea direcției meridianei cu ajutorul ceasornicului.



În timpul nopții, un observator se poate orienta cu ajutorul Stelei polare. Direcția polarei, steaua  $\alpha$  din constelația Ursa Mică, indică direcția nord. Cu ajutorul Lunii, considerînd fazele ei, direcțiile cardinale se obțin astfel :

— la primul pătrar (cu colțurile spre stînga), la ora 18 indică direcția sud ; la orele 24, spre vest ;

— în faza de lună plină, la orele 18 direcția est, la orele 24 direcția sud și la ora 6 direcția vest ;

— la ultimul pătrar (cu colțurile spre dreapta), la ora 0 direcția est iar la ora 6 direcția sud.

Atît ziua cît și noaptea, orientarea observatorului se poate face cu busola, al cărei ac magnetic indică direcția meridianului magnetic și după diferite semne, ca : turlele bisericilor care sînt orientate spre est, vegetație mai abundentă în partea de nord a poienilor din pădure, mușchiul copacilor izolați dezvoltat mai mult pe fața nordică etc.

În cadrul orientării în sens geografic, de obicei se ia ca direcție cardinală fundamentală direcția nordului, față de care se stabilesc și celelalte direcții cardinale (sud, est, vest), precum și direcțiile intercardinale, care împreună formează *roza vînturilor*, cu 32 de brațe, unghiul între două direcții consecutive fiind  $11^{\circ}15'$  (fig. 23).

2) *Orientarea hărții* pe teren se poate efectua cu ajutorul unei busole sau făcînd să coincidă o direcție de pe hartă cu direcția corespunzătoare din teren.

Dacă punctul de stație este fixat și pe hartă, unim acest punct cu un alt punct de pe hartă, identificat și pe teren ; prelungirea dreptei ce trece prin punctul de stație și celălalt punct va da direcția corespunzătoare din natură (fig. 24).

Cînd punctul de stație nu este trecut pe hartă, ne putem orienta cu ajutorul busolei ; se așază busola cu marginea ei rectilinie paralelă cu un meridian al hărții (sau cu cadrul ei vertical) și se rotește harta pînă cînd

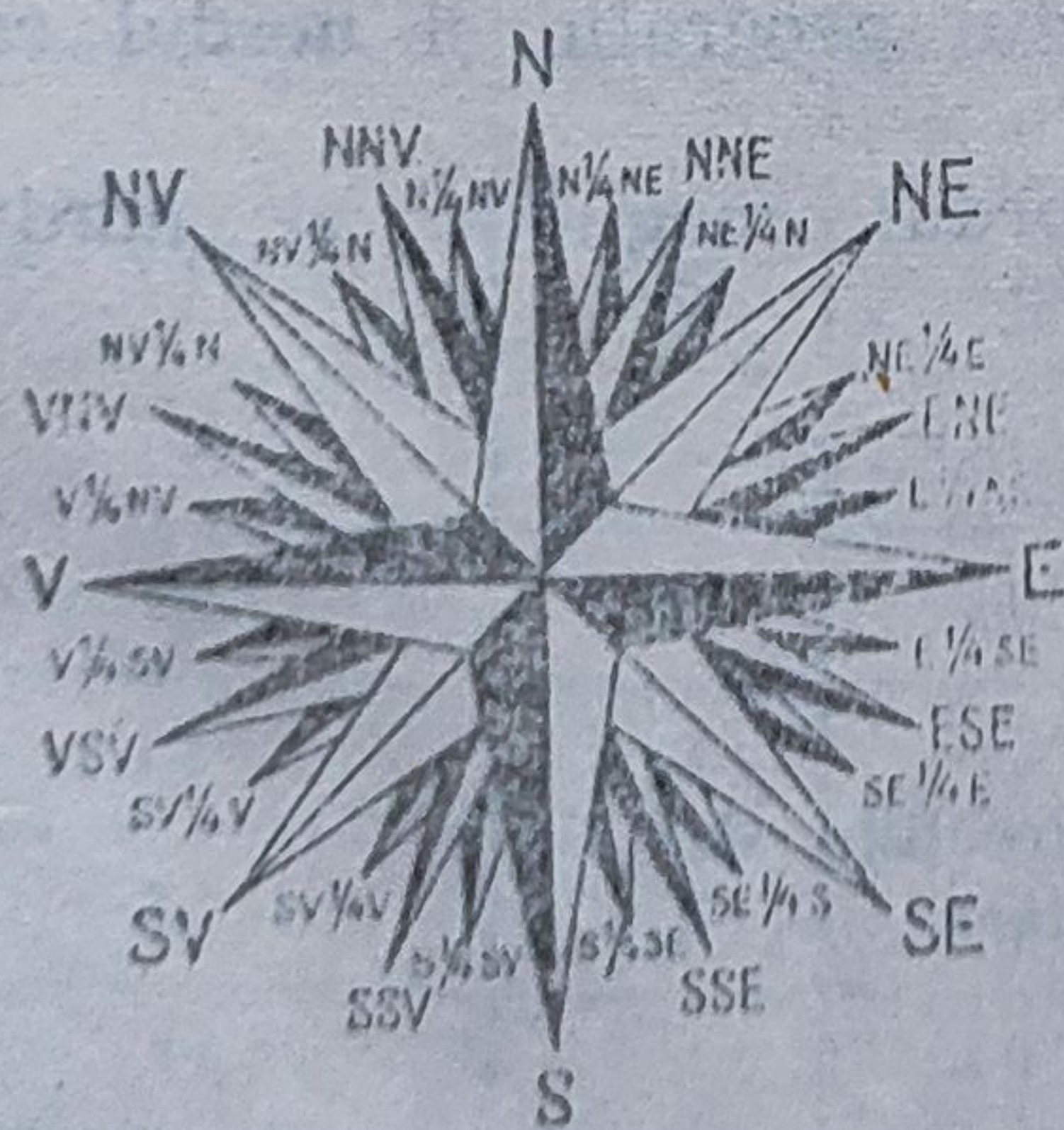


Fig. 23. Roza vînturilor.

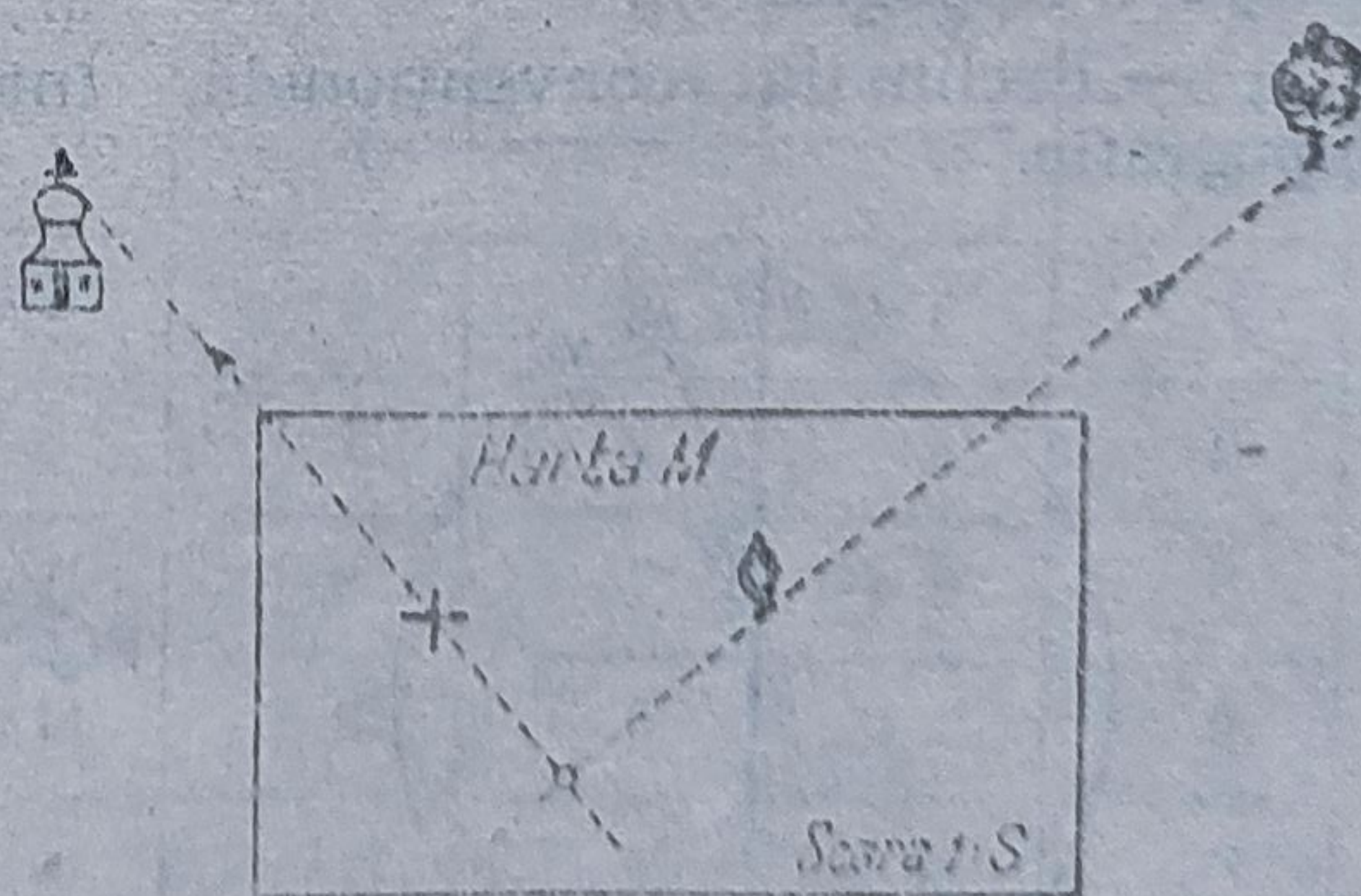


Fig. 24. Orientarea hărții pe direcții cunoscute.



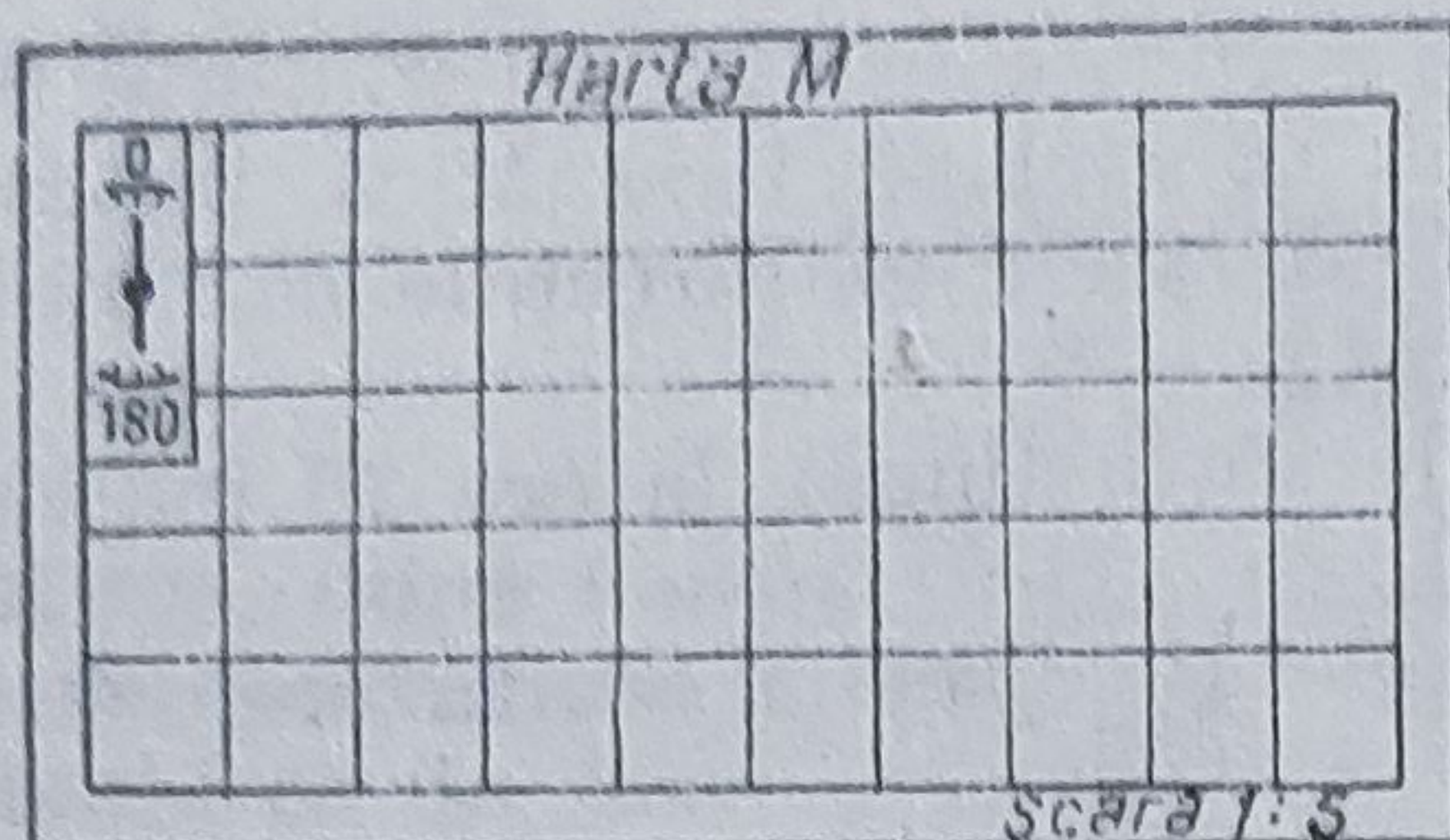


Fig. 25. Orientarea hărții cu busola.

acul magnetic (după încetarea oscilațiilor) se oprește pe direcția 0—180° (20° sau 3 200<sup>0</sup>/<sub>100</sub>) a cadranului. În felul acesta, nordul meridianului de pe hartă coincide cu direcția nord din natură, deci harta este orientată (fig. 25).

b. Orientarea în sens topografic este definită prin unghiul pe care o direcție din teren îl face cu una din direcțiile nord ce trece printr-un punct dat O.

Această orientare se folosește în operațiile geodezice și topografice al căror scop este construcția hărții.

Pe teren nordul se determină în trei moduri. O direcție nord dată de vârful negru al acului magnetic. Polii magnetici ai Pământului diferă de polii geografici. Astfel PN magnetic se află în Peninsula Boothia, la 71° latitudine nordică și 96° longitudine vestică, iar PS magnetic se află în Antarctica, la 73° latitudine sudică și 156° longitudine estică (în dreptul Australiei). Alta este dată de direcția meridianului geografic (cercul mare care trece prin polii geografici ai Pământului) și direcția N, dată de meridianul canevassului (caroiajului) hărții, dreaptă tangentă la meridianul geografic în punctul respectiv, direcție care diferă de la un sistem de reprezentare la altul (fig. 26). Între diferitele direcții nord se formează unghiurile :

$\delta$  — declinația magnetică, între nordul magnetic și nordul geografic ;

$c$  — convergența meridianelor, între nordul geografic și nordul caroiajului (topografic) ;

$\delta_1$  — declinația convențională, între nordul magnetic și nordul topografic.

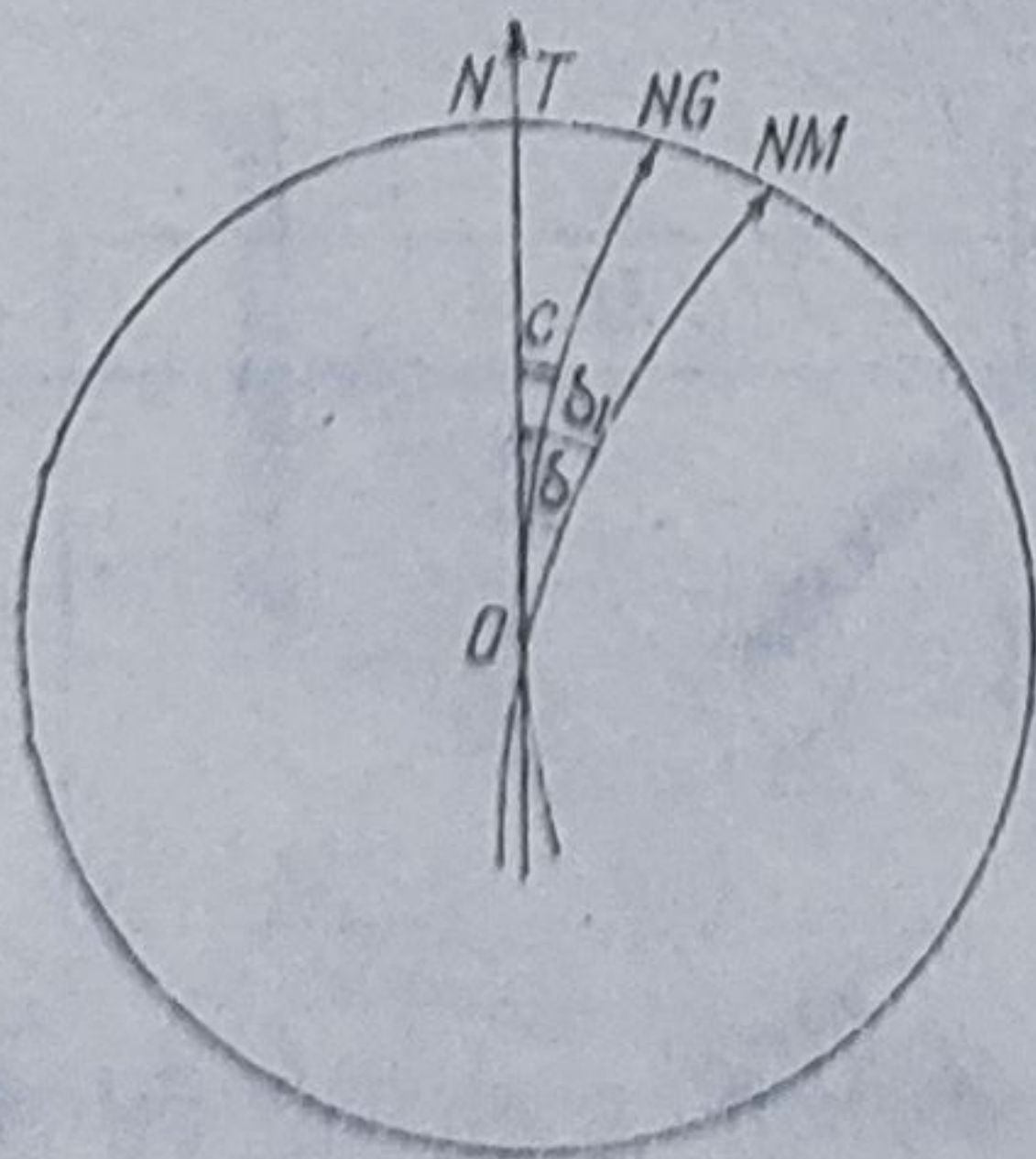


Fig. 26. Direcțiile de orientare.



1) Declinația magnetică ( $\delta$ ) nu are aceleași valori în diferite puncte ale suprafeței Pământului.

Variațiile declinației magnetice sînt de două categorii: variații regulate (seculare, lunare și zilnice) și variații neregulate (accidentale).

Variațiile seculare se manifestă prin deplasarea, în aproximativ 500 de ani, a meridianului magnetic cu  $\pm 22^\circ$  la est și vest de meridianul geografic.

Astfel, în 1580, s-a înregistrat la Paris  $\delta = +9^\circ$  (la est de meridianul geografic), în 1662  $\delta = 0$ , deci meridianul geografic corespundea cu meridianul magnetic, iar în 1816 a ajuns  $\delta = -22^\circ,5$  (la vest de meridianul geografic). Din acest exemplu, reiese că declinația magnetică, în 236 de ani, a avut o amplitudine de  $31^\circ,5$ .

La Londra, în 1580, declinația a fost de  $+11'$  (E), iar în 1814 de  $-24'$  (V).

La București, în 1798, declinația magnetică a înregistrat  $-13'$  (V), în 1933  $0'$ , în 1945  $+1^\circ 3'$  (E), iar în 2045 se prevede a fi  $+10'$  (E).

În medie, variația seculară este de  $5'8$  anual.

Variațiile lunare și diurne ale declinației magnetice se pot urmări în tabela 4 (extras din anuarul pe anul 1951 al Biroului longitudinilor).

Tabela 4

Variația lunară și zilnică a declinației magnetice

Ora Luna	6	8	10	12	14	16	18
I	$-1'$	$-1'$	0	$+4'$	$+4'$	$+2'$	0
II	$-1'$	$-2'$	0	$+5'$	$+6'$	$+2'$	0
III	$-2'$	$-4'$	$-1'$	$+6'$	$+8'$	$+3'$	0
IV	$-3'$	$-6'$	$-2'$	$+8'$	$+9'$	$+4'$	0
V	$-5'$	$-6'$	0	$+7'$	$+8'$	$+4'$	0
VI	$-6'$	$-6'$	$-1'$	$+6'$	$+8'$	$+5'$	$+1'$
VII	$-5'$	$-5'$	$-1'$	$+6'$	$+7'$	$+4'$	$+1'$
VIII	$-4'$	$-5'$	0	$+7'$	$+7'$	$+3'$	0
IX	$-3'$	$-4'$	$+1'$	$+8'$	$+7'$	$+2'$	0
X	$-1'$	$-4'$	$-1'$	$+6'$	$+6'$	$+2'$	0
XI	0	$-1'$	0	$+4'$	$+4'$	$+2'$	0
XII	0	$-1'$	0	$+3'$	$+3'$	$+1'$	0



Din acest tabel reiese că în lunile reci ale anului variațiile diurne ale declinației sînt mai mici decît în lunile mai calde. În cursul unei zile, dimineața, acul magnetic are o deplasare spre vest (declinații negative), în jurul orei 10 declinația are valori nule, apoi valori pozitive (deplasare spre est) și din nou se anulează în jurul orei 18.

Deoarece valorile declinației magnetice zilnice sînt nule către orele 10 și 18, efectuarea măsurărilor magnetice se recomandă în aceste momente, pentru a obține rezultate cît mai corecte.

În afară de variațiile periodice în timp ale declinației magnetice, se pot produce și variații accidentale, bruște, provocate de furtunile magnetice, de aurorele polare, cutremure, fenomene vulcanice etc.

De asemenea, variația declinației mai poate fi influențată de repartiția inegală a maselor magnetice și a curenților electrici apropiați (anomalii magnetice).

În prezent, se execută ridicări magnetice în diferite puncte ale globului (200 stații), lucrări care au început în perioada Anului Geofizic Internațional, A.G.I. (1957—1959). Datele noi obținute au servit pentru introducerea corecțiilor pe hărțile magnetice vechi.

În cadrul Anului Internațional al Soarelui Calm, A.I.S.C., se prevede efectuarea ridicării magnetice mondiale cu ajutorul sateliților artificiali și al rachetelor cosmice.

2) Convergența meridianelor ( $c$ ) variază după sistemul de proiecție utilizat. În proiecții cu meridiane drepte, convergența este constantă (fig. 27) :

$$c = \sin \varphi_0 (\lambda - \lambda_0),$$

unde  $\varphi_0$  și  $\lambda_0$  sînt coordonatele geografice ale originii, iar  $\lambda$  longitudinea punctului considerat.

La sistemele de proiecție cu meridiane curbe, convergența variază de-a lungul aceluiași meridian. În acest caz, unghiul de convergență este format din tangenta la meridianul locului, cu direcția meridianului canवासului care trece prin punctul dat (fig. 28) :

$$c = \sin \varphi (\lambda - \lambda_0),$$

unde  $\varphi$  este latitudinea unui punct oarecare.

Convergența meridianelor se mai poate obține grafic sau numeric, înscrisă în colțul de NV sau pe latura sudică a hărții, prin valoarea ei medie pentru toate punctele aflate pe hartă. Ea este pozitivă cînd localitatea se află la vest de meridianul central și negativă la est de acest meridian.

3) Declinația convențională ( $\delta_1$ ) se determină în funcție de declinația magnetică și de convergența meridianelor.

Cunoscînd cele trei unghiuri, o direcție oarecare din teren poate fi definită de unghiul pe care îl formează cu una din direcțiile nord (fig. 29) :



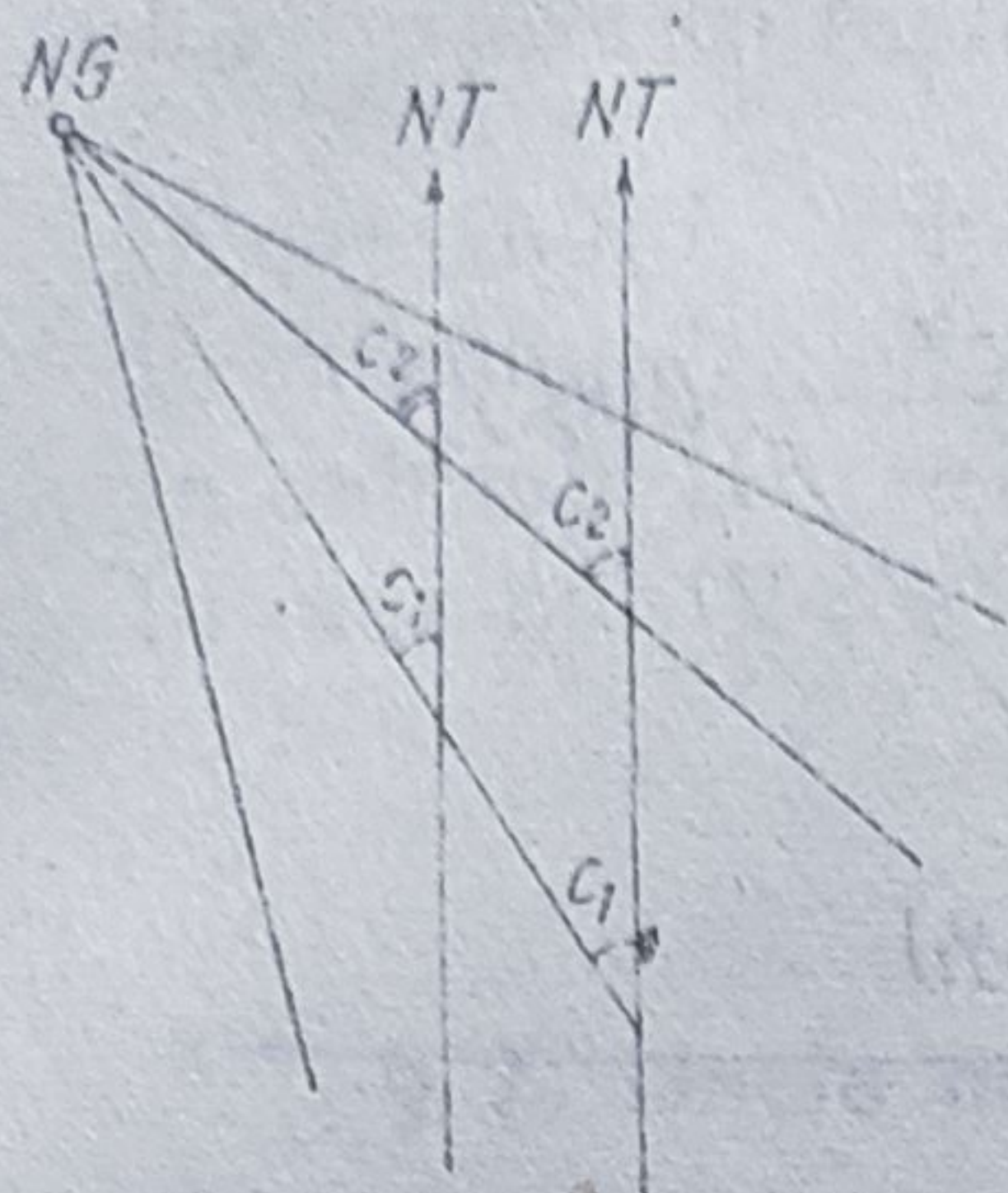


Fig. 27. Convergența meridianelor. Meridiane drepte.

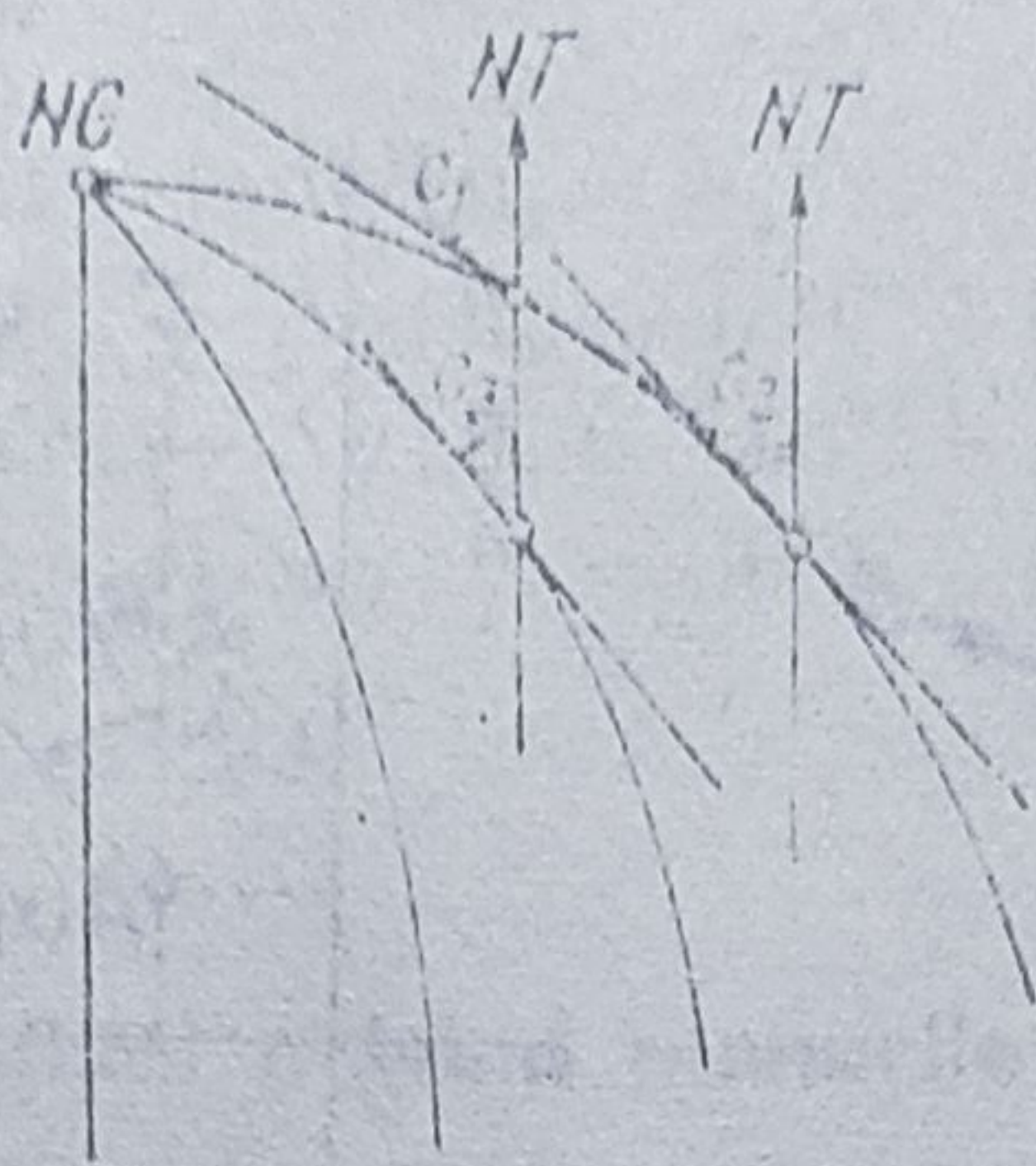


Fig. 28. Convergența meridianelor. Meridiane curbe.

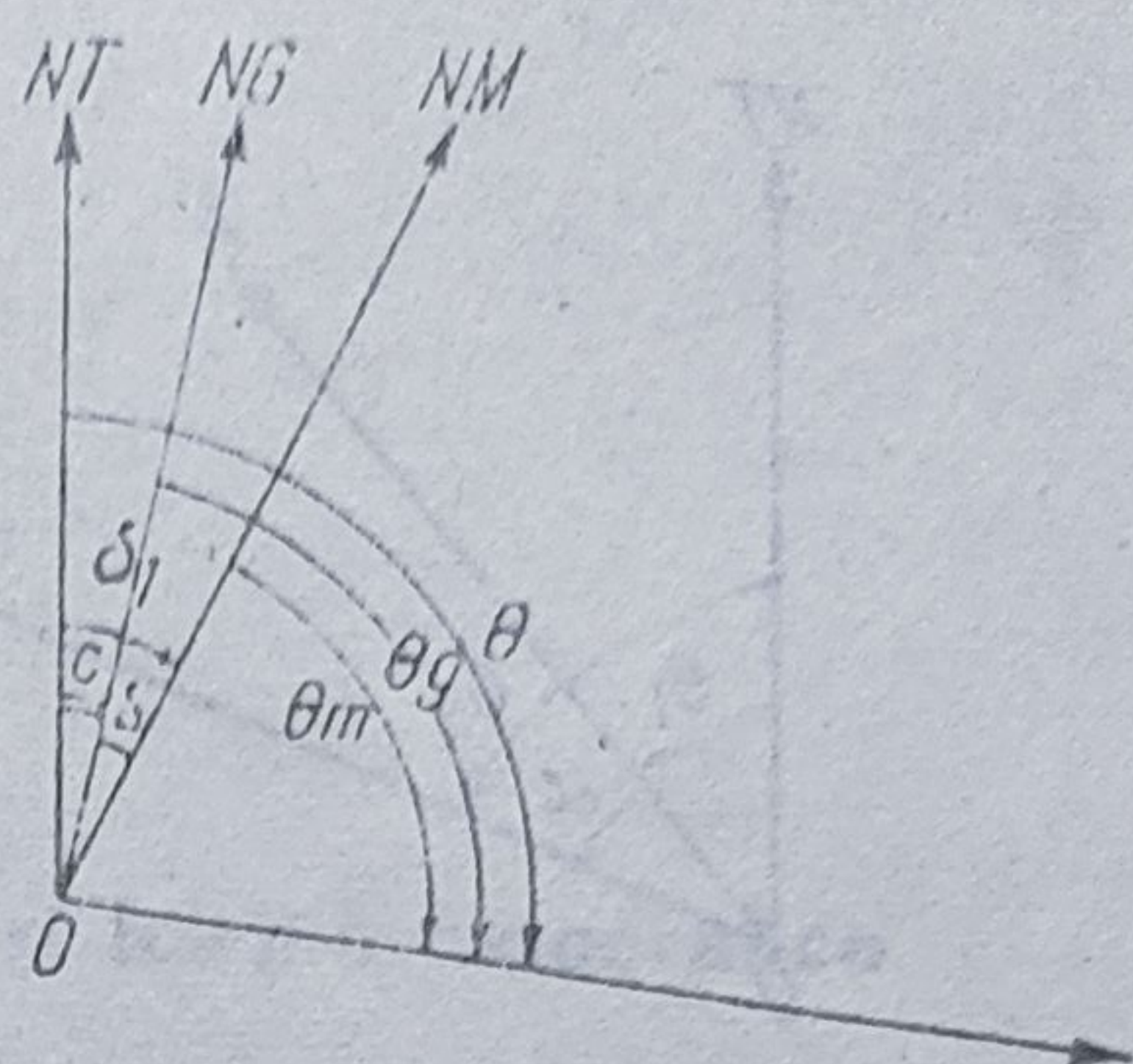


Fig. 29. Unghiurile de orientare.

a) Azimutul magnetic sau orientarea magnetică ( $\theta_m$ ) a direcției OA este unghiul format de direcția nordului magnetic cu direcția dată, măsurată de la NM, în sensul acelor de ceasornic.

b) Azimutul geografic sau orientarea geografică ( $\theta_g$ ) a direcției OA este unghiul format de direcția nordului geografic cu direcția respectivă, măsurată de la NG, în același sens.

c) Azimutul topografic sau orientarea topografică ( $\theta$ ) este unghiul dintre direcția nordului sistemului de reprezentare plană și direcția considerată, păstrându-se același sens de măsurare ca și la celelalte direcții.

Din figura 29 rezultă :

$$\theta_m = \theta_g - \delta$$

$$\theta_g = \theta_m + \delta$$

$$\theta = \theta_m + \delta_1$$

$$\theta_m = \theta - \delta_1$$

$$\theta_g = \theta - c$$

$$\theta = \theta_g + c$$

(declinația magnetică și convergența se consideră cu semnul respectiv).

Coordonatele geografice (latitudinea și longitudinea) și azimutele magnetice și geografice sînt *valori absolute*, deoarece sînt definite pe elipsoid.

Coordonatele rectangulare și orientarea topografică sînt *valori relative*, întrucît sînt definite pe hartă și se modifică în funcție de sistemul de reprezentare utilizat.

Pe teren, orientarea unei direcții se poate determina plecînd de la o direcție cunoscută (a cărei orientare este dată), prin măsurarea unghiului dintre cele două direcții (fig. 30) :

$$\theta_2 = \theta_1 + \alpha.$$

Pe hartă, orientarea se obține prin măsurarea cu raportorul a unghiului format de meridianul ce trece prin punctul dat și direcția a cărei orientare vrem s-o determinăm.



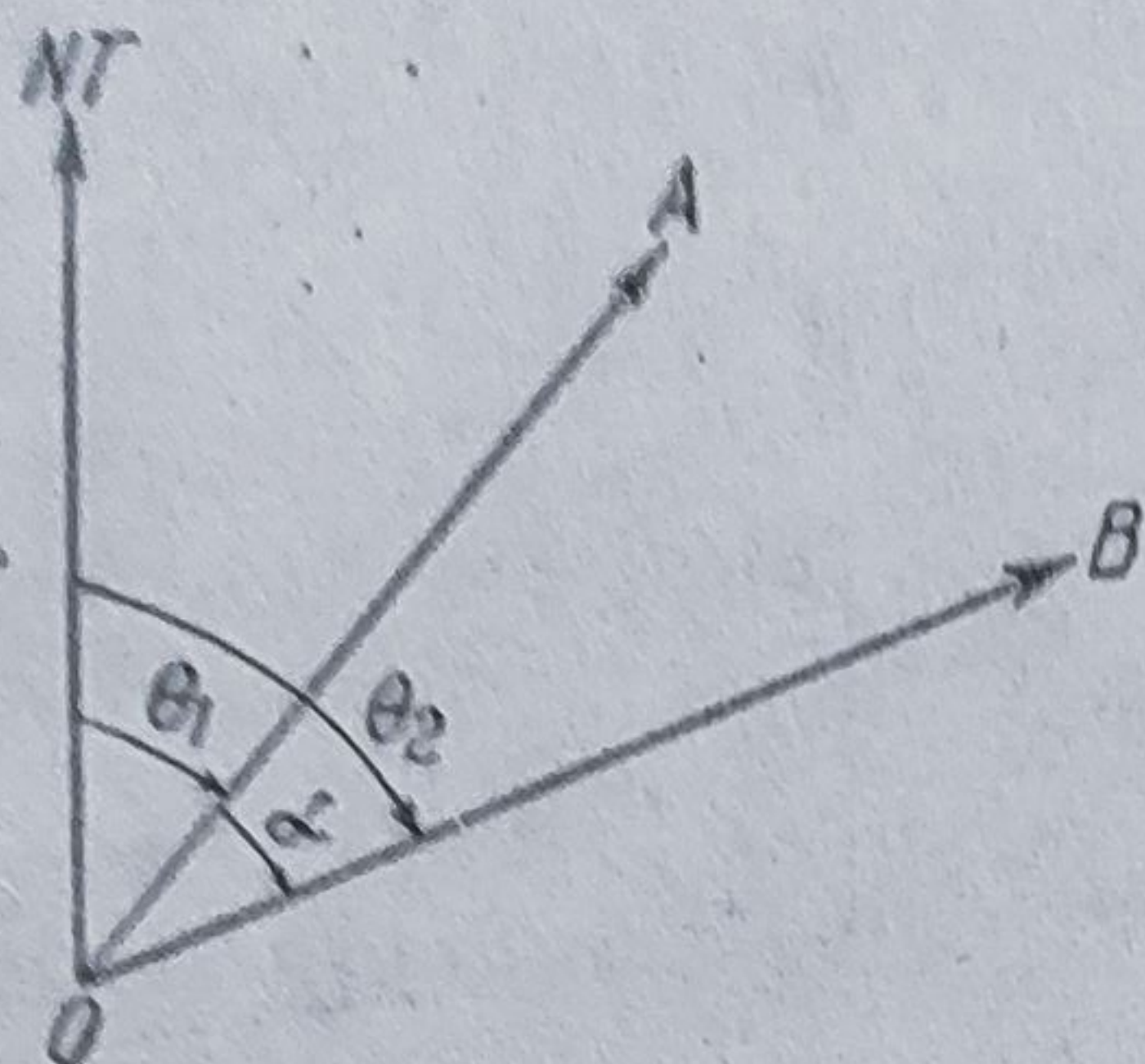


Fig. 30. Orientarea unei direcții plecând de la o direcție cunoscută.

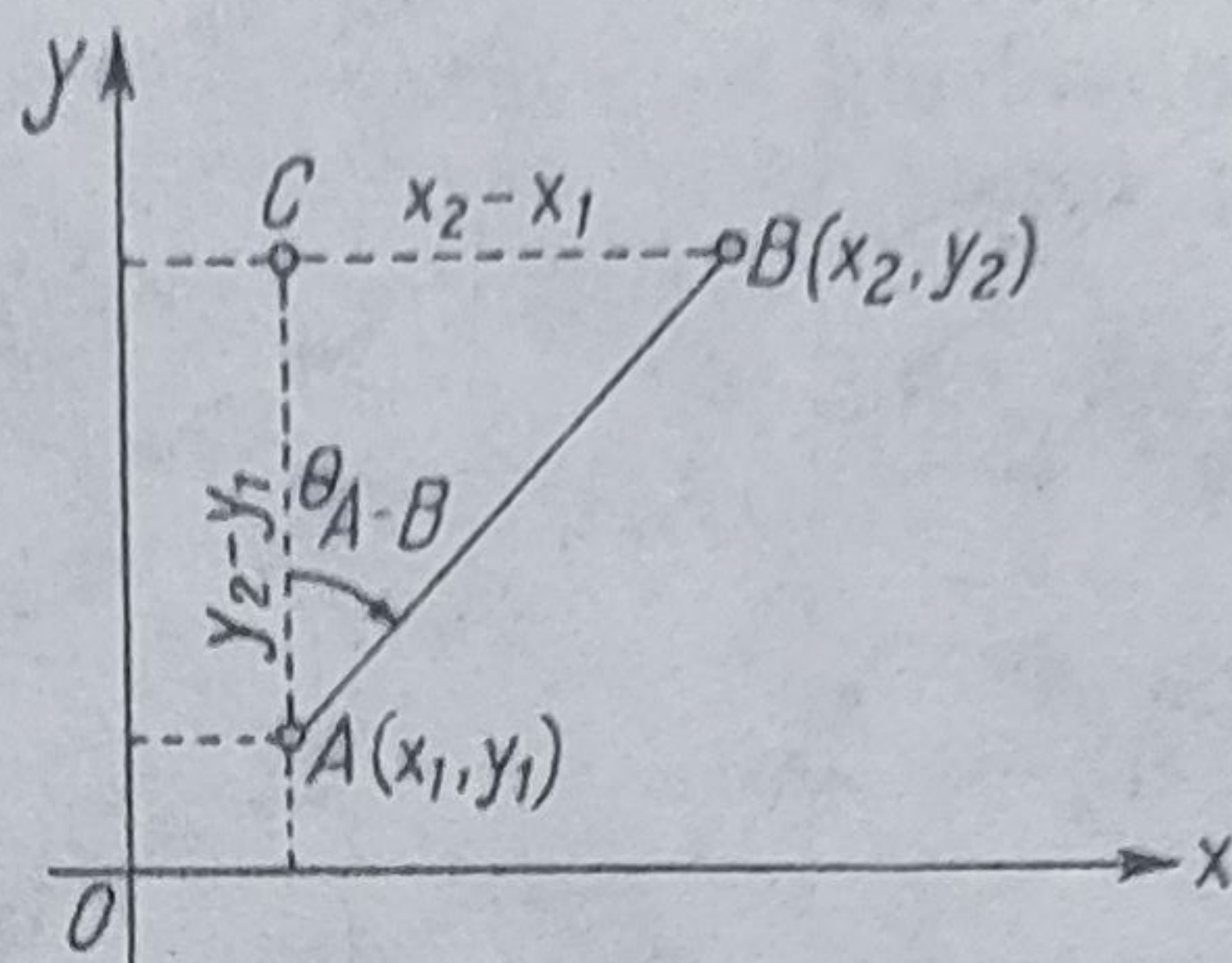


Fig. 31. Determinarea orientării din coordonate.

Când se cunosc coordonatele rectangulare a două puncte,  $A(x_1, y_1)$  și  $B(x_2, y_2)$  ce definesc o direcție  $AB$ , orientarea topografică se obține prin relația (fig. 31):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{\Delta x}{\Delta y}.$$

Semnul diferenței  $\Delta x$  și  $\Delta y$  este dat de poziția (cadrantul) punctului  $B$  față de punctul  $A$ .

Cadranele topografice se succed în sensul acelor de ceasornic (invers cadranelor trigonometrice). Originea măsurării arcelor se află pe verticala  $yO$ , arcele având valori crescînde de la  $0^\circ$  la  $360^\circ$  ( $400^s$ ). Din figura 32 desprindem valorile orientărilor topografice în cele patru cadrane.

Orientările direcțiilor inverse  $AO$ ,  $BO$ ,  $CO$ ,  $DO$  diferă de cele directe cu  $180^\circ$  ( $200^s$ ).

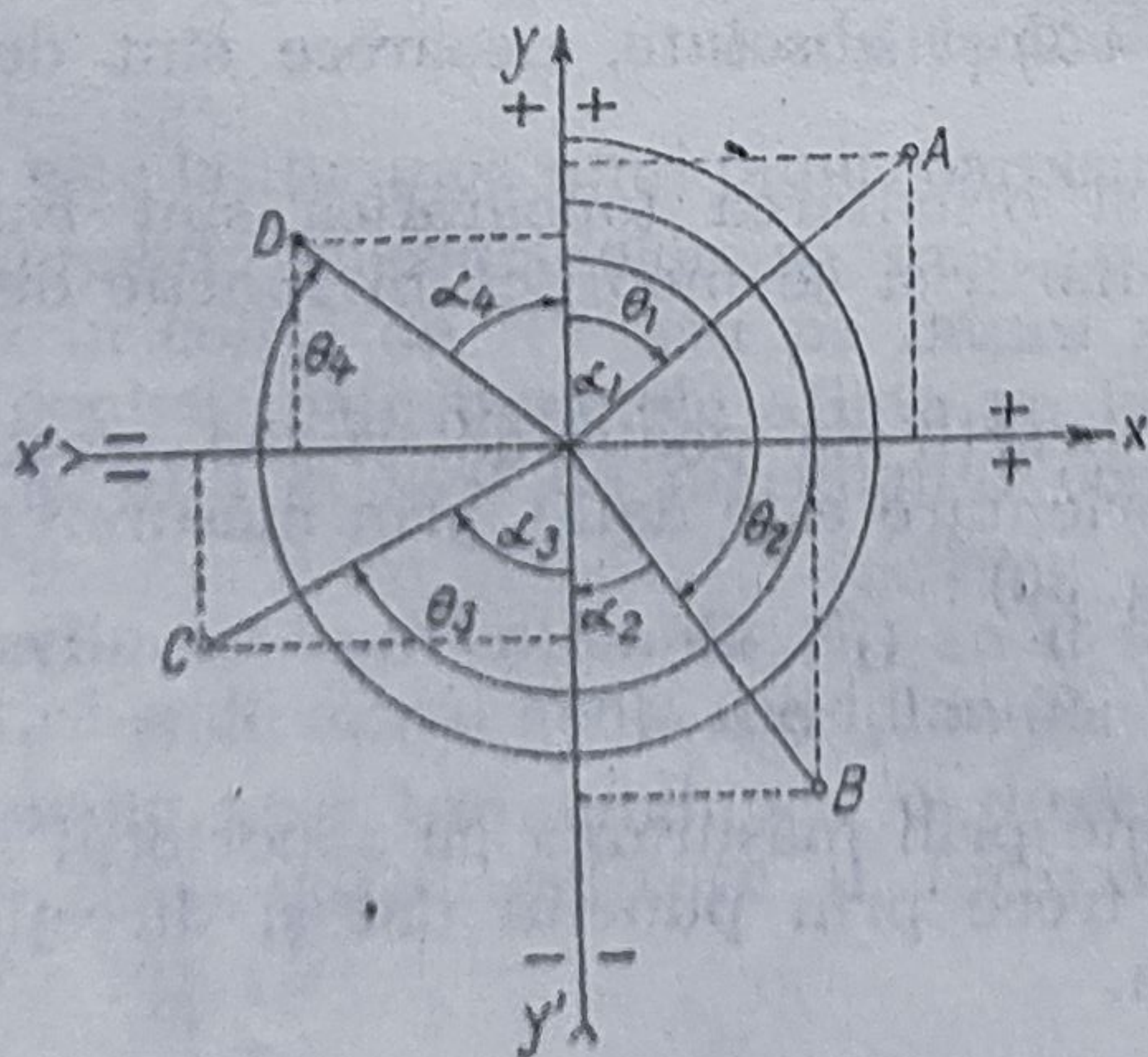


Fig. 32. Orientarea topografică în cele patru cadrane.



Semnele diferențelor  $\Delta x$  și  $\Delta y$  și valorile unghiurilor de calcul  $\alpha$  rezultă din aceeași figură.

În cadranul I :  $+\Delta x; +\Delta y; 0_1 = \alpha_1$

În cadranul II :  $+\Delta x; -\Delta y; 0_2 = 180^\circ - \alpha_2$

În cadranul III :  $-\Delta x; -\Delta y; 0_3 = 180^\circ + \alpha_3$

În cadranul IV :  $-\Delta x; +\Delta y; 0_4 = 360^\circ - \alpha_4$ .

## § 7. Unele noțiuni privind planurile și hărțile topografice

Măsurătorile planimetrice și altimetrice din teren au ca rezultat direct planul și harta topografică.

Prin *plan topografic* se înțelege reprezentarea terenului la o scară mare (1 : 100—1 : 20 000), unde suprafețe mici sînt redată cu multe detalii și cu o mare precizie. Deoarece scara mare nu permite redarea unor suprafețe mari, porțiunile terestre reprezentate se consideră plane, de aici și denumirea acestor reprezentări.

*Harta topografică* este reprezentarea unei suprafețe mai mari de teren (o regiune, o țară etc.), la scări cuprinse între 1 : 25 000—1 : 200 000, cu toate detaliile vizibile mai importante care pot fi supuse ridicărilor topografice, ținînd cont de sfericitatea Pămîntului.

Pentru cunoașterea elementelor asupra cărora topograful trebuie să-și îndrepte atenția, este necesară prezentarea unor elemente ale acestor reprezentări. Orice plan sau hartă topografică are o bază matematică, elemente de conținut și elemente de întocmire. Un element comun atît planurilor cît și hărților topografice îl constituia *scara de proporție*. Alte elemente comune sînt *canevasul* (sistemul de reprezentare plană) și *punctele de sprijin* (baza geodezică și topografică).

Întrucît hărțile topografice și unele planuri cuprind suprafețe mari, imposibil de reprezentat pe o singură planșă, acestea sînt împărțite în porțiuni (secțiuni) denumite *foi topografice*. Pentru stabilirea poziției unei asemenea foi, pe cuprinsul unei țări sau uneori a globului terestru, se folosesc diferite *sisteme de nomenclatură*.

Dintre elementele de conținut ale planurilor și hărților topografice, o atenție deosebită se acordă *formelor de relief*.

Elementele enumerate mai sus vor fi tratate în continuare, urmînd ca celelalte elemente să fie analizate la partea de cartografie.

a. *Scara de proporție*. Trecerea de la dimensiunile măsurate pe teren la cele de pe plan sau hartă se face cu ajutorul unui raport constant de micșorare numit *scară de proporție* sau, pe scurt, *scară*.

Cea mai fidelă reprezentare a Pămîntului se obține prin proiectarea punctelor de pe sfera terestră pe un glob geografic (fig. 33).



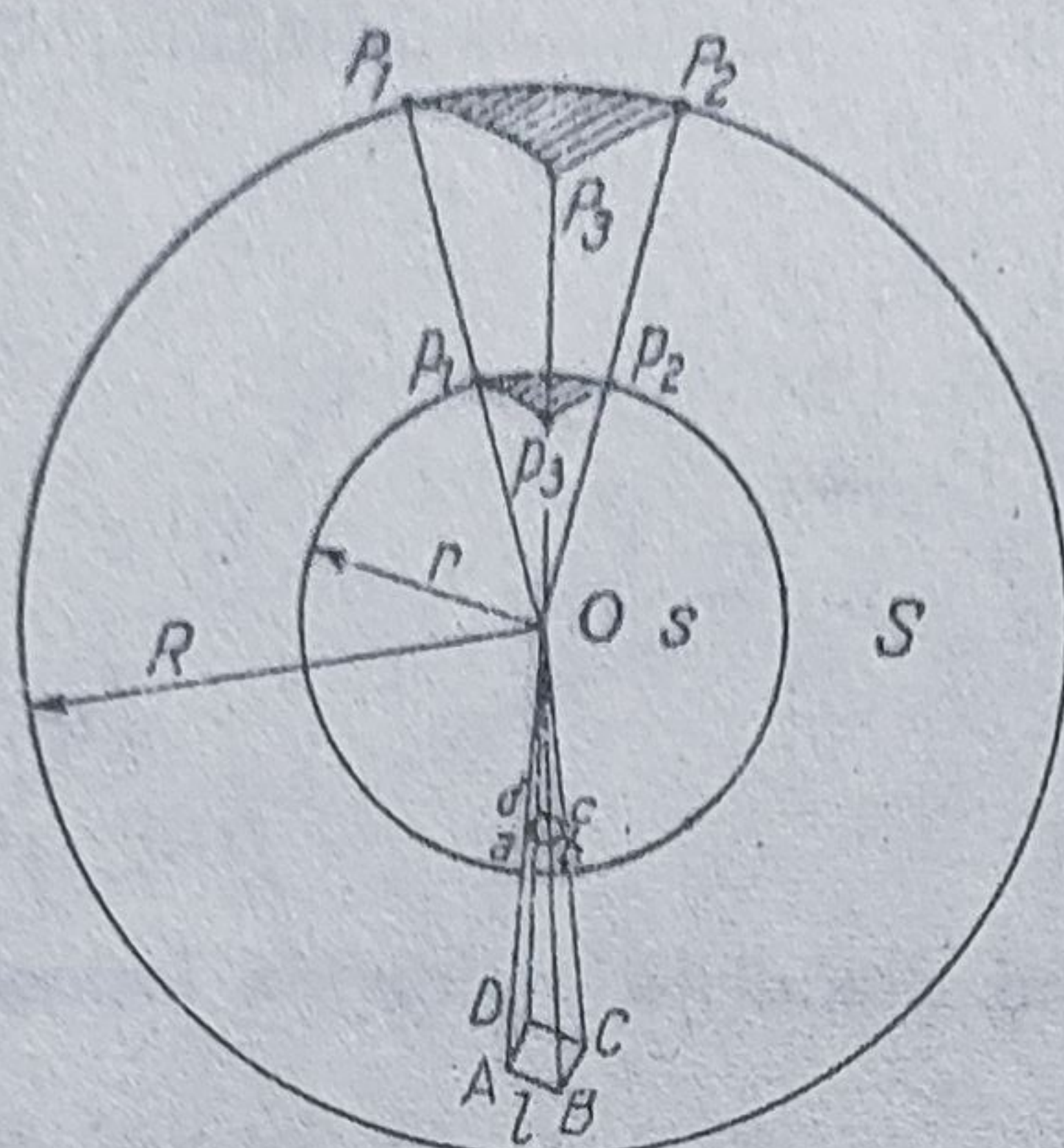


Fig. 33. Reprezentarea  
pe un glob geografic

Fiind date două sfere concentrice în  $O$ ,  $S$  și  $s$ , cu razele  $R$  și  $r$ , punctelor  $P_1$  și  $P_2$  de pe sfera  $S$  le corespund în reprezentare punctele  $p_1$  și  $p_2$  pe sfera  $s$ ; lungimii  $P_1P_2$  îi corespunde  $p_1p_2$ ; triunghiului sferic  $P_1P_2P_3$  de pe globul terestru îi corespunde pe globul geografic triunghiul sferic asemenea  $p_1p_2p_3$ , deoarece unghiurile sînt egale, iar laturile proporționale, reduse în raportul  $r : R$ ; unui pătrat foarte mic  $ABCD$  de latură  $l$  de pe suprafața terestră îi corespunde pe globul geografic un pătrat cu latura  $l \cdot \frac{r}{R}$ , astfel că unei arii terestre  $l^2$  îi corespunde în reprezentare un pătrat cu aria  $l^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}$ .

Orice linie de pe sfera terestră va apărea în reprezentare (pe glob) redusă în raportul  $\frac{r}{R}$  și orice arie (pătrat) în raportul  $l^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}$ .

Harta fiind reprezentarea deformată a suprafeței terestre (sfera nu se poate întinde pe un plan), prezintă unele inconveniente în ceea ce privește scara de proporție, care nu este aceeași pe toată întinderea ei.

Pe hărțile la scară mică, care reprezintă suprafețe mari de teren, scara este constantă pe anumite linii și direcții, în funcție de elementele nedeformate în trecerea de la suprafața sferică la cea plană (scara principală).

Pe hărțile la scară mare (planuri, hărți topografice), unde sfericitatea Pământului se poate neglija, scara de proporție corespunde definiției ei, respectiv raportului dintre dimensiunile orizontale grafice ( $d$ ) și cele corespunzătoare din teren ( $D$ ), exprimate în aceleași unități de măsură.

Scara de proporție, ca element matematic al hărții, se poate exprima numeric, grafic și prin indicarea directă a lungimii de pe hartă și a corespondenței ei din teren ( $1 \text{ cm} = 100 \text{ m}$ ).

Scara numerică este o fracție ordinară în care numărătorul indică lungimea grafică (de obicei unitatea în centimetri), iar numitorul lungimea corespunzătoare din natură (tot în centimetri).



În legătură cu scara, se pot pune trei probleme :

a) Când se dă lungimea naturală măsurată în teren  $D$  și lungimea grafică  $d$ , atunci :

$$\frac{1}{n} = \frac{d}{D}$$

b) Când se dă scara  $1 : n$  și distanța naturală  $D$  ;

$$d = \frac{D}{n}$$

c) Când se dă scara  $1 : n$  și distanța grafică  $d$ ,

$$D = d \cdot n$$

Numitorul scării numerice arată de câte ori distanțele reduse la orizont  $D$  sînt micșorate pe plan și hartă. Cu cît numitorul este mai mic, cu atît fracția este mai mare ; în consecință, și scara este mai mare și invers. De exemplu,  $\frac{1}{5\,000} > \frac{1}{300\,000}$ .

**Aplicații ale scărilor numerice.**

Să se afle scara unei hărți pe care am măsurat distanța între două localități egală cu 8 cm, știind că distanța reală este de 160 km.

Cunoscînd

$$\frac{1}{n} = \frac{d}{D} \text{ și } n = \frac{D}{d}$$

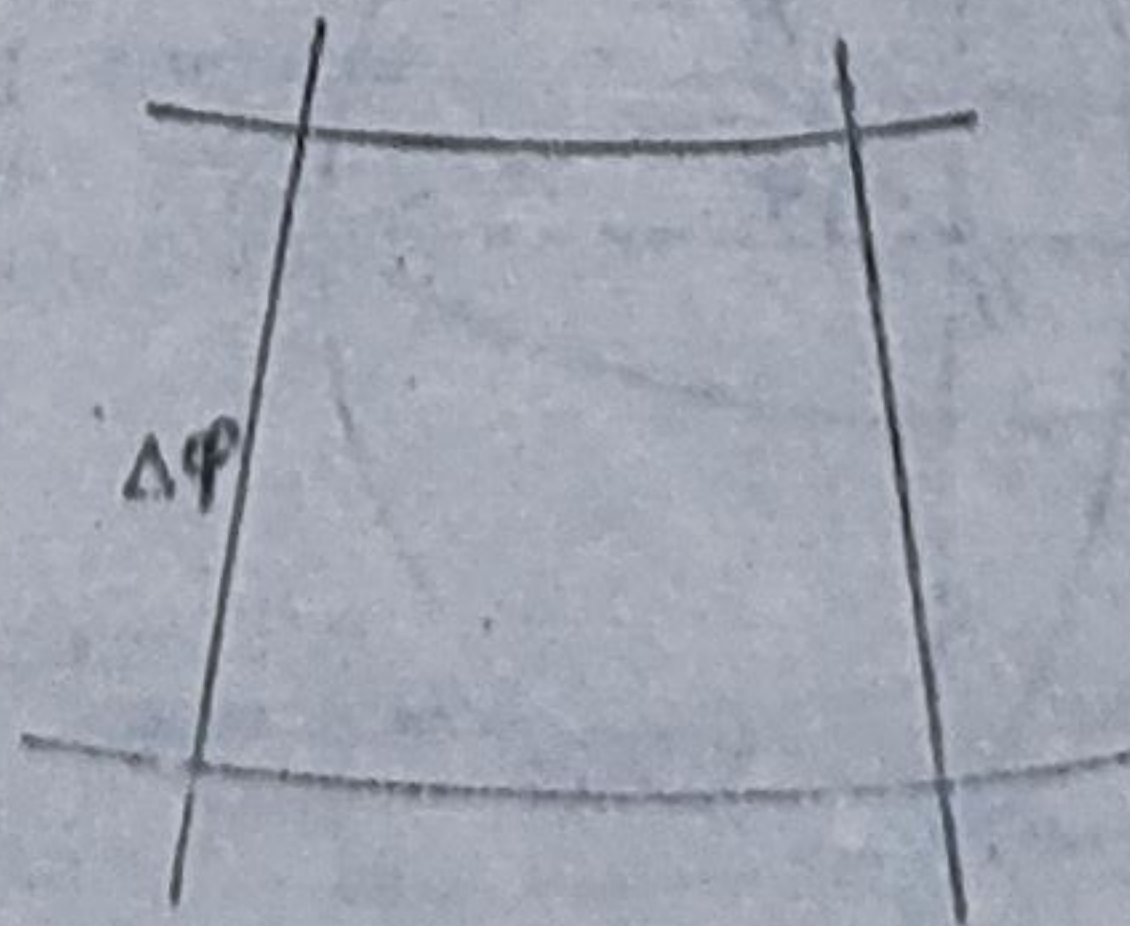
atunci

$$n = \frac{D}{d} = \frac{160 \text{ km}}{8 \text{ cm}} = \frac{16\,000\,000 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 2\,000\,000$$

Deci scara va fi  $1 : 2\,000\,000$  ;  $1 \text{ cm} = 20 \text{ km}$

În cazul că o hartă nu are trecută scara, aceasta se obține din raportul dintre lungimea grafică măsurată în centimetri între două paralele consecutive ( $\Delta\varphi$ ) și mărimea naturală a gradelor de latitudine exprimată în unități de lungime (km), știind că arcul de meridian de  $1^\circ$  este egal, în medie, cu 111 km (fig. 34).

Fig. 34. Determinarea scării de proporție prin măsurarea grafică a diferenței de latitudine.





*Exemplu.* Să se afle scara unei hărți geografice cu rețeaua cartografică trasată din  $10^\circ$  în  $10^\circ$ , pe care am măsurat lungimea grafică între două paralele consecutive egală cu 11,1 cm.

Avem :

$$\frac{1}{n} = \frac{d}{D} \quad d = 11,1 \text{ cm}$$

$$n = \frac{D}{d} \quad D = 10 \cdot 111 = 1110 \text{ km}$$

$$n = \frac{111\,000\,000}{11,1} = 10\,000\,000.$$

Deci scara hărții va fi  $1 : 10\,000\,000$  ;  $1 \text{ cm} = 100 \text{ km}$ .

Pentru obținerea scării unei hărți, prin măsurarea unui arc de paralelă, va trebui să calculăm lungimea naturală a paralelei respective, definită prin latitudinea sa (fig. 35).

Lungimea paralelei  $AA'$ , care este un cerc de rază  $r$ , va fi  $2\pi r$ , unde  $r$ , exprimat în funcție de raza sferei  $R$  și de latitudinea  $\varphi$  va fi  $r = R \cos \varphi$  ;

Pentru un arc oarecare  $\Delta\lambda$ , lungimea naturală a acestuia va fi  $\frac{2\pi R \cos \varphi}{k}$ , unde  $k = \frac{360^\circ}{\Delta\lambda}$ .

*Exemplu.* Să se afle scara unei hărți cu rețeaua cartografică trasată din  $10^\circ$  în  $10^\circ$ , pe care am măsurat distanța grafică între două meridiane consecutive, la latitudinea de  $60^\circ$ , egală cu 5,5 cm.

$$\frac{1}{n} = \frac{d}{D} \quad d = 5,5 \text{ cm} \quad D = \frac{2\pi R \cos \varphi}{36}$$

$$n = \frac{D}{d} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} ; R = 6\,371 \text{ km}$$

$$n = \frac{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6\,371}{36} \cdot \frac{1}{2}}{5,5} = \frac{3,14 \cdot 6\,371}{36 \cdot 5,5} = 10\,100\,000$$

Scara va fi  $1 : 10\,100\,000$  ;  $1 \text{ cm} = 101 \text{ km}$ .

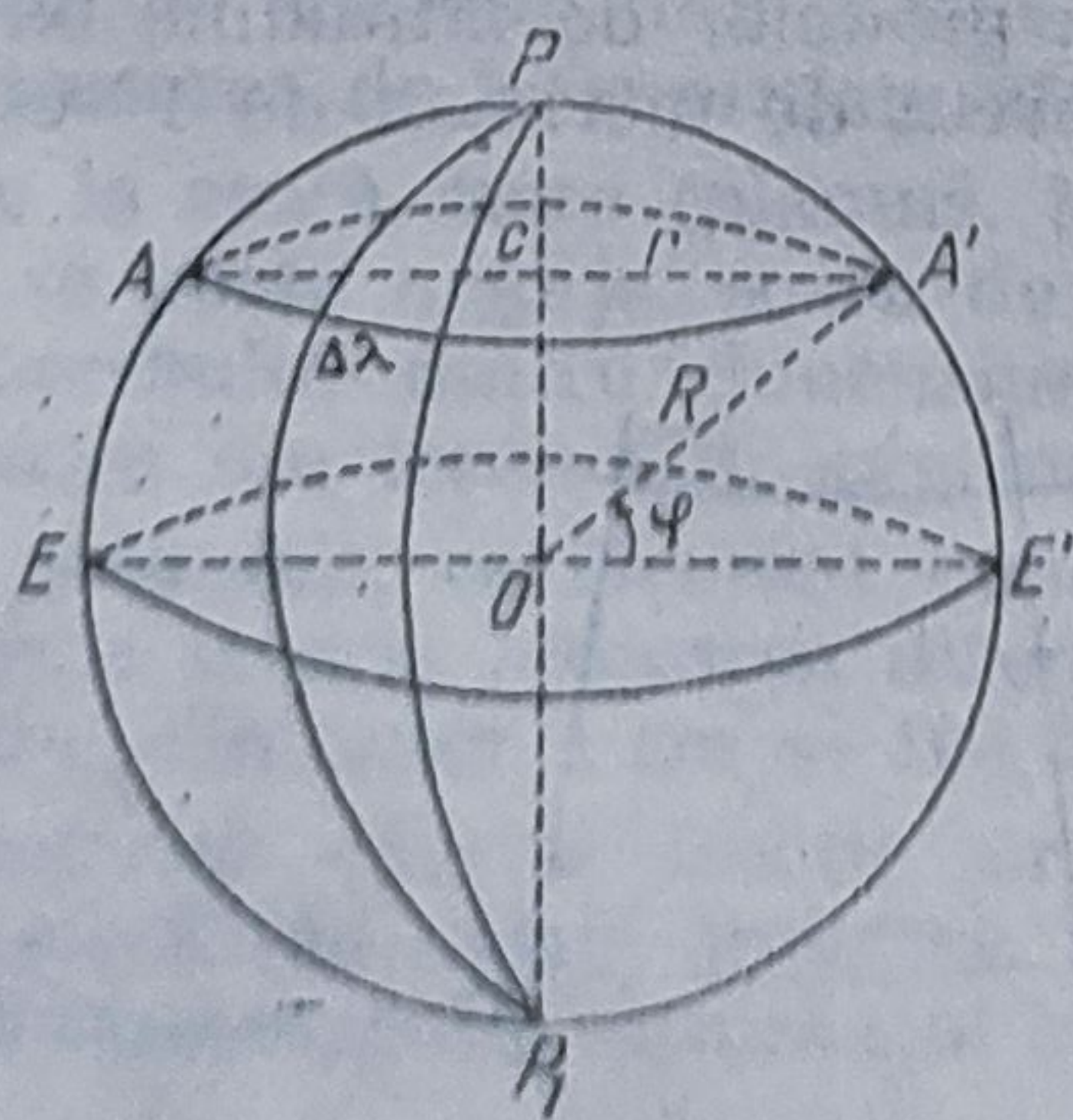


Fig. 35. Determinarea scării de proporție prin măsurarea grafică a unui arc de paralelă.



În cazul că se cere determinarea scării unui glob geografic negru (utilizat ca material didactic demonstrativ), aceasta se poate afla din raportul circumferințelor  $LG$  și  $lg$  :

$$\frac{1}{n} = \frac{lg}{LG}; n = \frac{LG}{lg},$$

$lg$  fiind circumferința globului geografic care se poate măsura cu o sfoară sau un metru de croitorie (exprimată în centimetri) și  $LG$  circumferința globului terestru = 40 000 km.

*Exemplu.* Cunoscând circumferința globului didactic 125 cm, scara de proporție va fi :

$$n = \frac{4\,000\,000\,000}{125} = 32\,000\,000.$$

Rezultă scara 1 : 32 000 000 ; 1 cm = 320 km.

Scara se poate afla și ca raport al razelor celor două sfere :

$$\frac{1}{n} = \frac{r}{R},$$

unde  $r = \frac{lg}{2\pi} = \frac{125}{6,28}$  și  $R = 6\,371$  km.

Scara grafică este raportul numeric  $\frac{d}{D}$  exprimat printr-o construcție grafică centimetrică.

Scara grafică, după modul de construcție și precizia măsurării, este de două feluri : *simplă* sau *liniară* și *compusă* sau *cu transversale*.

Pentru construirea unei scări grafice simple, se divide o dreaptă orizontală — în mod curent din centimetru în centimetru — fixându-se originea în punctul  $O$  (fig. 36).

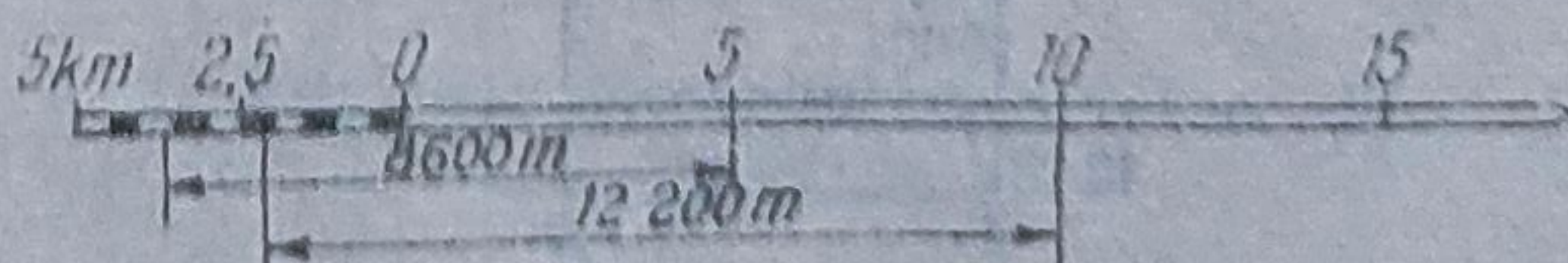
În dreapta originii se notează diviziunile cu lungimile valorilor naturale corespunzătoare scării date, iar în stânga originii se divide un centimetru (*talonul*) în zece părți (de obicei), dând posibilitatea să se măsoare lungimi pînă la a zecea parte (milimetru) dintr-o diviziune din dreapta originii (se pot estima și fracțiuni de milimetru).

*Aplicație :* Pe o scară grafică simplă (liniară) la 1 : 250 000 să se reprezinte distanțele naturale 8 600 m și 12 200 m (fig. 37).

Fig. 36. Scara grafică simplă generală.



Fig. 37. Scara grafică simplă 1 : 250 000.





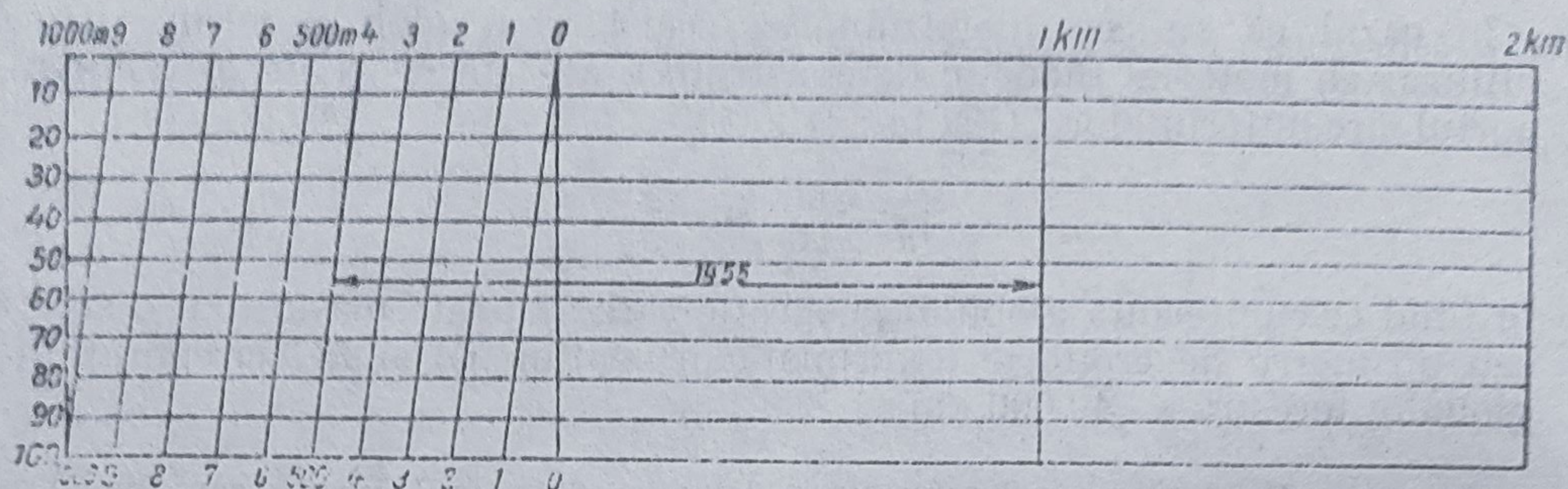


Fig. 38. Scara grafică compusă (cu transversale).

Scara grafică compusă (cu transversale) este formată din două scări grafice simple paralele, avînd trasate între ele — de obicei — 9 drepte paralele echidistante.

Cele două scări grafice simple și taloanele lor se divizează și se notează corespunzător distanțelor naturale la scara propusă, de asemenea orizontalele (fig. 38).

Talonul scării grafice compuse se completează unind oblic diviziunea zero de pe scara grafică simplă superioară cu diviziunea 1 de pe cea inferioară, 2 cu 3, 3 cu 4 și așa mai departe.

Fiecare orizontală fiind dusă, de exemplu, la 1 : 10 din spațiul dintre cele două scări, atunci și creșterea orizontalelor, din paralelă în paralelă, va fi tot de 1 : 10 din spațiul respectiv (fig. 39).

**Aplicație.** Pentru a măsura o distanță cu ajutorul scării grafice cu transversale (fig. 38), de exemplu 1455 m, considerăm astfel : luăm 1 km de la prima verticală din dreapta originii pînă la diviziunea zero ; 400 m de la origine spre stînga pe scara grafică simplă și 55 m pe dreapta oblică ce unește diviziunea 4 de pe scara grafică simplă superioară cu diviziunea 5 a scării grafice simple inferioare, la jumătatea acestei distanțe (între orizontalele de 50 și 60 m).

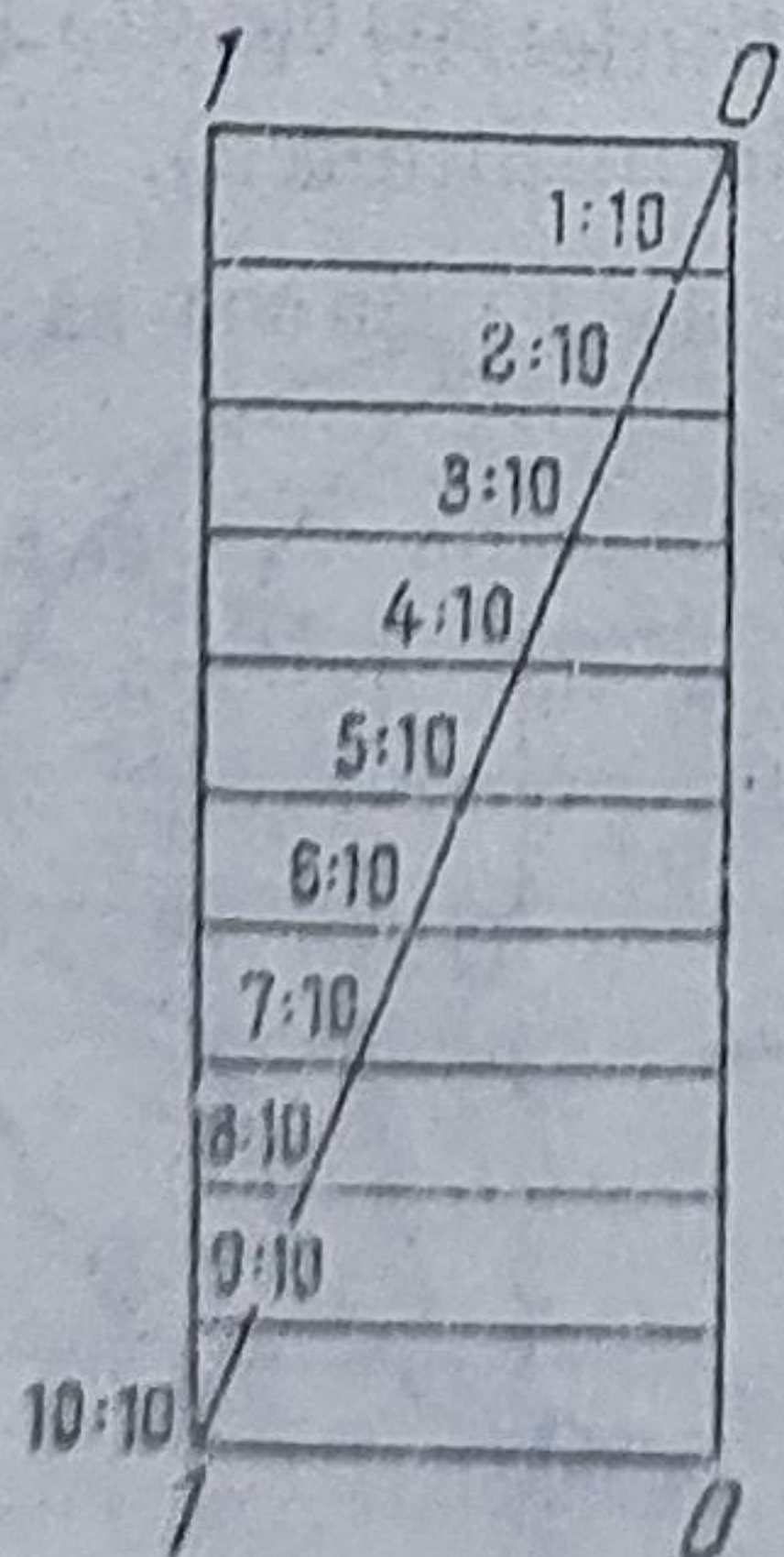


Fig. 39. Explicarea scării grafice cu transversale.



Scara hărții se alege în funcție de precizia planimetrică și de gradul de detaliu. Precizia planimetrică este limitată de eroarea grafică careia îi corespunde o eroare naturală cu atât mai mare, cu cât scara este mai mică.

Dacă vom considera eroarea grafică 0,25 mm (pentru reproducere 0,75 mm) și eroarea de măsurare în teren sub limita  $m$ , vom avea :

$$m \cdot \frac{1}{n} > 0,25, \text{ de unde } \frac{1}{n} > \frac{0,25}{m}.$$

Prin gradul de detaliu al hărții se înțelege cea mai mică dimensiune pe care vrem s-o reprezentăm. Dacă notăm cu  $g$  această dimensiune, ea trebuie să depășească eroarea grafică

$$\text{Vom avea deci : } g \cdot \frac{1}{n} > 0,25, \text{ de unde } \frac{1}{n} > \frac{0,25}{g}.$$

b. Canevasul hărții este format din totalitatea liniilor de coordonate geografice sau coordonate plane (convenționale rectangulare). În cazul coordonatelor geografice, avem rețeaua cartografică, constituită din meridiane și paralele ; în cazul coordonatelor convenționale rectangulare (utilizate mai ales la hărți la scară mare), avem canevasul rectangular, constituit din linii drepte orizontale abscise și verticale (ordonate), paralele axelor origine.

Rețeaua cartografică se obține prin transpunerea rețelei de meridiane și paralele de pe glob pe un plan, utilizând un anumit sistem de proiecție (sistem de reprezentare plană) (XIV).

Pentru hărțile topografice se consideră un canevas rectangular obținut prin trasarea de paralele echidistante la tangentele la meridianul  $M$  și paralela  $P$ , într-un punct  $O$ , care este originea sistemului rectangular (fig. 40).

c. Punctele de sprijin ale hărții sînt puncte de coordonate cunoscute cu maximum de precizie, puncte care stau la baza întocmirii hărții. Ele sînt de trei categorii : astronomice, geodezice și topografice.

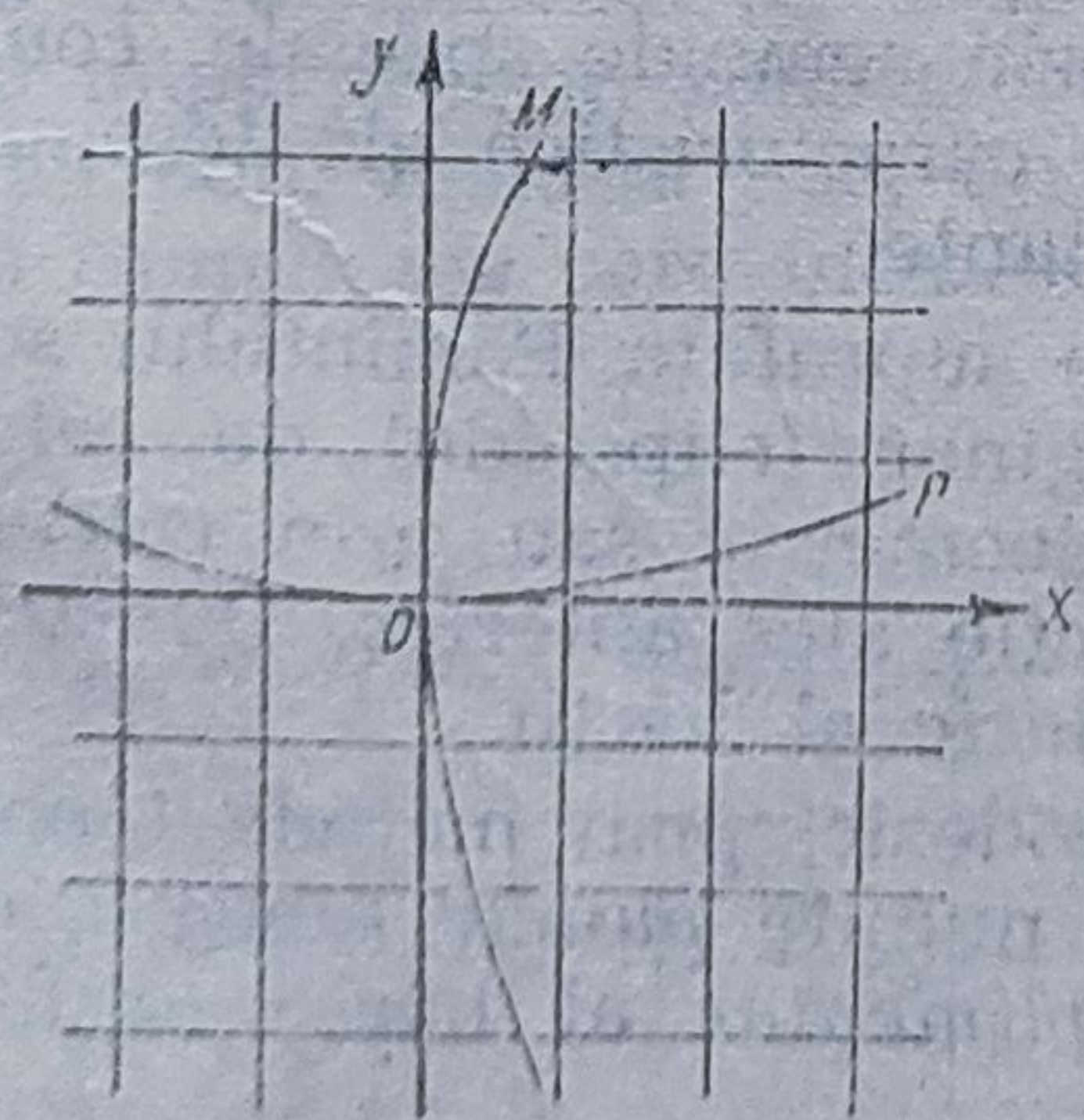


Fig. 40. Trecerea de la canevasul geografic la canevasul rectangular.

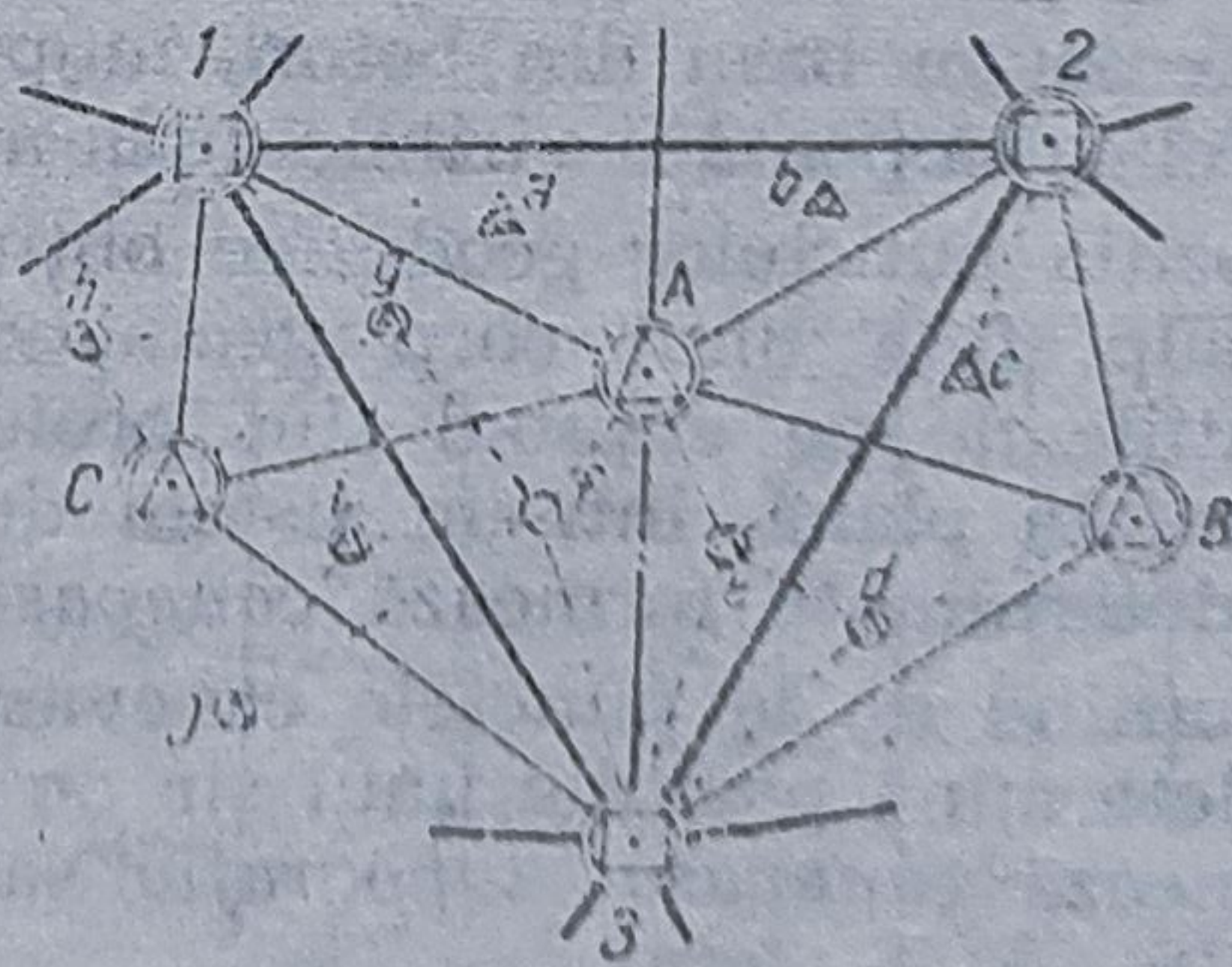


Fig. 41. Rețeaua punctelor de sprijin.



Punctele astronomice (sau fundamentale) sînt puncte ale c r r coordonate geografice au fost determinate prin metode astronomice. Coordonatele lor sînt independente de forma  i dimensiunile P m ntului.

Observatoarele astronomice din fiecare  ar  pot constitui puncte de bază în ridicările geodezice ulterioare. Pentru harta țării noastre s-a plecat de la punctul fundamental, reprezentat prin Observatorul astronomic din București.

Punctele geodezice sînt puncte determinate prin metode geodezice (care  in cont de forma sferică a P m ntului)  i verificate prin metode astronomice.

După importan a lor, punctele geodezice sînt de mai multe feluri (ordine) (fig. 41) :

— puncte geodezice de ordinul I (1, 2, 3), care sînt v rfuri ale unor triunghiuri terestre cu laturi cuprinse între 40—50 km. Un  ir de astfel de triunghiuri formează un lan  de *triangulație primordială*, care se întinde în lungul meridianelor  i paralelelor principale ale unei   ri.  ara noastră este străbătută de  ase lanțuri primordiale : trei pe meridiane  i trei pe paralele, dintre acestea fiind internaționale lanțul meridian Capul Nord — Capul Bunei Speran e  i două lanțuri paralele la  $45^\circ$  și  $47^\circ 30'$  latitudine nordică.

Lan urile triangula iilor de ordinul I primordial sînt legate între ele prin lanțuri de triangulație de ordinul I complementar.

— puncte geodezice de ordinul II (A, B, C), care sînt v rfuri ale unor triunghiuri cu laturi cuprinse între 10  i 25 km ;

— puncte geodezice de ordinul III (a, b, c...), vîrfurile triunghiurilor cu laturi de 5—10 km.

Poziția acestor puncte se determină prin procedee geodezice de triangulație  i poligona ie.

V rfurile tuturor triunghiurilor (puncte precis determinate) constituie *osatura geodezică* a hărții unei   ri.

Pe teren, aceste puncte sînt marcate prin semnale speciale, construite din lemn cu baza din beton, în punctele caracteristice ale terenului, în a a fel ca să poată fi vizibile de la mari distanțe.

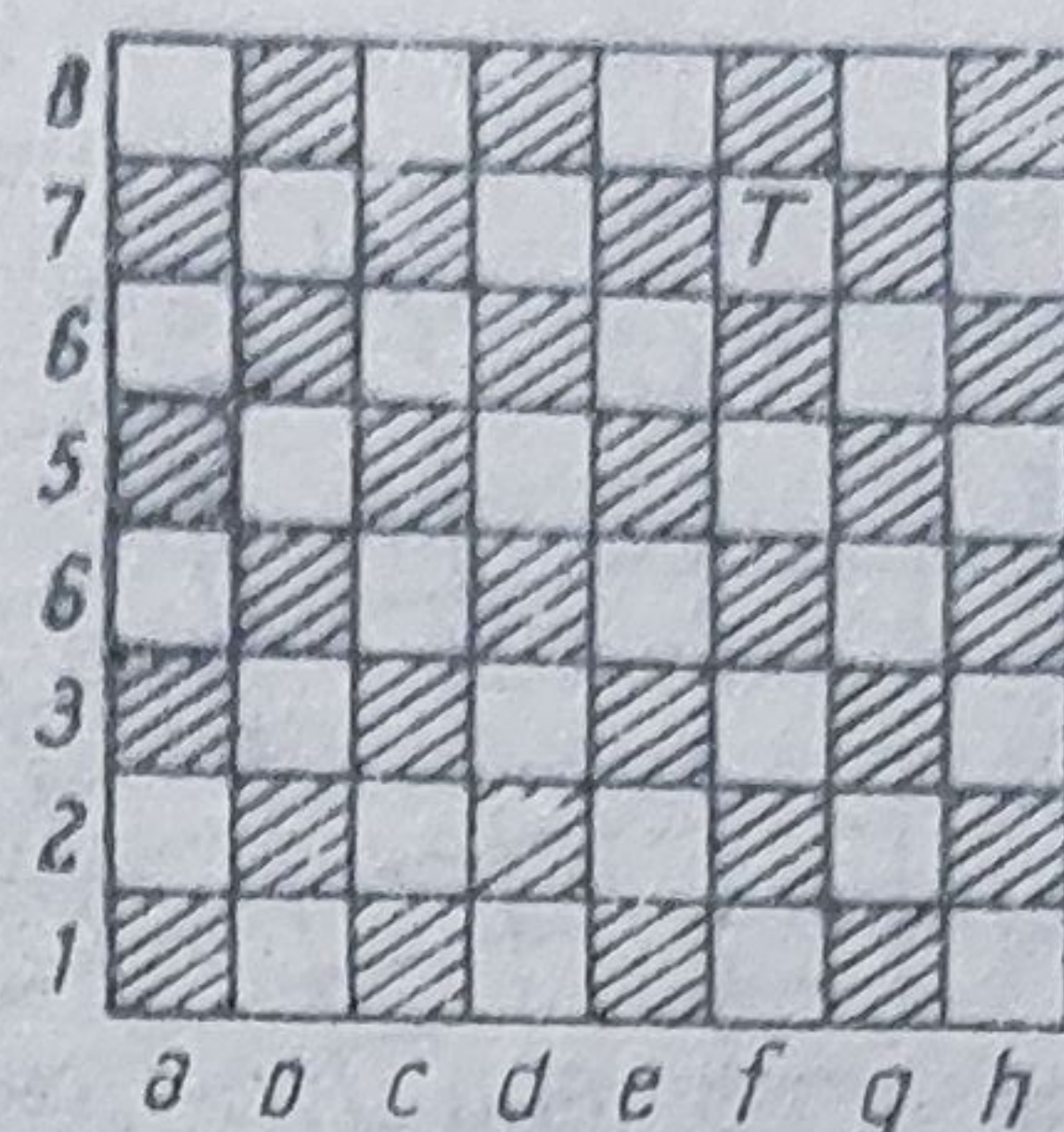
Poziția punctelor geodezice obținute pe suprafața P m ntului se trece pe suprafața unui corp geometric imaginar (elipsoidul de referință). Pozi iile de pe elipsoid sînt proiectate geometric sau prin calcul pe o suprafață plană, într-un sistem de proiecție ales anterior. Punctele astfel determinate formează *canevasul geodezic* al hărții.

Porn nd de la punctele canevasului geodezic, prin metode topografice se determină pozițiile unui  ir de puncte numite puncte topografice care formează *canevasul topografic* sau complementar al hărții (ordinul IV  i V).

Fa   de canevasul complementar se determină planimetric  i altimetric punctele care definesc elementele fizico-geografice  i sociale ale hărții.



Fig. 42. Determinarea poziției unui carou.



Aceste măsurători se raportează pe planșa pe care este trasat canevassul, obținându-se astfel harta originală sau *minuta topografică*.

d. **Sisteme de nomenclatură.** Prin sistem de nomenclatură se înțelege sistemul de notație alcătuit din cifre și litere sau numai din cifre, prin care se definește poziția unei foi la scară mare sau mică, pe cuprinsul unui teritoriu sau al întregului Glob. Luând inițial, ca exemplu tabla de șah, poziția pe care o ocupă turnul T este f-7 (fig. 42).

În mod analog, pentru a fixa poziția unei hărți, se indică zona (seria) și coloana în care se află, marcate prin cifre arabe sau romane și prin literele alfabetului latin, majuscule sau minuscule (C-III ; b-2) (fig. 43).

Unele hărți au poziția definită prin coordonatele geografice ale centrului hărții ( $25^{\circ}$  ;  $45^{\circ}$ ) sau prin coordonatele kilometrice (rectangulare) ale colțului sud-vestic ( $80$  ;  $25$ ) (fig. 44).

În afară de sistemele de nomenclatură amintite, folosite în diferite țări, la Congresul Internațional de Geodezie și Geofizică din 1924 s-a propus și s-a adoptat un sistem internațional de nomenclatură pentru harta lumii la scara  $1 : 1\,000\,000$ , însușit de țara noastră pentru harta modernă în proiecția Gauss-Krüger.

Acest sistem se bazează pe împărțirea globului terestru în fuse sferice din  $6^{\circ}$  în  $6^{\circ}$ , plecând de la meridianul  $180^{\circ}$  (meridianul Pacificului) spre est și împărțirea în zone sferice din  $4^{\circ}$  în  $4^{\circ}$ , plecând de la ecuator spre cei doi poli. Rezultă deci un număr de 60 de fuse numerotate de la 1 la 60 (jumătatea care interesează Europa și Asia notată de la 31 la 60)

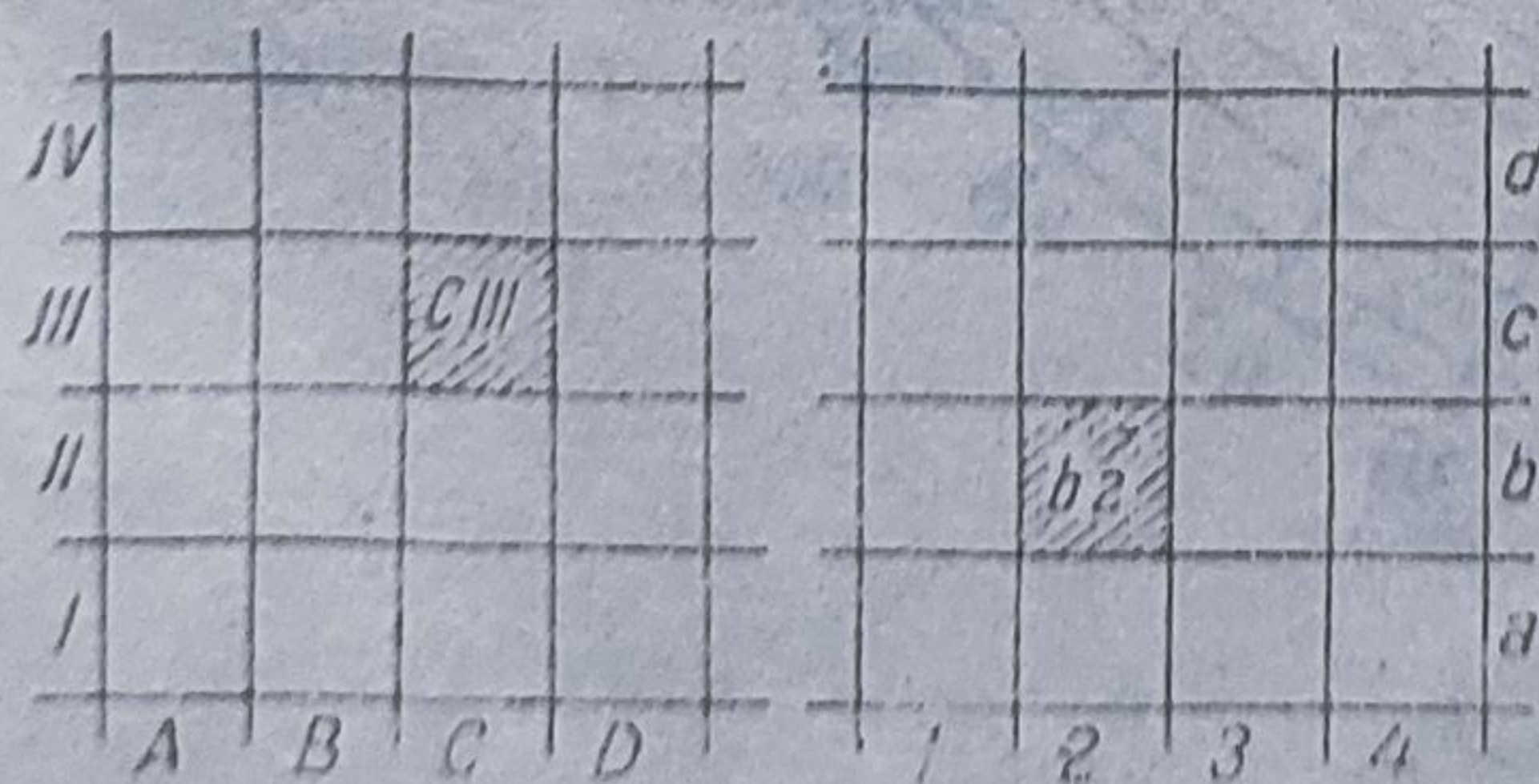


Fig. 43. Exemple de nomenclatură.

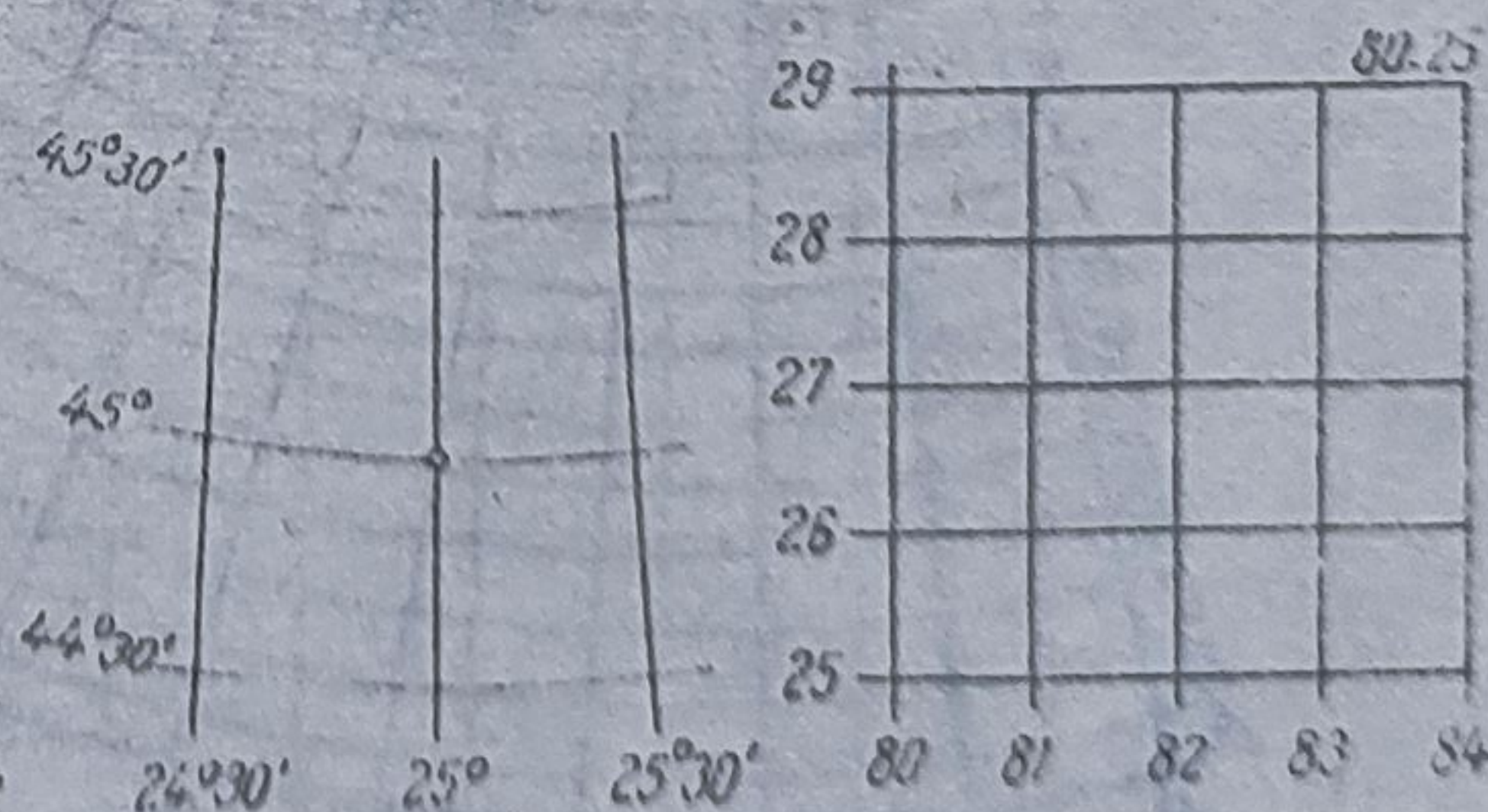


Fig. 44. Nomenclatura unei hărți prin coordonate geografice și coordonate rectangulare.



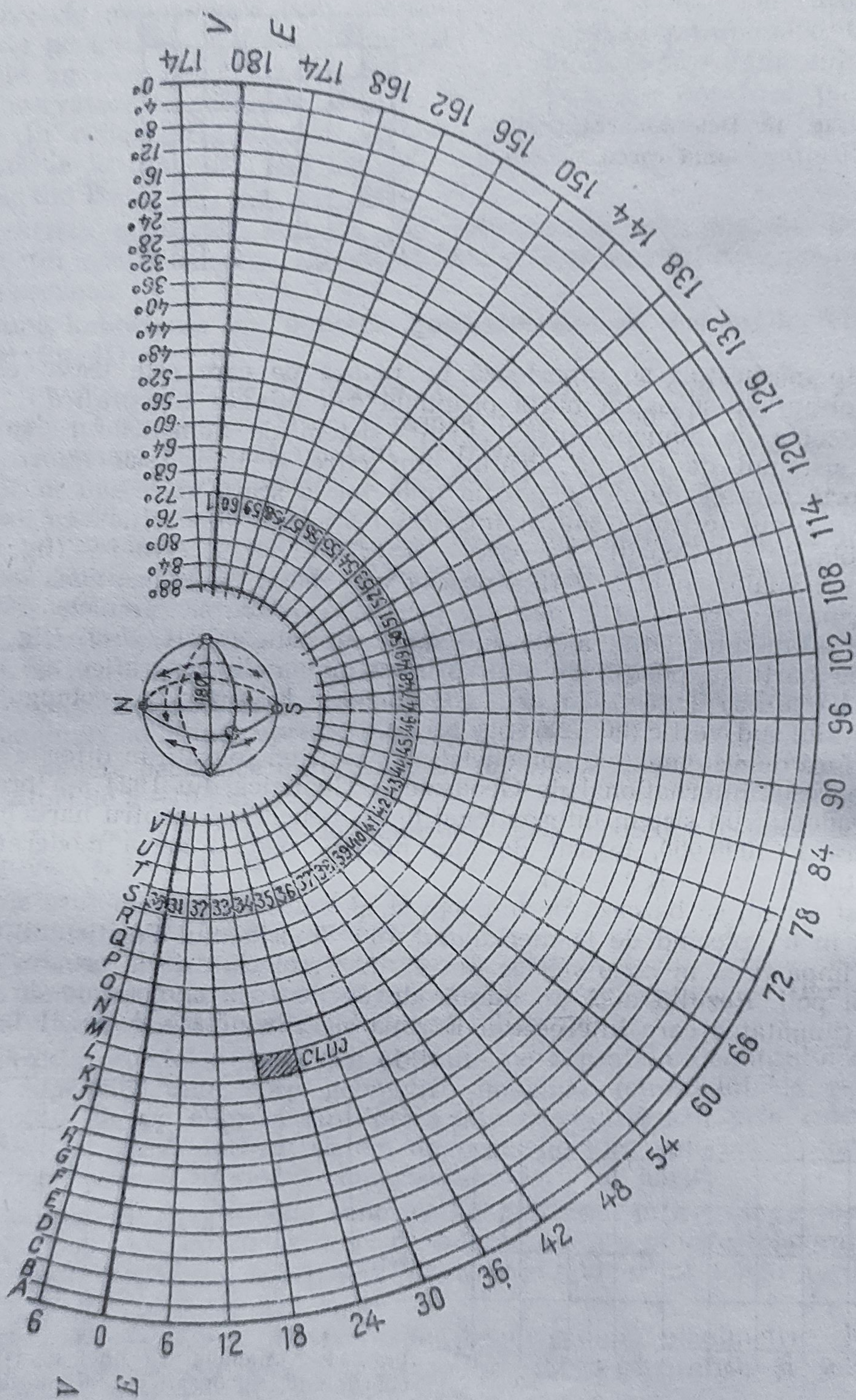


Fig. 45. Sistemul de nomenclatură pentru harta internațională la scara 1 : 1 000 000



și un număr de 44 zone (22 la nord și 22 la sud de ecuator), între 0 și 88° latitudine nordică și sudică, notate cu literele majuscule ale alfabetului latin, de la A la V (fig. 45). Emisfera sudică se specifică prin litera S (de exemplu, SA, SM etc.).

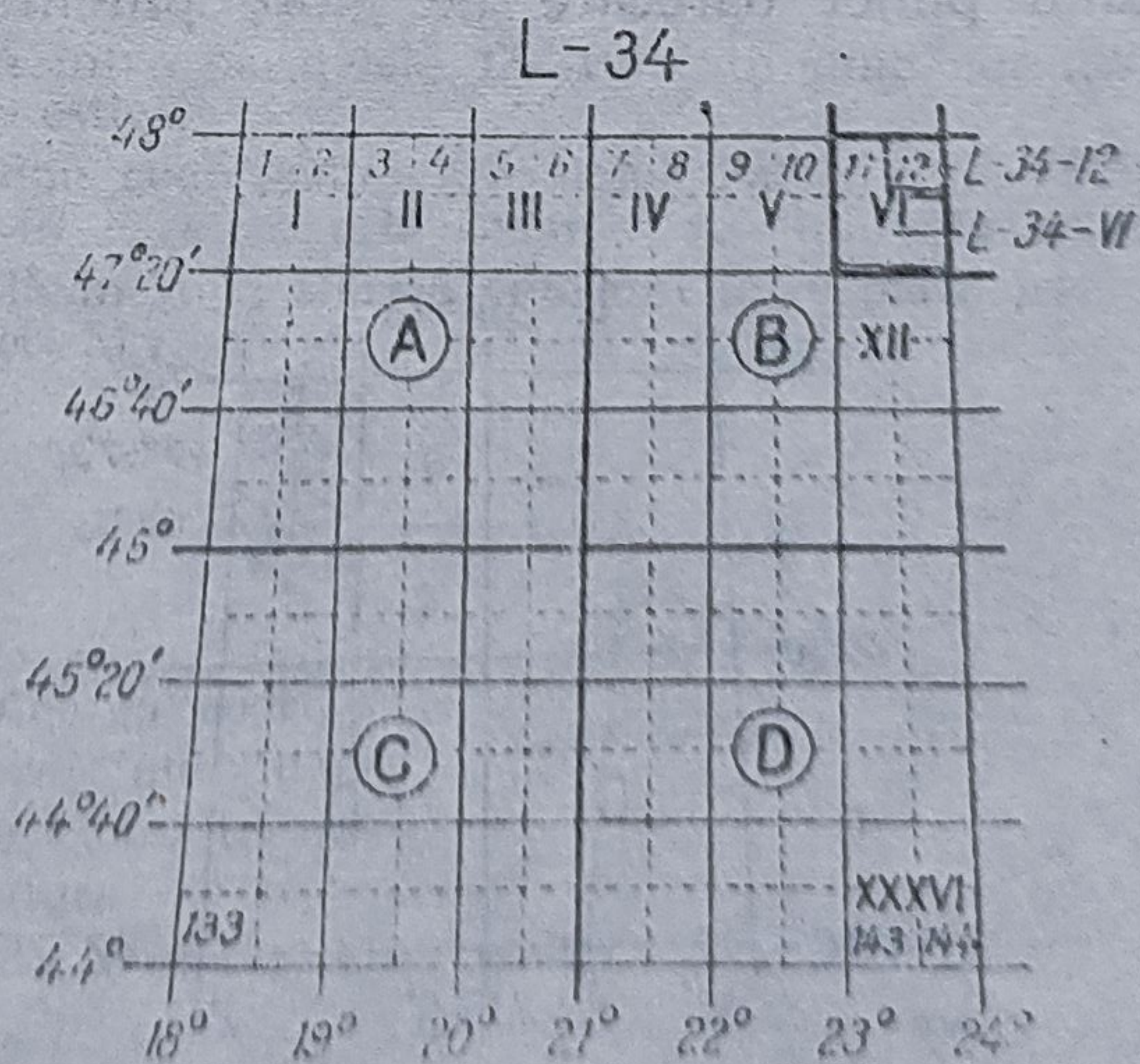
O secțiune a rețelei este formată dintr-un trapez curbiliniu de 6° în longitudine și de 4° în latitudine. Întregul glob va fi acoperit deci de  $60 \times 44 = 2\,640$  secțiuni (foi). Teritoriile situate între poli și paralele de 88° nord și sud sînt cuprinse pe hărți speciale, în proiecție azimutală polară.

Poziția unei secțiuni (hărți) la scara 1 : 1 000 000 este dată de litera care indică zona sferică și de cifra care indică fusul sferic al acesteia.

Țara noastră, fiind cuprinsă între meridianele 20°15' și 29°41' longitudine estică și paralelele de 43°37' și 48°15' latitudine nordică, va fi cuprinsă în sistemul de nomenclatură internațională în trapezul L-34 (Cluj), limitat de meridianele de 18 și 24° longitudine estică și paralelele de 44 și 48° latitudine nordică și în trapezul L-35 (București), cuprins între meridianele 24 și 30° longitudine estică și paralelele 44—48° latitudine nordică.

Dacă ne fixăm asupra trapezului cu nomenclatura L-34 (Cluj), acesta corespunde hărții internaționale la scara 1 : 1 000 000. Pentru a trece la harta cu scara 1 : 500 000 (de două ori mai mare), se divide harta L-34 în patru secțiuni cu dimensiunile 3° în longitudine și 2° în latitudine și cu nomenclatura (harta din colțul NE) L-34-B; pentru harta la scara 1 : 200 000, se va diviza secțiunea L-34 în 36 de foi numerotate pe linii cu cifre romane de la I la XXXVI, cu dimensiunile 1° în longitudine și 40' în latitudine. Prima hartă din colțul drept al trapezului L-34, la scara 1 : 200 000 va fi numerotată L-34-VI; pentru scara 1 : 100 000, trapezul L-34 va avea 144 de foi, cîte 12 pe linie, numerotate de sus în jos. Nomenclatura unei foi va fi, de exemplu, L-34-12. Secțiunea la scara 1 : 100 000 va avea 30' în longitudine și 20' în latitudine (fig. 46).

Fig. 46. Nomenclatura  
hărților 1 : 1 000 000—  
1 : 100 000.





Pentru harta la scara 1 : 50 000, se împarte foaia 1 : 100 000 în patru secțiuni notate, din nou, cu primele litere majuscule ale alfabetului latin : A, B, C, D, o foaie avînd 15' în longitudine și 10' în latitudine. Nomenclatura uneia din ele, plecînd de la harta 1 : 100 000 L-34-12, va fi : L-34-12-B (harta din colțul nord-estic).

În continuare, se obține foaia 1 : 25 000, divizînd harta 1 : 50 000 în patru secțiuni, notate cu primele patru litere minuscule ale alfabetului latin și care va avea dimensiunile 7'30" în longitudine și 5' în latitudine ; nomenclatura unei hărți la scara 1 : 25 000 va fi : L-34-12-B-b.

În sfîrșit, harta la scara 1 : 10 000 se obține dintr-o hartă 1 : 25 000 divizată în patru. Secțiunile se notează cu cifre arabe, de la 1 la 4. Dimensiunile hărții vor fi 3'45" în longitudine și 2'30" în latitudine. Nomenclatura unei hărți la scara 1 : 10 000 este L-34-12-B-b-2 (fig. 47).

În tabela 5 sînt trecute sinoptic scările, numărul foilor, dimensiunile și nomenclatura hărților din sistemul internațional.

În urma ridicărilor topografice de teren se obțin foile corespunzătoare scării : 1 : 10 000. Din racordarea a patru foi și reducerea în raportul 1 : 2,5 se obține o foaie la scara 1 : 25 000 ; prin racordarea a patru foi 1 : 25 000 și reducerea lor în raportul 1 : 2 se obține o hartă la scara 1 : 50 000 ; din racordarea a patru foi 1 : 50 000 și reducerea în raportul 1 : 2, se obține o hartă la scara 1 : 100 000.

Racordarea a 144 de foi 1 : 100 000 și reducerea în raportul 1 : 10 ne va da o secțiune la scara 1 : 1 000 000.

Racordarea lor ne dă harta geografică generală a lumii la scara 1 : 1 000 000.

Cînd se cunoaște nomenclatura unei hărți la o anumită scară din sistemul internațional, putem determina coordonatele geografice ale acelei hărți ; invers, dacă se dau coordonatele geografice ale unei hărți sau ale unui punct oarecare pe glob, putem afla nomenclatura foi respective.

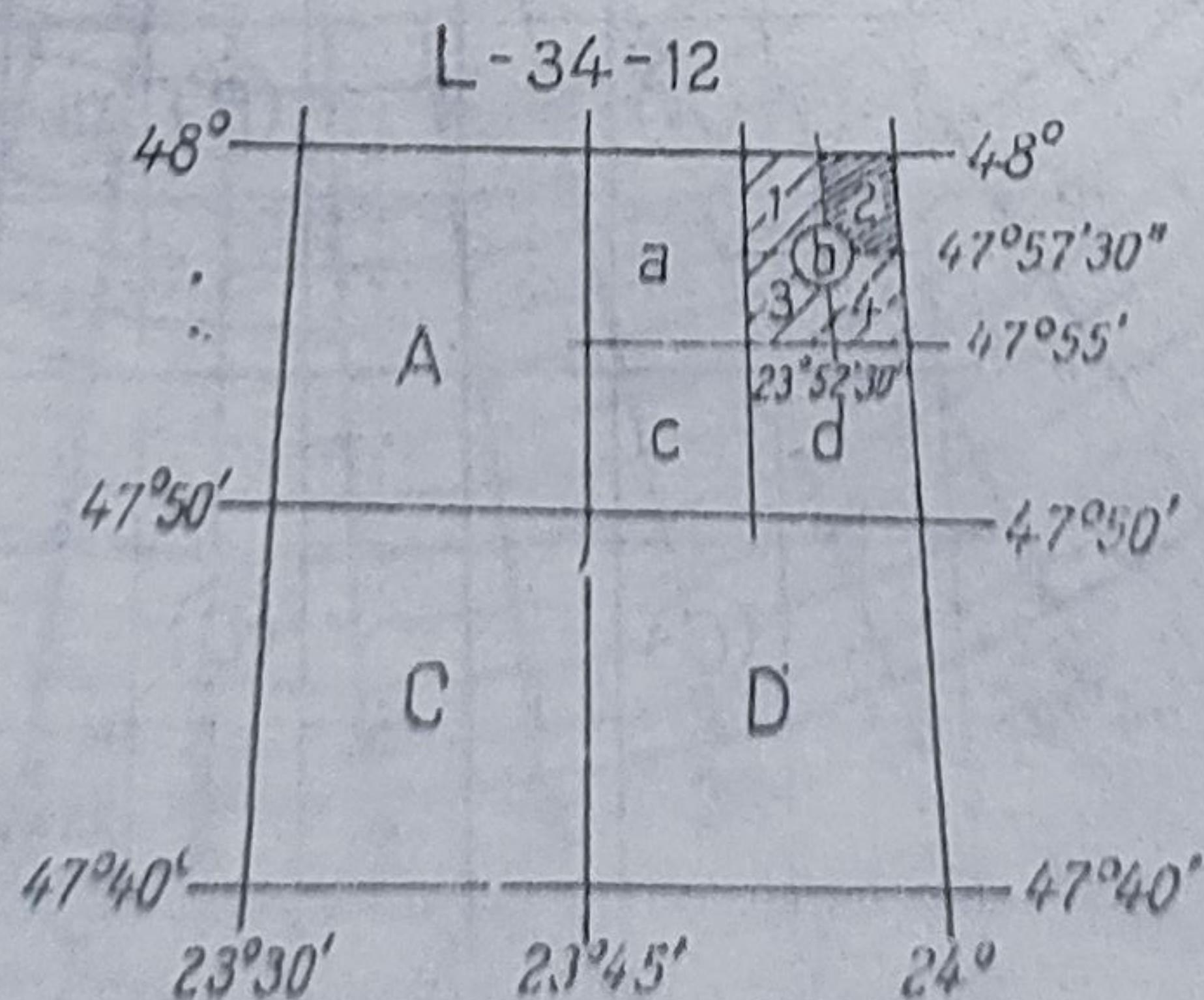


Fig. 47. Nomenclatura hărților 1 : 100 000 — 1 : 10 000.



Tabela 5

Scările, numărul foilor, dimensiunile și nomenclatura hărților Gauss — Krüger

Scara	Nr. foilor cuprinse în harta la scara 1 : 1 000 000	Dimensiunile foil		Nomenclatura
		în latitudine	în longitudine	
1 : 1 000 000	1	4°	6°	L-34
1 : 500 000	4	2°	3°	L-34-B
1 : 200 000	36	40'	1°	L-34-VI
1 : 100 000	144	20'	30'	L-34-12
1 : 50 000	576	10'	15'	L-34-12-B
1 : 25 000	2 304	5'	7'30''	L-34-12-B-b
1 : 10 000	9 216	2'30''	3'45''	L-34-12-B-b-2

**Aplicație.** Să se afle coordonatele geografice ale colțurilor secțiunii D-38-A. De la început, după aspectul nomenclaturii, ne dăm seama că este vorba de o hartă la scara 1 : 500 000 a trapezului 1 : 1 000 000 D-38. Stabilim inițial coordonatele hărții D-38. Pentru a afla latitudinile paralelelor extreme, înmulțim numărul zonei D (4) cu numărul de grade pe latitudine al unei zone (4°) (fig. 48). Vom avea deci latitudinea paralelei superioare  $4 \cdot 4^\circ = 16^\circ$ ; latitudinea paralelei inferioare va fi  $12^\circ$ .

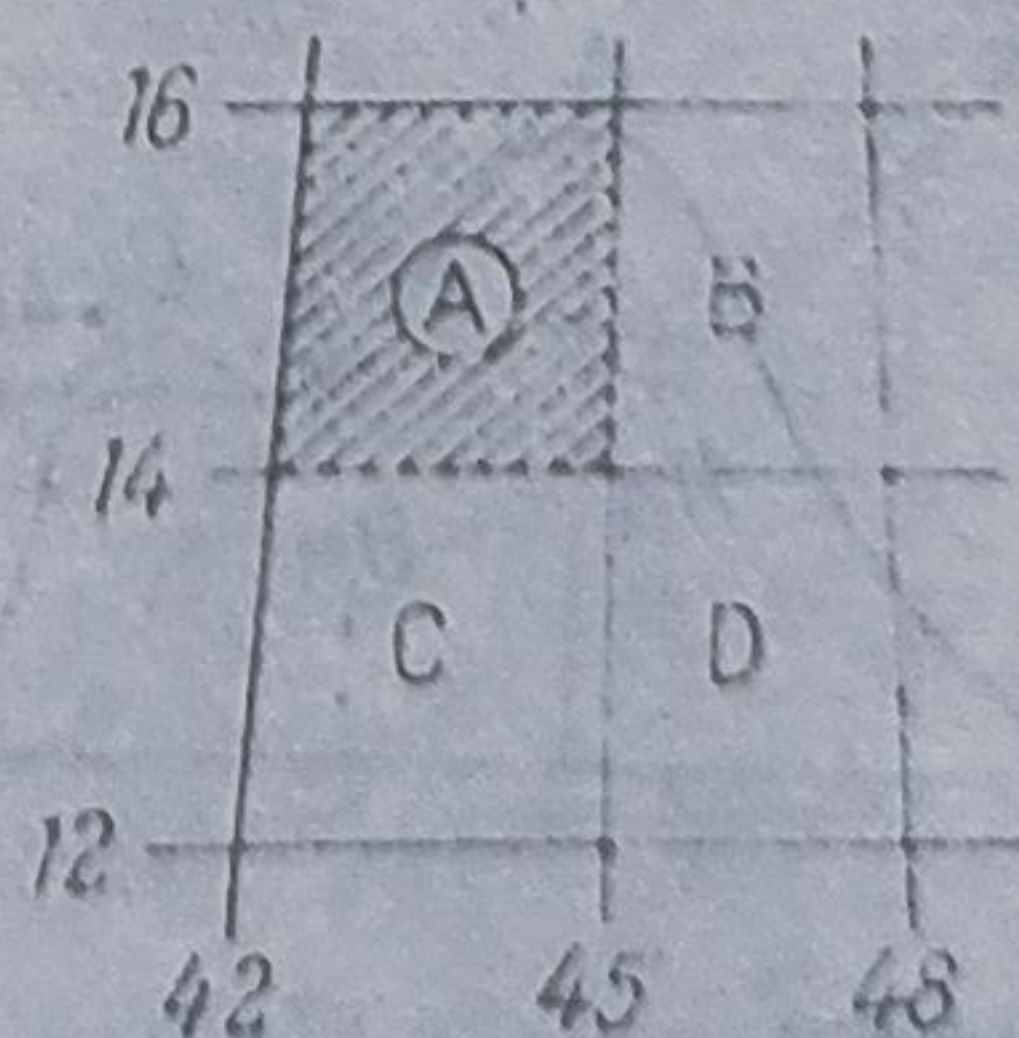
Pentru a afla longitudinea meridianelor limită, vedem că harta se află în emisfera estică, al optulea fus, deci meridianul din dreapta va avea longitudinea  $8 \cdot 6^\circ = 48^\circ$ . Cel din stânga, știind că diferența de longitudine este  $6^\circ$ , va fi meridianul de  $42^\circ$  longitudine estică.

Harta D-38-A va fi cuprinsă între paralelele  $14-16^\circ$  latitudine nordică și între meridianele  $42$  și  $45^\circ$  longitudine estică.

**Problema inversă.** Dacă se dau coordonatele Insulelor Falkland ( $\varphi = 51^\circ 40' S$  și  $\lambda = 59^\circ V$ ), nomenclatura hărții în care se află insulele se stabilește astfel:

— latitudinea  $\varphi = 51^\circ 40'$  se află în zona sferică cuprinsă între paralelele  $48$  și  $52^\circ$  latitudine sudică, a 13-a zonă, deci M:

Fig. 48. Determinarea coordonatelor geografice ale unei hărți când se cunoaște nomenclatura.





— longitudinea  $\lambda = 59^\circ$  se află în fusul sferic cuprins între  $60^\circ$  și  $54^\circ$  longitudine vestică, al 21-lea fus pornind de la meridianul  $180^\circ$ , deci cu numărul 21.

Nomenclatura hărții internaționale la scara 1:1 000 000, în care se află Insulele Falkland, va fi deci: SM-21.

c. Formele de relief ale suprafeței uscatului și ale fundului oceanelor au luat naștere în urma unui îndelungat proces de transformare a suprafeței planetei noastre, datorită acțiunii *factorilor endogeni* (mișcări epirogenetice, mișcări orogenetice, vulcanism, cutremure) și mai ales a *factorilor exogeni* care activează permanent și vizibil asupra scoarței terestre: acțiunea criogenă (îngheț, dezgheț), acțiunea apelor de precipitație și curgătoare, acțiunea glaciară, eoliană, marină etc.

În transpunerea pe hartă a formelor de relief (a detaliilor de nivelment), intervine dificultatea reprezentării acestora, datorită faptului că accidentele de teren au forme variate și complexe pe de o parte, iar pe de altă parte, operatorul topografic le vede deformat de perspectivă și ascunse de vegetație.

În ajutorul topografului vine faptul că formele de teren au anumite aspecte tipice, prin care se deosebesc unele de celelalte, putând fi identificate cu ușurință atunci când operatorul cunoaște atât formele de relief, cât și procesele geomorfologice care le-au dat naștere (legile de modelare a scoarței terestre).

Pe suprafața terestră, în afară de modelajul efectuat de factorii naturali, endogeni și exogeni, mai au loc și modelări artificiale, datorită acțiunilor antropice de barare a cursurilor de apă, de săpare a galeriilor de mină, de construcții de drumuri etc.

Formele de teren sînt definite de cote, pantă și liniile caracteristice.

1) *Cotele* sînt punctele caracteristice ale terenului, alese pe înălțimile predominante, începuturi de văi, în puncte de schimbare de pantă, la intersecții de văi etc. Ele pot fi *absolute* ( $H_A, H_B$ ), cînd valoarea lor este raportată la planul tangent la suprafața geoidului, și *relative* ( $\Delta H$ ), cînd arată înălțimea sau adîncimea accidentelor de teren, în comparație cu aceea a suprafețelor înconjurătoare (fig. 49).

2) *Panta* unei linii de teren este înclinarea acesteia față de proiecția sa pe un plan orizontal. Ea se exprimă prin raportul dintre diferența de nivel dintre două puncte A și B și proiecția orizontală a distanței dintre punctele considerate (fig. 50).

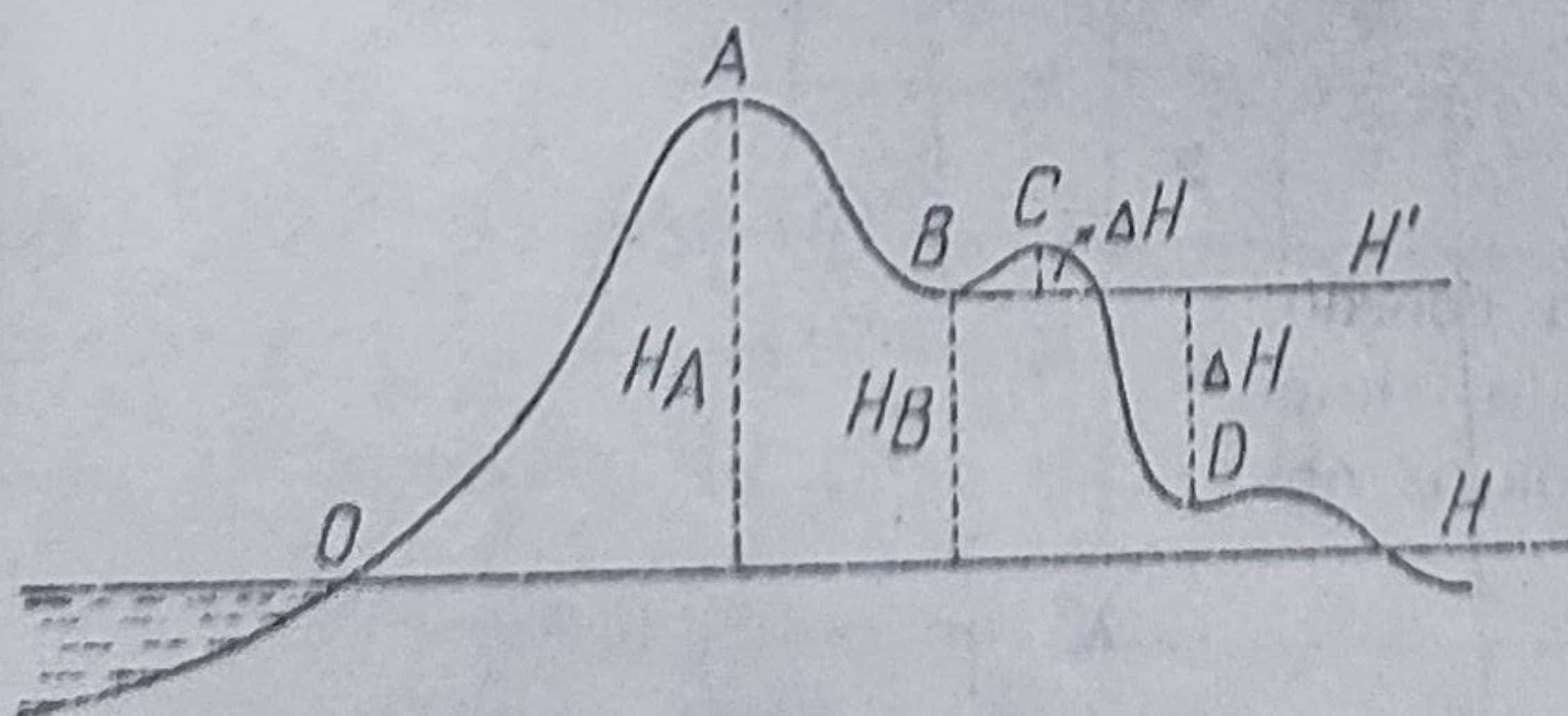


Fig. 49. Cote absolute și cote relative.

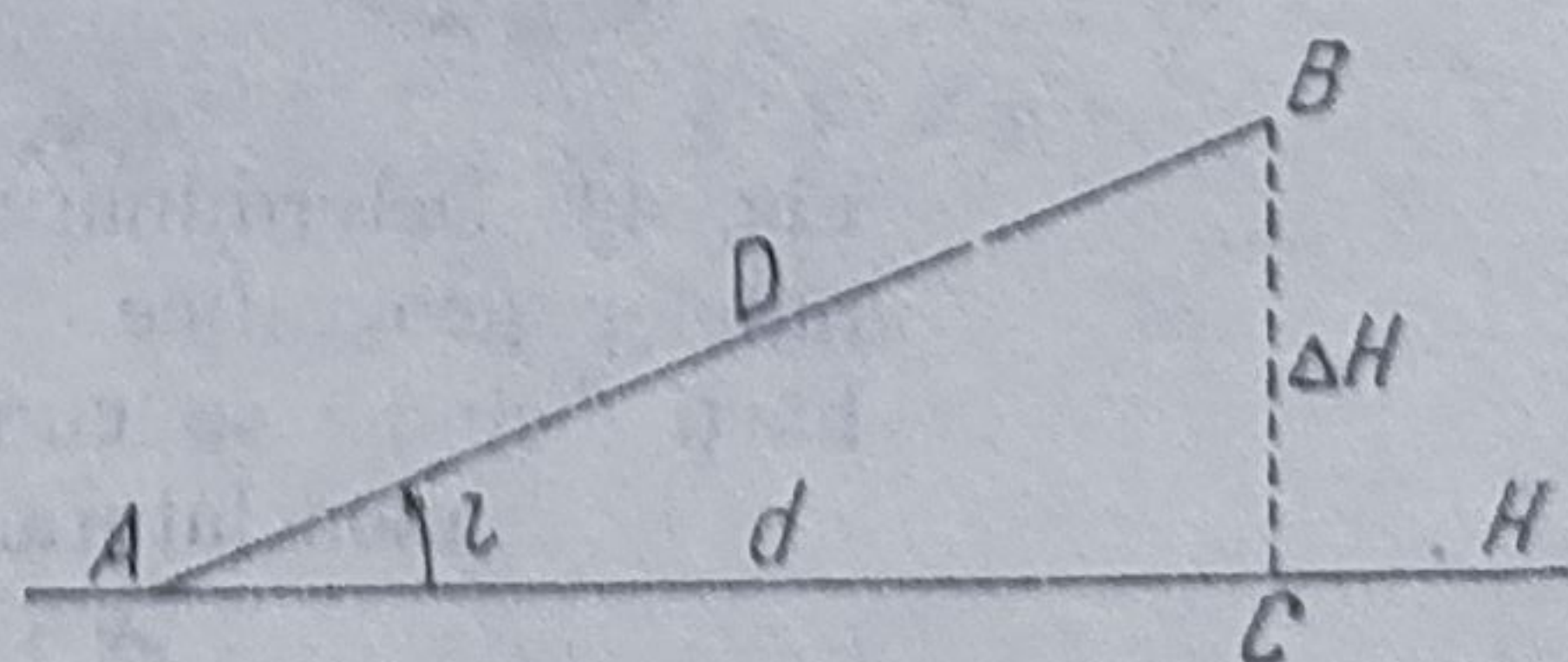


Fig. 50. Panta unei linii de teren.



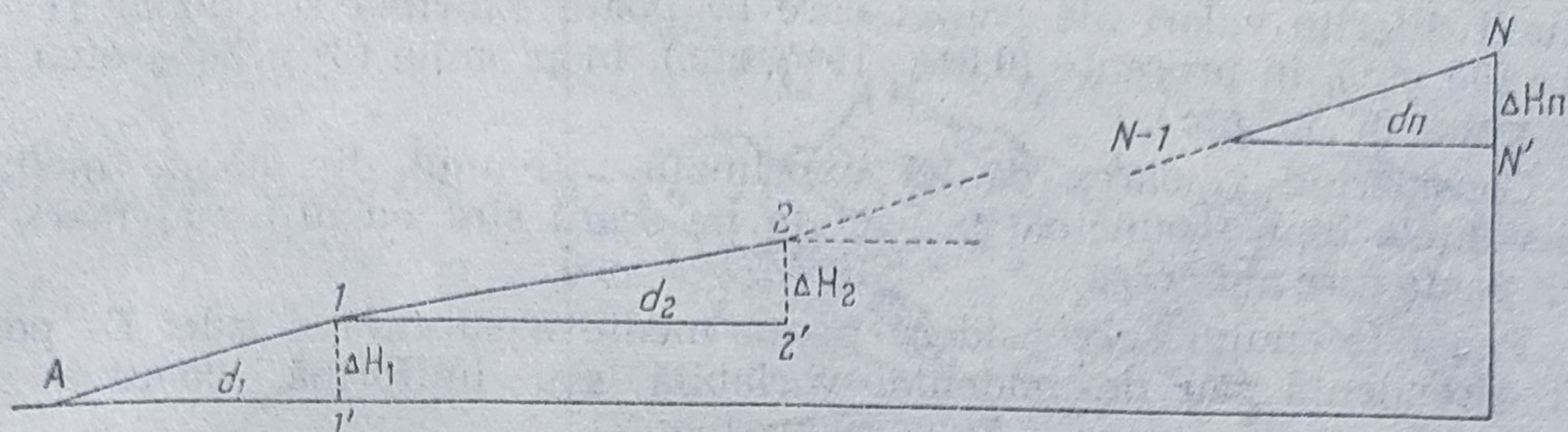


Fig. 51. Panta medie a unei linii de teren.

În triunghiul dreptunghic  $ABC$ , panta  $p = \operatorname{tg} i = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta H}{d}$ , unde :

$i$  este unghiul terenului, format de linia de teren  $AB$  și planul orizontal al locului  $AH$ ;

$\Delta H$  — diferența de nivel între punctele  $A$  și  $B$ ;

$d$  — distanța redusă la orizont (proiecția distanței  $AB$ , pe planul orizontal).

În cazul unei linii cu schimbări de pantă, panta medie a acestei linii este dată de media aritmetică a pantelor parțiale ale liniilor.

În figura 51 avem :

$$p_1 = \frac{\Delta H_1}{d_1}; p_2 = \frac{\Delta H_2}{d_2}; \dots p_n = \frac{\Delta H_n}{d_n};$$

$$p_m = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{n}.$$

Panta unui plan  $P_1$  este panta unei drepte  $D$  din plan, perpendiculară pe intersecția planului dat cu un plan orizontal  $H$  (fig. 52).

Scara unei pante este proiecția orizontală a liniei de pe teren, intersectată de plane paralele echidistante.

În figura 53, dreapta  $AB'$  reprezintă scara pantei liniei de teren  $AB$ , intersectată de planurile paralele, trasate la distanțe egale, ce trec prin punctele  $C, D, E, F$ . Punctelor  $C', D', E', F'$ , situate pe scară, le corespund

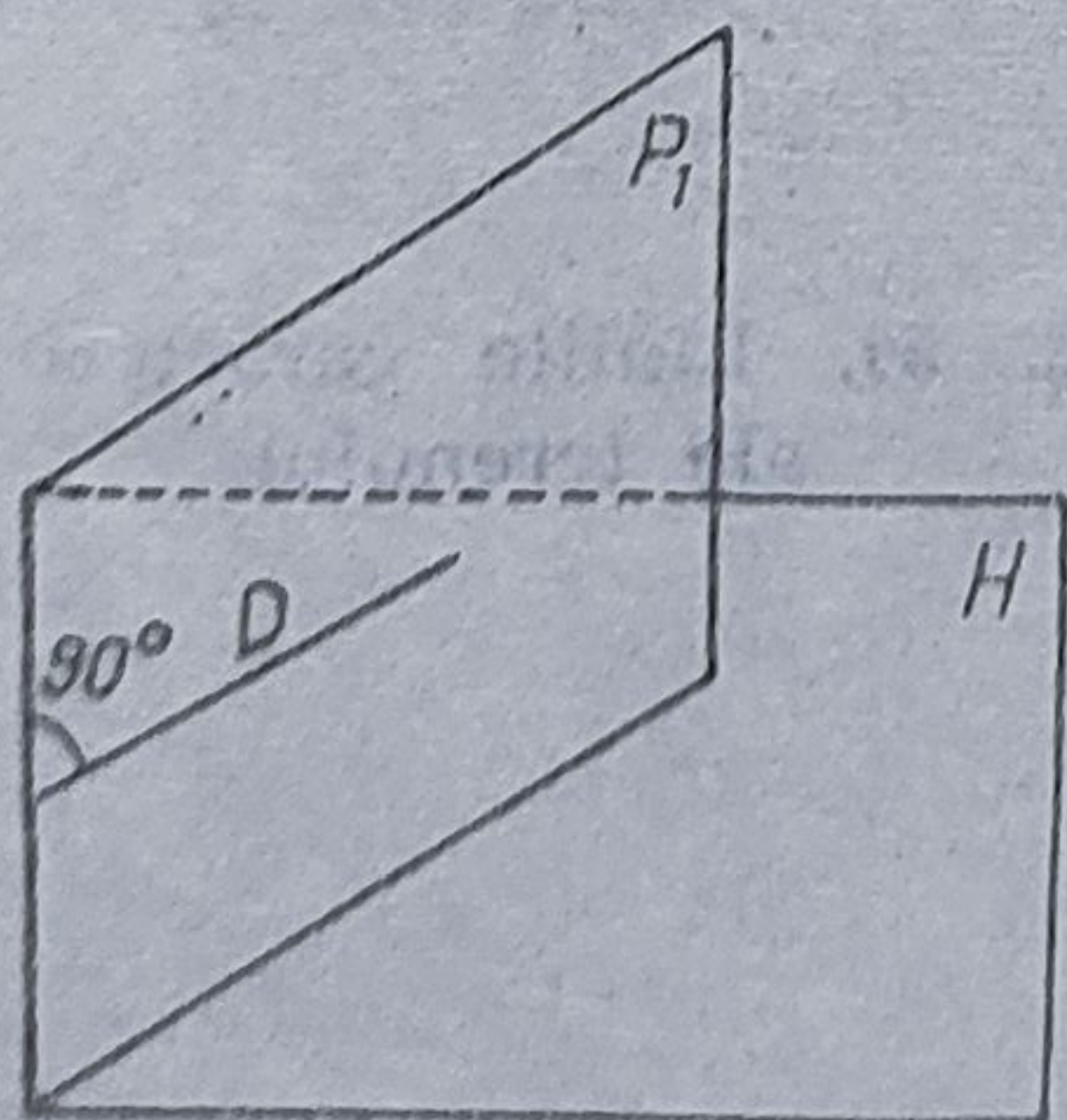


Fig. 52. Panta unui plan.

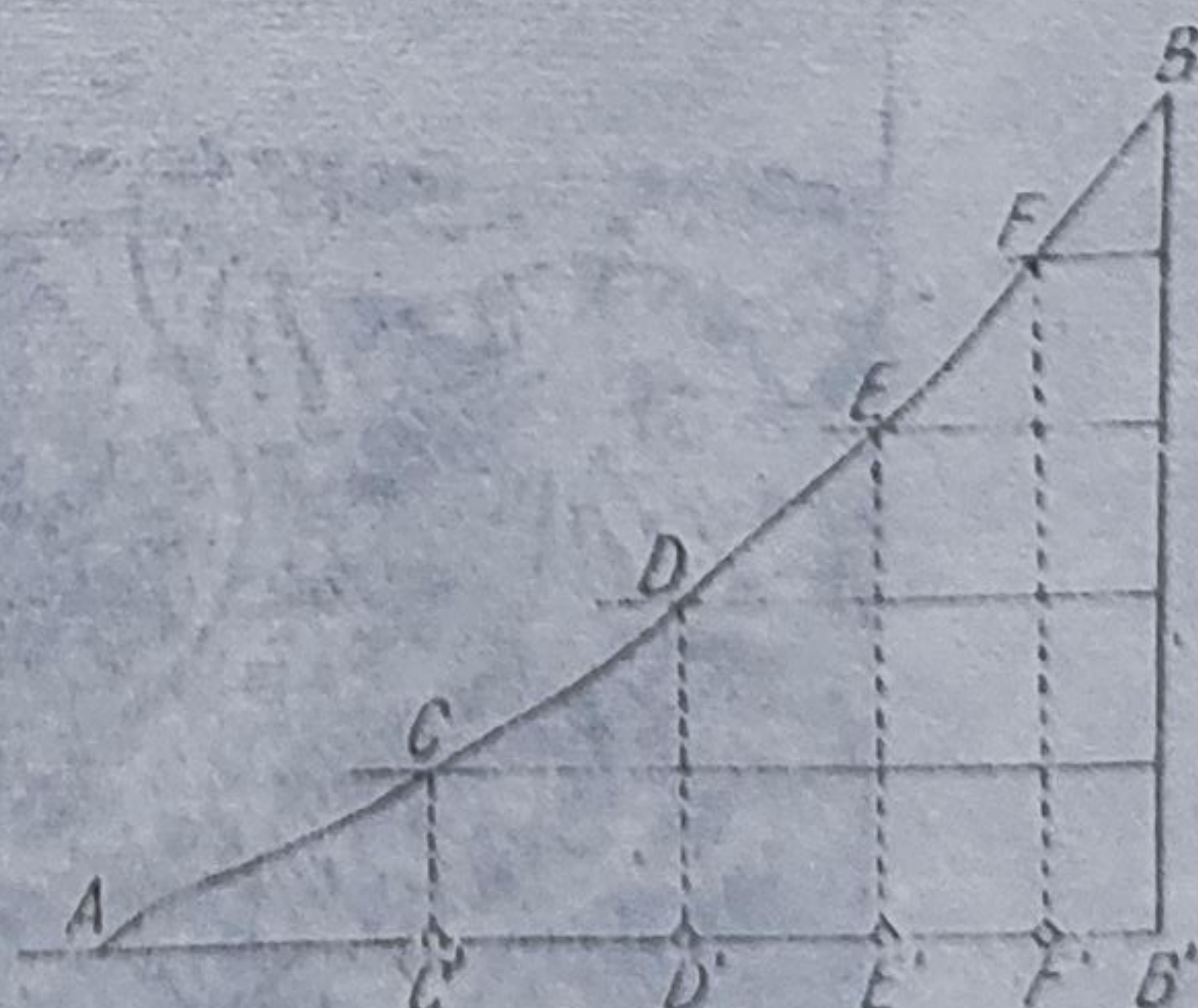


Fig. 53. Scara pantelor.



pund diferite valori ale pantei care se poate exprima fracționar ( $1:50$ ,  $4:100$  etc.), în procente ( $0,8\%$ ,  $15\%$  etc.), în promile ( $3\text{‰}$ ,  $28\text{‰}$  etc.) sau în grade ( $6^\circ$ ,  $30^\circ$  etc.).

Considerînd valoarea pantei exprimată într-unul din aceste moduri, distanțele dintre punctele proiectate pe scară sînt cu atît mai mari, cu cît panta este mai mică.

Panta terenului se consideră panta medie a suprafeței sale. Ea poate fi ascendentă sau descendentă, variabilă sau uniformă, concavă sau convexă.

3) *Liniile caracteristice* definesc forma generală a terenului, ele fiind ușor de identificat, atît pe teren cît și pe hartă, după cum urmărim construirea sau utilizarea ei.

Liniile caracteristice sînt : *linia de reunire a apelor sau talvegul*, linia după care se racordează doi versanți în aval și *linia de despărțire a apelor sau cumpăna apelor*, linia de racordare a doi versanți în amont.

Cele două linii caracteristice formează rețele care se întrepătrund (două văi vecine sînt întotdeauna separate printr-o linie de despărțire a apelor) (fig. 54).

Liniile de reunire a apelor formează o singură rețea pe bazinul hidrografic, iar cele de despărțire a apelor, o singură rețea pe un continent sau pe o insulă.

Formele de relief tipice, care se identifică cu ușurință pe teren și care apar în evidență și pe hartă, se împart în forme elementare, compuse și generale.

a) *Formele elementare*, părți ale formelor de relief, sînt reprezentate prin versant (coastă), culme și vale.

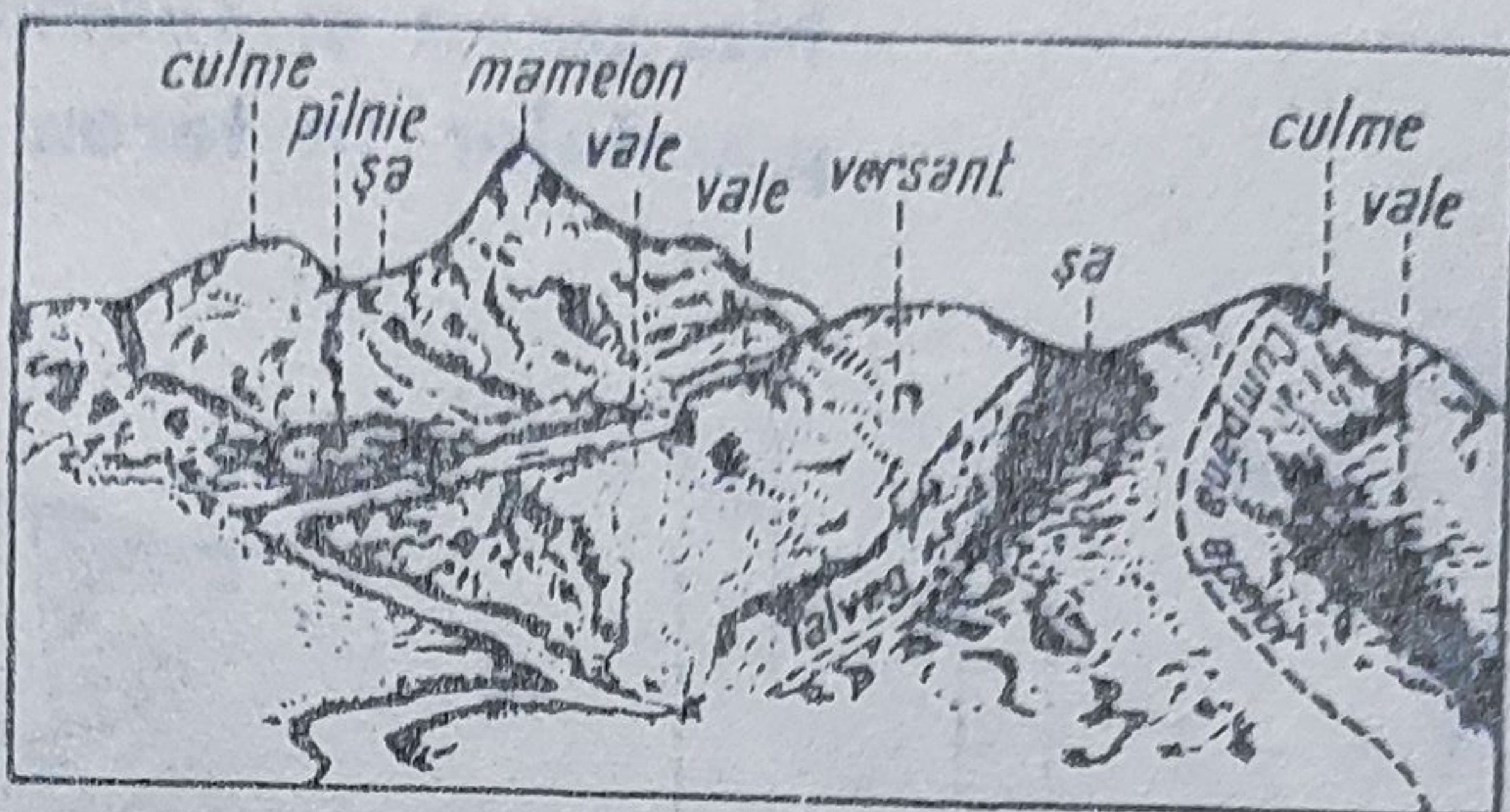
*Versantul* este forma elementară de relief cea mai simplă, fiind constituit, în general, dintr-un plan înclinat; el este limitat în aval de



Fig. 54. Liniile caracteristice ale terenului.



Fig. 55. Principalele forme de relief.



un talveg, iar în amont de cumpăna apelor. Versantul este plan numai pe o mică întindere, în rest fiind deformat de accidente de teren, care însă nu-i schimbă aspectul general de plan înclinat.

**Culmea** este forma de relief alcătuită din doi versanți care se unesc pe linia de despărțire a apelor. Intersecția versanților poate fi o linie de culmi ascuțite sau rotunjite. În aval, culmea se termină fie într-un talveg, fie într-o șă.

**Valea** este forma negativă de relief, alcătuită din doi versanți care se intersectează pe linia de reunire a apelor.

b) **Formele compuse** sînt mamelonul (movila) și pîlnia (dolina, crovul, căldarea).

**Mamelonul** este forma pozitivă de relief rezultată din mai mulți versanți care coboară dintr-un punct numit *vîrf*ul mamelonului. Din vîrf se pot desprinde de asemenea origini de văi sau de culmi.

**Pîlnia** este forma de relief inversă mamelonului; versanții coboară spre fundul depresiunii închise, iar originea talvegurilor și a liniilor de despărțire a apelor se află la periferia pîlniei.

**Șaua** este regiunea mai joasă dintre două culmi sau mameloane; ea rezultă din acțiunea de eroziune regresivă a două râuri care curg în direcții opuse.

În figura 55 sînt reprezentate formele de relief tipice.

c) **Formele generale de relief** sau formele geografice sînt munții, colinele, podișurile, platourile și cîmpiile, definite de formele de relief elementare și compuse.



## Capitolul IV

### Marcarea și semnalizarea punctelor în teren

#### § 1. Marcarea punctelor în planimetrie

Punctele din teren care formează canevasul de sprijin sau baza geodezică și topografică a hărții se materializează prin diferite borne (în pământ) și semnale (deasupra solului).

Marcarea punctelor în teren se face pentru ca acestea să poată fi utilizate în tot timpul operațiilor de ridicare, de asemenea, pentru cazul reconstituirilor și al reambulărilor ulterioare, ca și pentru a servi ca puncte de sprijin permanente în ridicările regionale și locale în domeniul construcțiilor și hidrotehnicii, în domeniul trasării căilor de comunicație, al lucrărilor silvice și miniere etc.

Aceste puncte, alese pe vîrfurile proeminente din teren, la încrucișări de drumuri, pe liziere de comune și de păduri, trebuie să rămână materializate în decursul anilor. De aceea, operațiile de bornare și semnalizare se execută cu toată atenția, respectîndu-se anumite norme ale standardelor de stat.

Cele mai multe puncte care se marchează în teren sînt vîrfuri ale triunghiurilor triangulațiilor de diferite ordine sau punctele de triangulație. Operațiile de marcarea au loc după un studiu prealabil al terenului în cabinet (prin consultarea unui document cartografic mai vechi), marcarea propriu-zisă avînd loc în etapa a doua a ridicării topografice, cînd se face recunoașterea terenului și cînd se stabilește locul precis de plantare a bornei și tipul de semnal care se va ridica pentru ca punctul să fie vizibil de la distanță.

De obicei, plasarea punctelor se face pe cît posibil în locurile ușor accesibile și vizibile din mai multe direcții; se evită pozițiile greu accesibile și terenurile instabile.

*Bornele*, prin care se marchează punctele canevasului geodezic și topografic, alcătuite din beton sau piatră, au forma unui trunchi de piramidă cu baza pătrată și dimensiunile indicate în figura 56.

Pe fața superioară se gravează un + sau se plantează un bulon metalic. Bornele se îngroapă, lăsîndu-se afară 5—10 cm, pentru a fi găsite cu ușurință.

Pentru fixarea punctelor de detaliu, care nu rămîn permanent în teren, se utilizează țîrșii din lemn sau din metal (fig. 57).



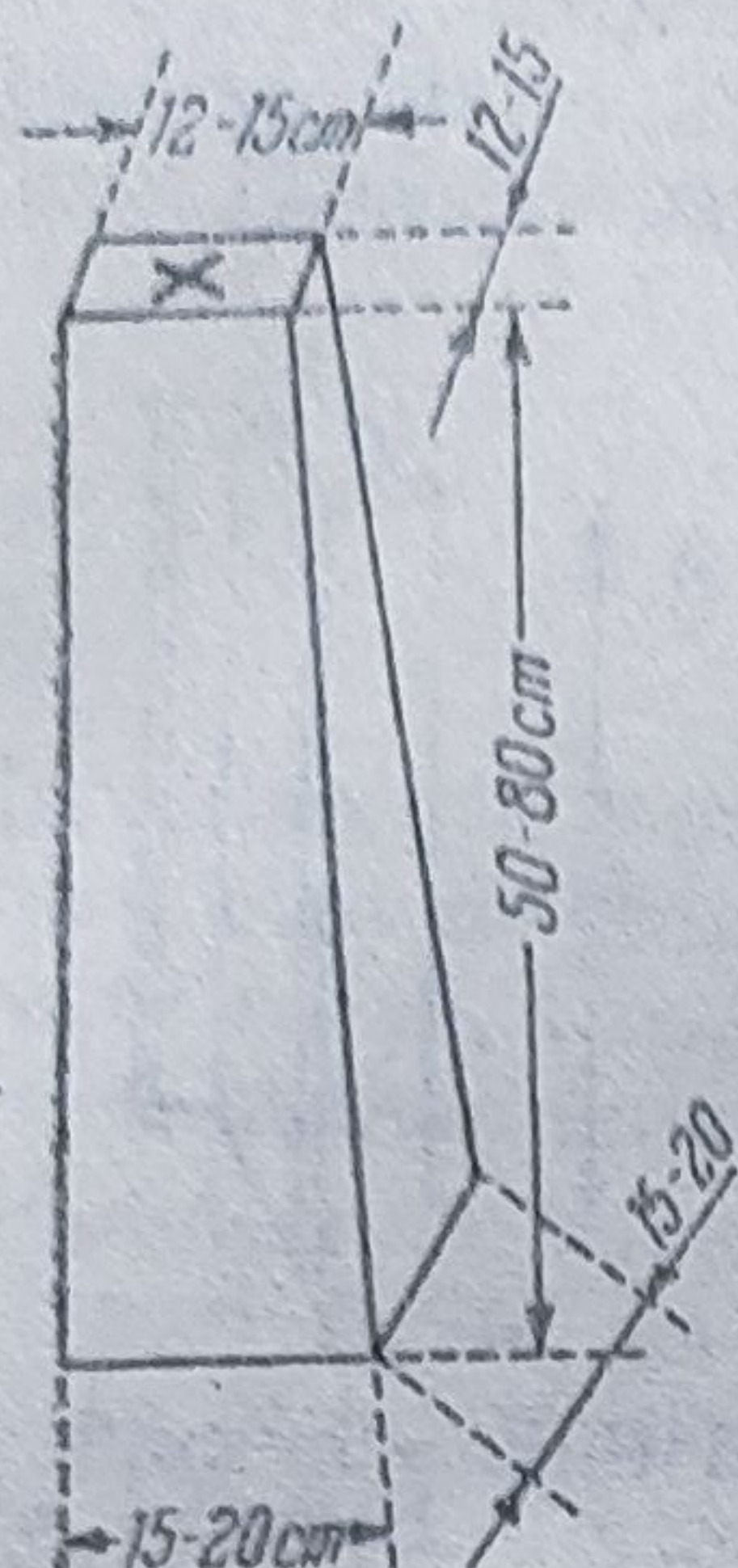


Fig. 56. Bornă topografică.

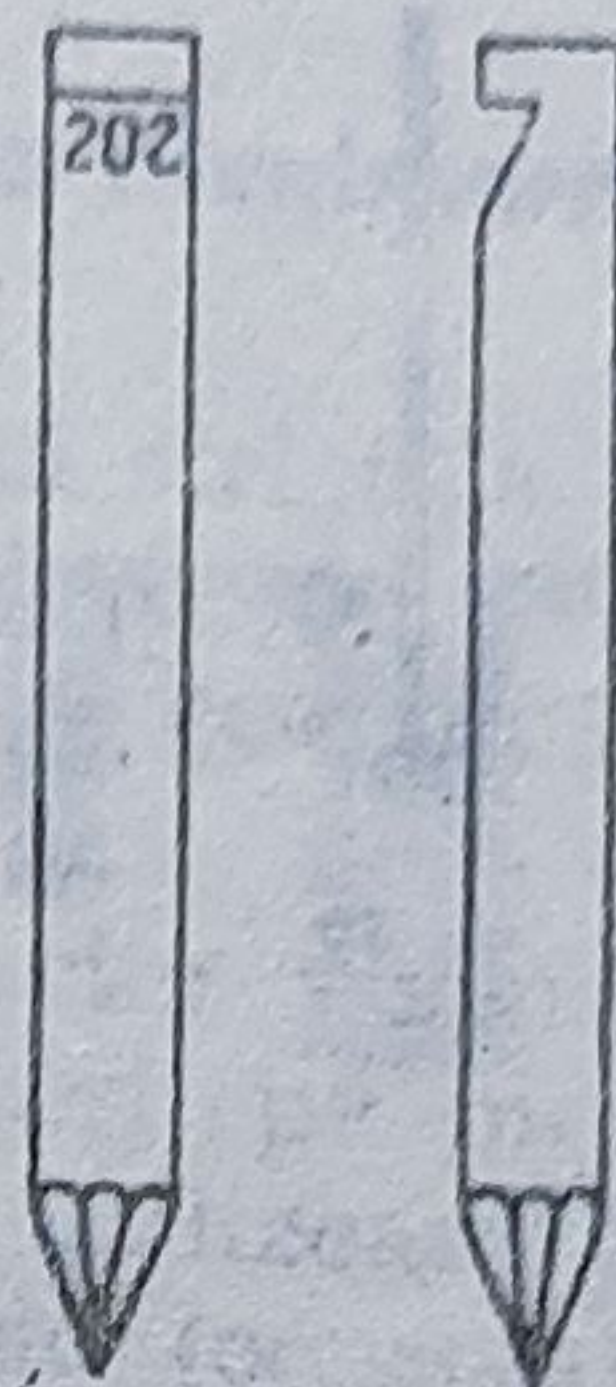
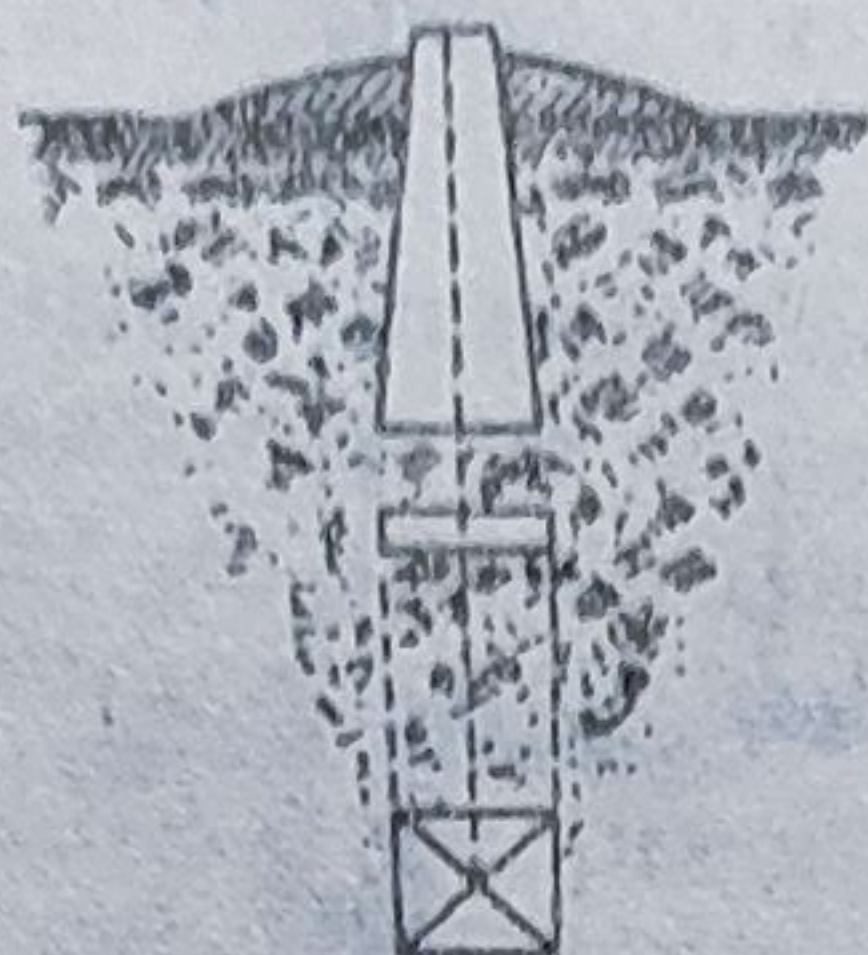
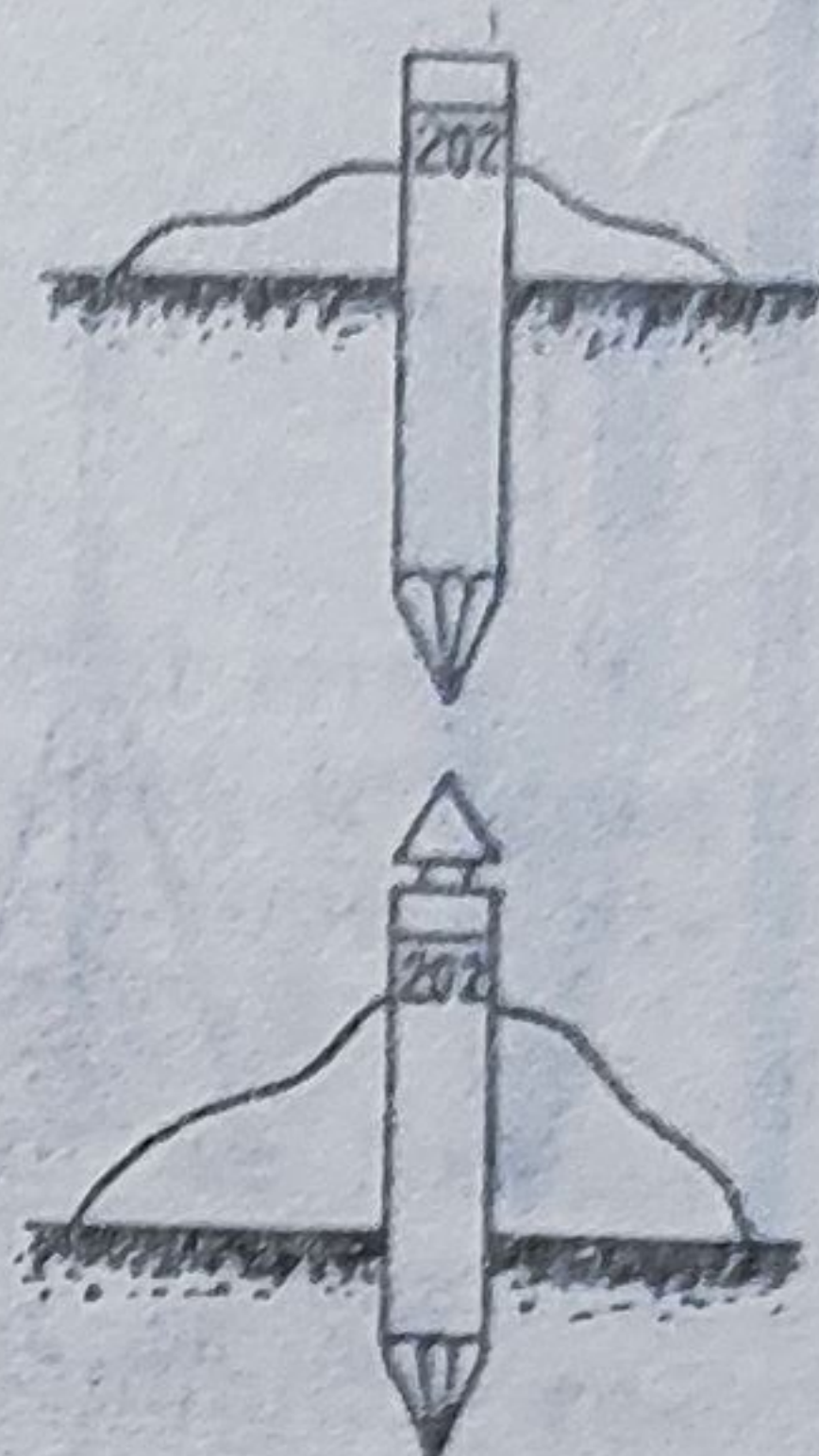


Fig. 57. Țăruși.



Semnalizarea punctelor din teren se face pentru ca acestea să fie văzute de la distanțe cât mai mari. În locul sau deasupra bornelor care indică poziția exactă a punctului se instalează semnale de diferite categorii :

— *jaloanele*, cele mai simple semnale de suprafață, sînt confecționate din lemn, au o lungime de 2 m, 3 m sau 4 m, secțiune triunghiulară, hexagonală sau octogonală, grosimea 4 cm ; pentru a putea fi văzute de la distanță mare, sînt colorate alb-roșu sau alb-negru, în sectoare de 20 cm. La un capăt, jalonul are un sabot de fier pentru plantarea în sol. În orașe sau pe șoselele dinafara acestora, jaloanele sînt susținute de trepiede metalice (fig. 58) ;

— *semnalele fluture cu cutie* (fig. 59) sînt formate din stîlpi de 3—6 m înălțime, intrînd în pămînt într-o cutie de 80 cm. Pentru a-i asigura vizibilitatea de la distanțe mari, în vîrfurile semnalului se așază în cruce patru scînduri (80/20), două cîte două, perpendiculare unele pe celelalte. Pe fluturele superior se scrie numărul punctului, pentru a nu se face confuzie între puncte.

Cînd se face stație în punct, se scoate semnalul, rămînînd cutia, deasupra căreia se instalează, centric, aparatul topografic.

Semnalul fluture poate fi plasat pe o capră cu 2, 3 sau 4 picioare. În acest caz, punctul de stație este materializat printr-o bornă (fig. 60) ; de asemenea, se pot instala în copaci, pe acoperișuri etc. ;

— *piramidele* sînt semnale utilizate pentru marcarea punctelor geodezice. Ele pot fi simple (fig. 61) și etajate (cu poduri) (fig. 62).

Piramidele etajate au funcție dublă : pe de o parte au rol de semnale, iar pe de altă parte, rolul de suport al aparatului topografic și al observatorului, la o anumită înălțime.



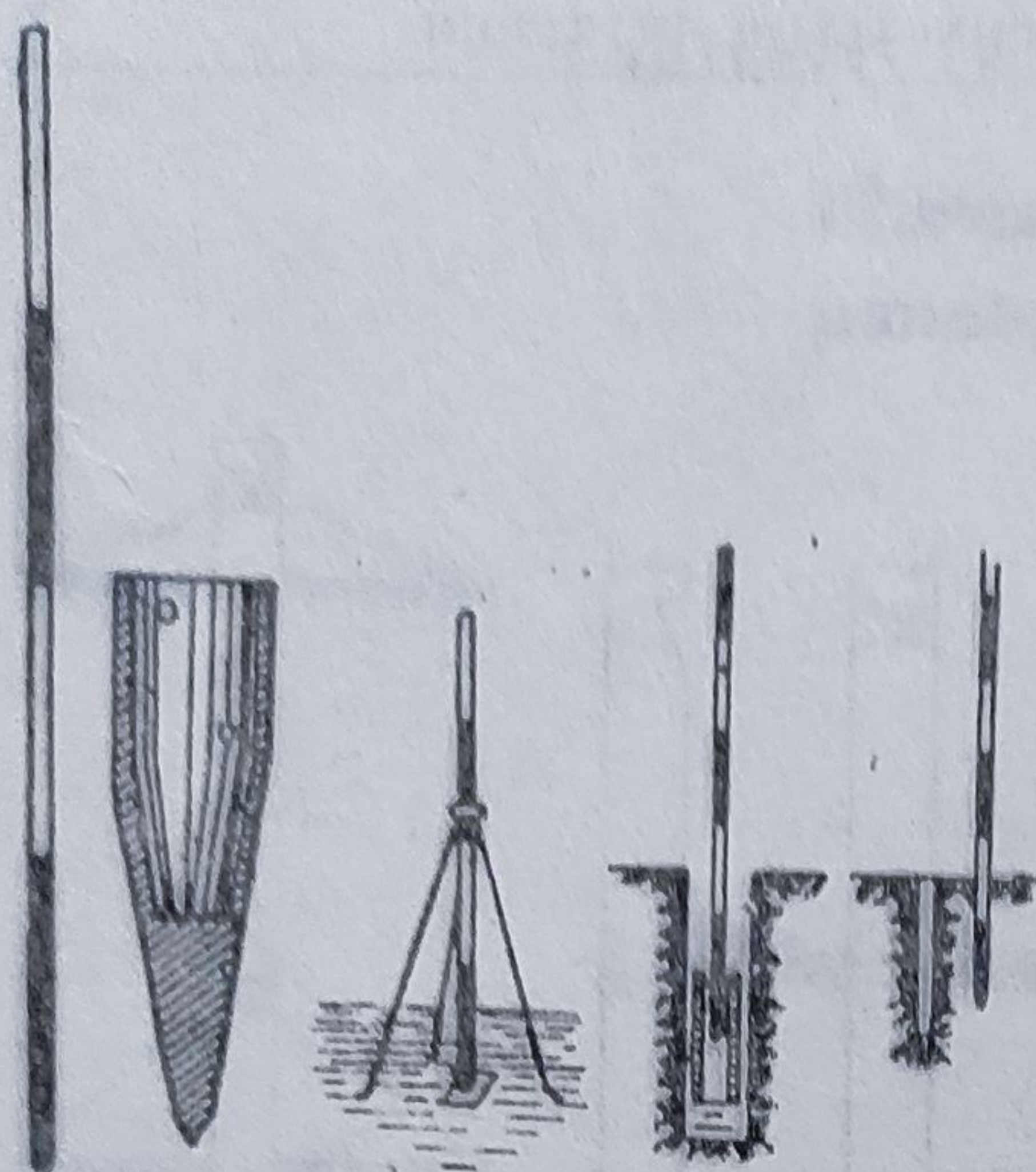


Fig. 58. Jaloane.

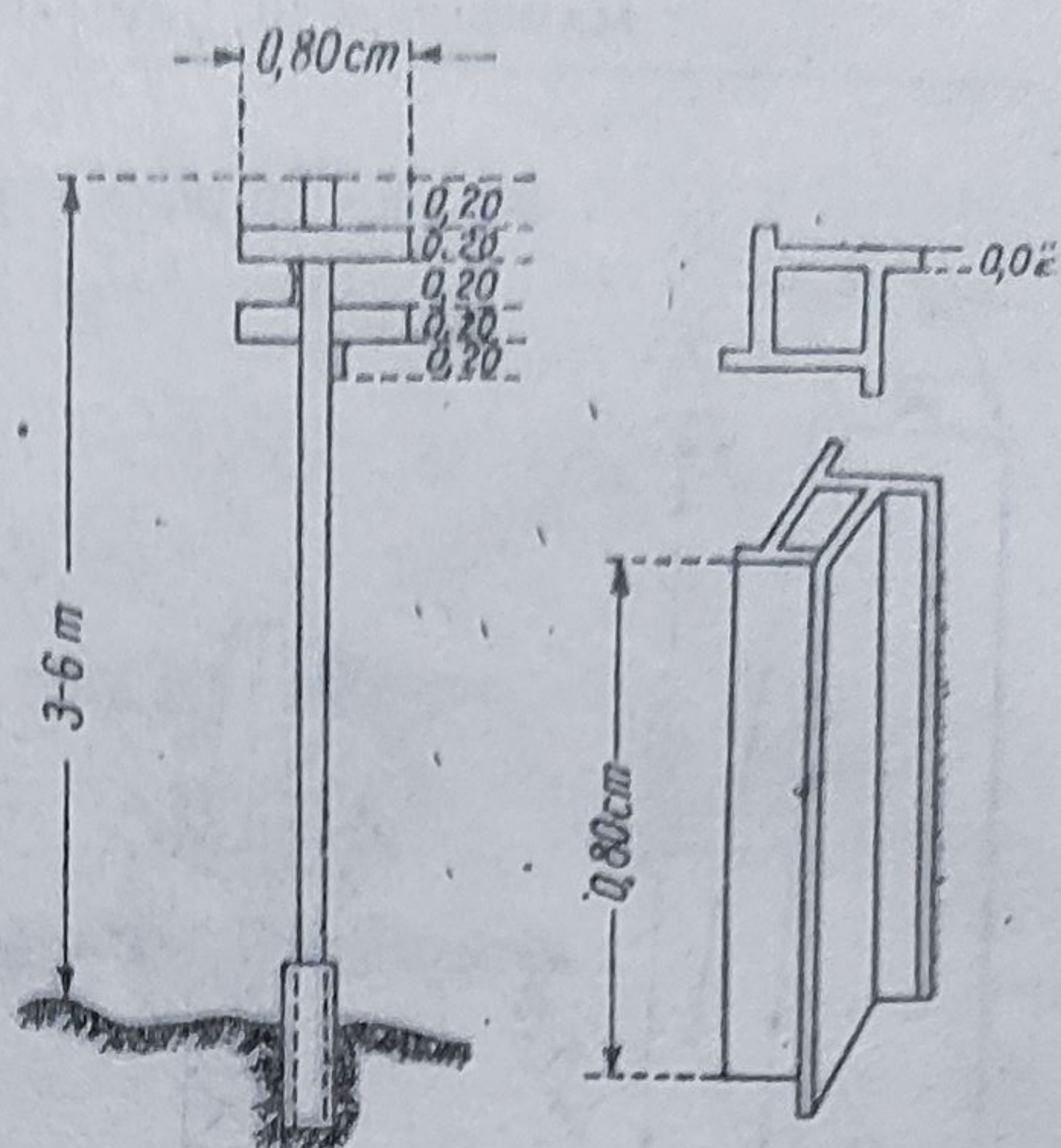


Fig. 59. Semnal fluture în cutie.

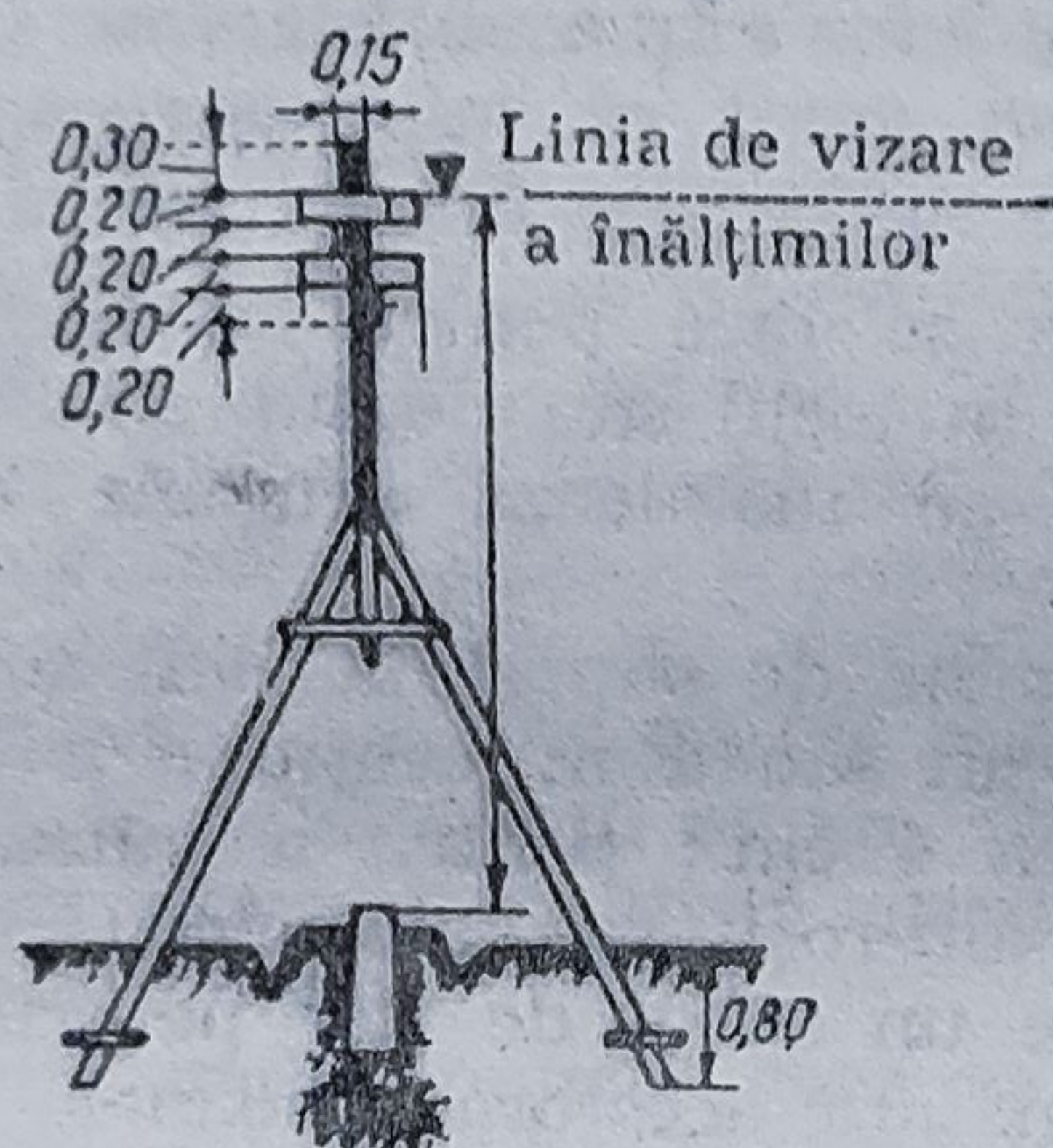


Fig. 60. Semnal fluture pe capră.

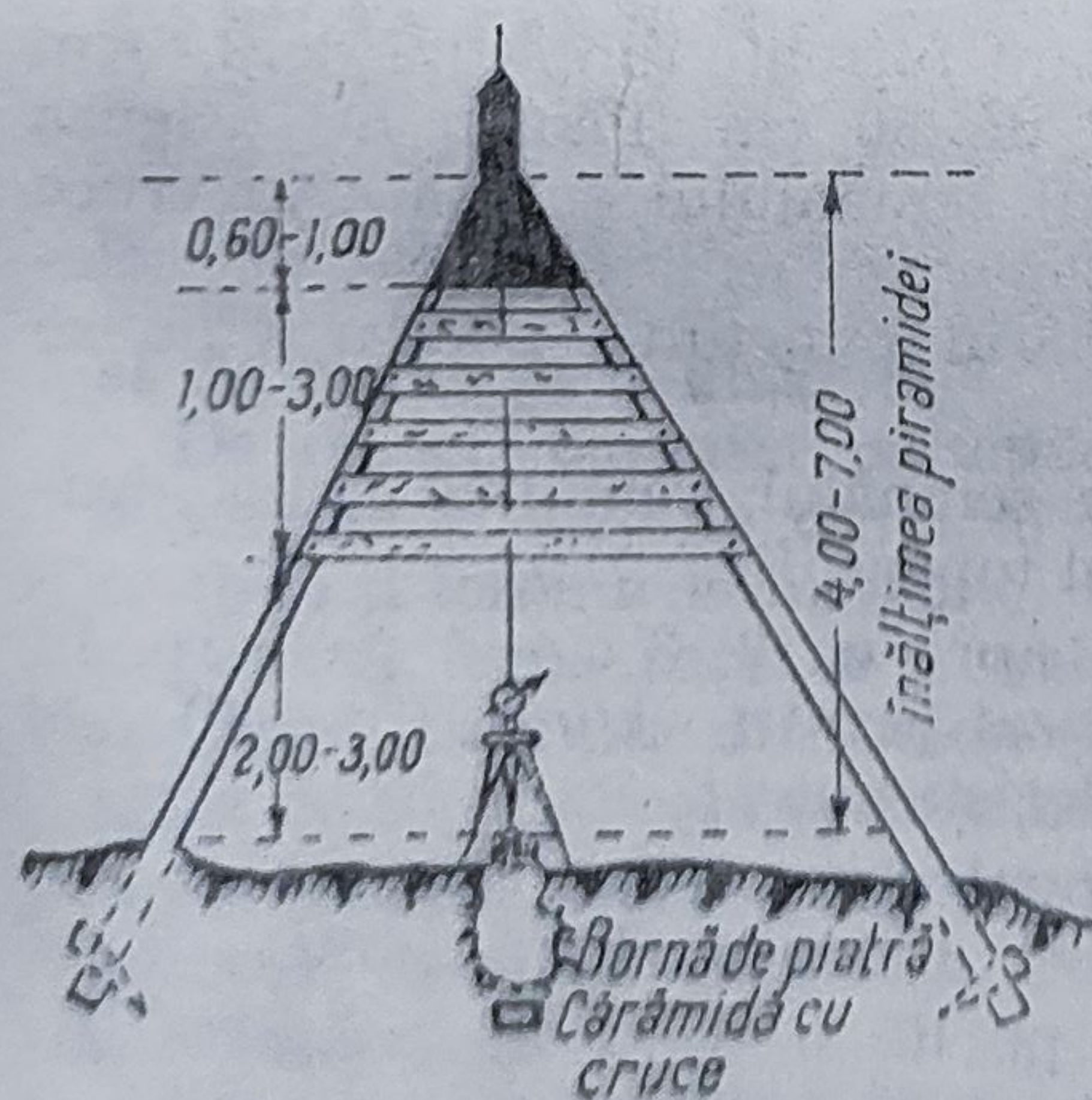


Fig. 61. Piramidă simplă.

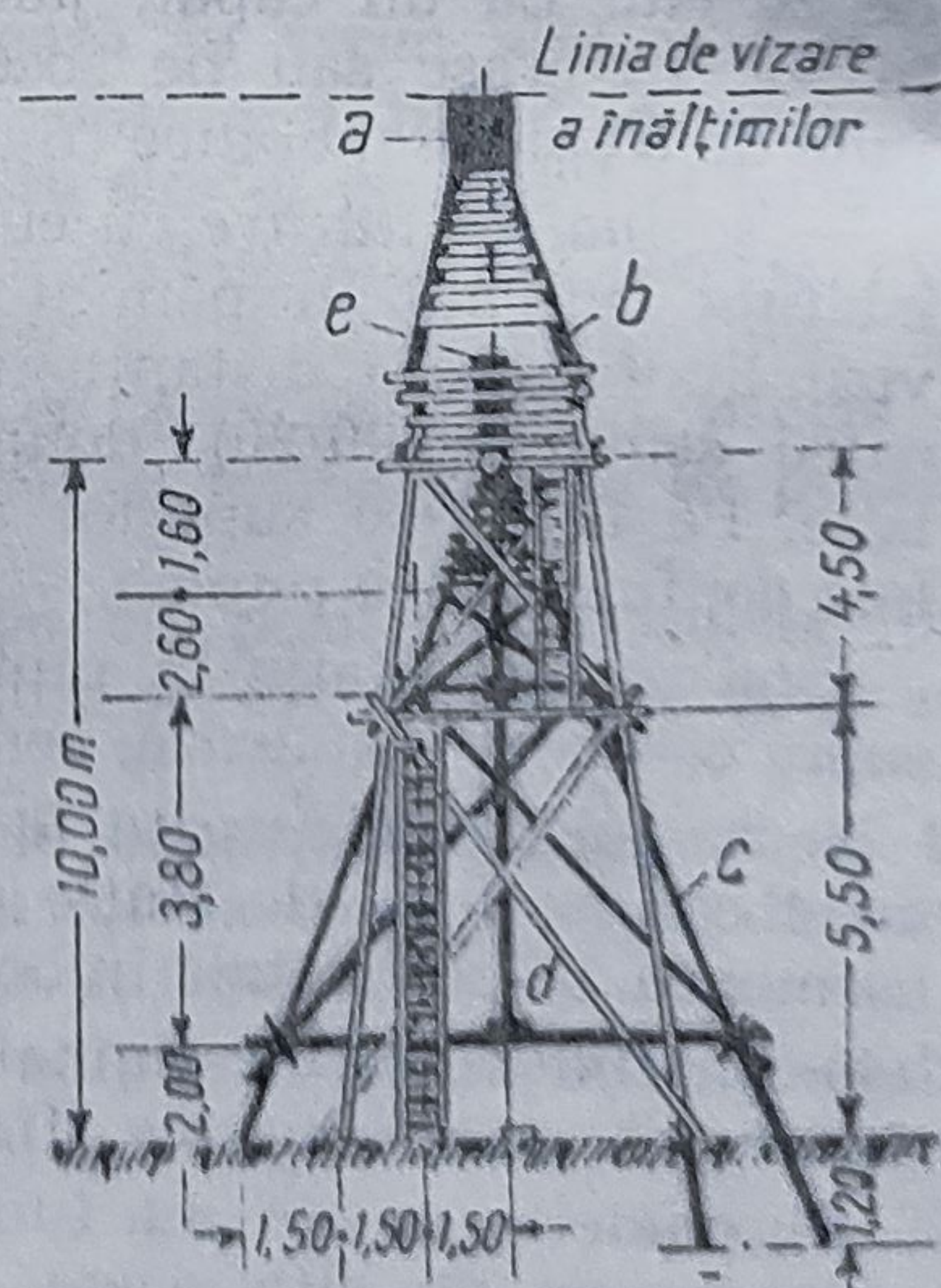


Fig. 62. Piramidă etajată.



Înălțimea etajelor și numărul lor este dictat de condiția vizibilității. La aceste semnale, punctul marcat în teren prin bornare este proiectat și marcat pe podeaua fiecărui etaj printr-un reper metalic.

## § 2. Marcarea punctelor de nivelment

În altimetrie, poziția punctelor se localizează strict la nivelul terenului. Ținând cont de importanța pe care o au lucrările de nivelment, utilizate în construcții, trasări de căi de comunicație, în geofizică etc., reperii nivelitici trebuie temeinic marcați în teren.

Punctele de nivelment de precizie, cu caracter permanent, se fixează în locuri ferite, ca zidurile clădirilor, pe poduri, pe pietrele kilometrice etc. În cazul plasării punctelor pe clădiri, se utilizează așa-numitele *re-pere consolă*, formate dintr-un suport metalic (consolă) și o placă pe care se trece cota absolută a punctului (fig. 63).

În alte locuri, reperul altimetric este reprezentat printr-o rondelă metalică sau o placă pe care se indică altitudinea punctului și numărul de ordine.

În unele orașe, marcarea altimetrică a punctelor se face prin măsute metalice, octogonale, susținute de un stâlp de 1 m. Punctul de nivelment este dat de suprafața măsutei gravată în cruce, numărul de ordine și cota fiind trecute pe o tăbliță prinsă de stâlp (fig. 64).

În teren, punctele nivelitice pot fi reprezentate prin bornele de triangulație sau prin borne speciale din beton, prevăzute cu un cui metalic (fig. 65).

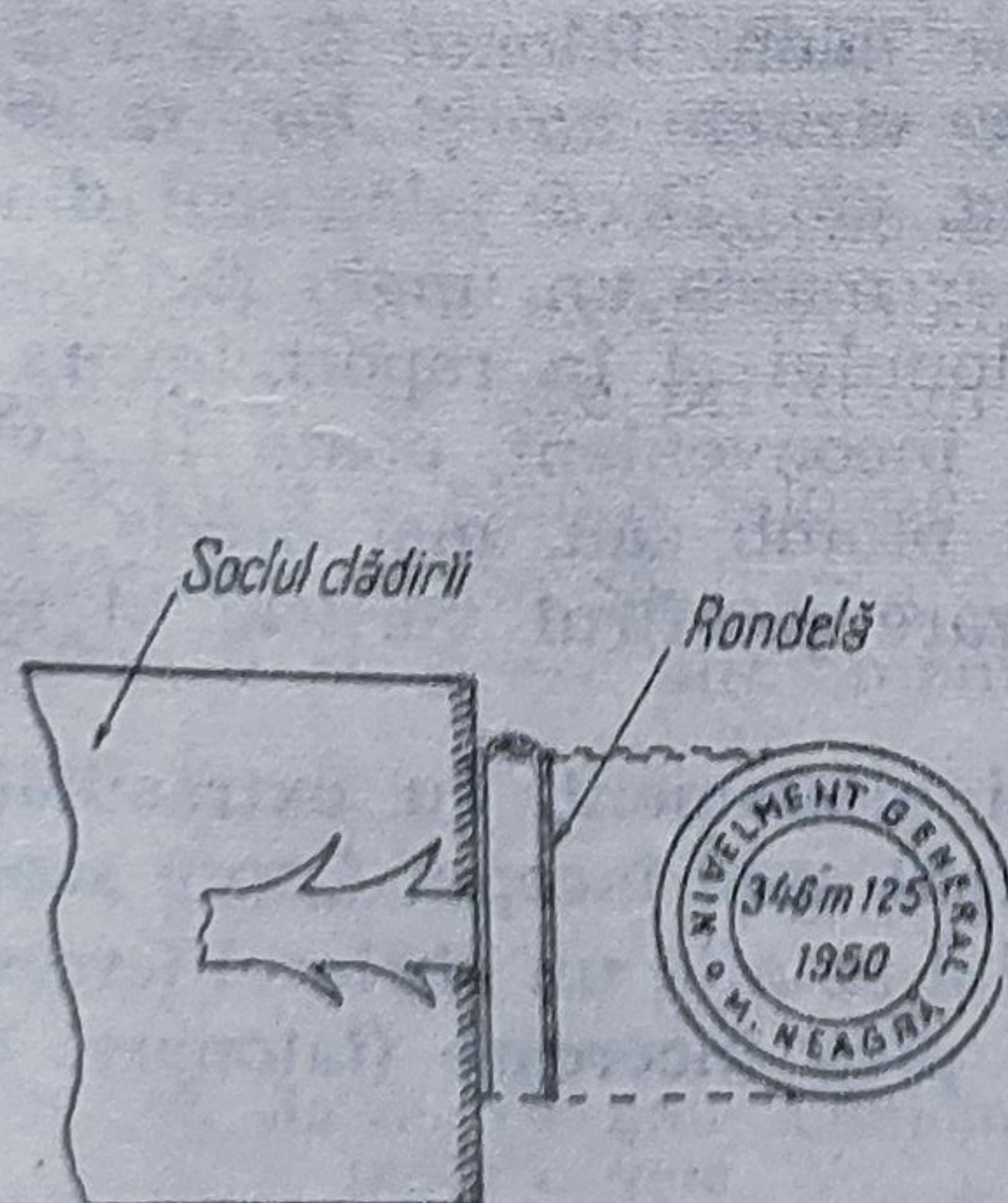


Fig. 63. Reper nivelitic cu consolă.

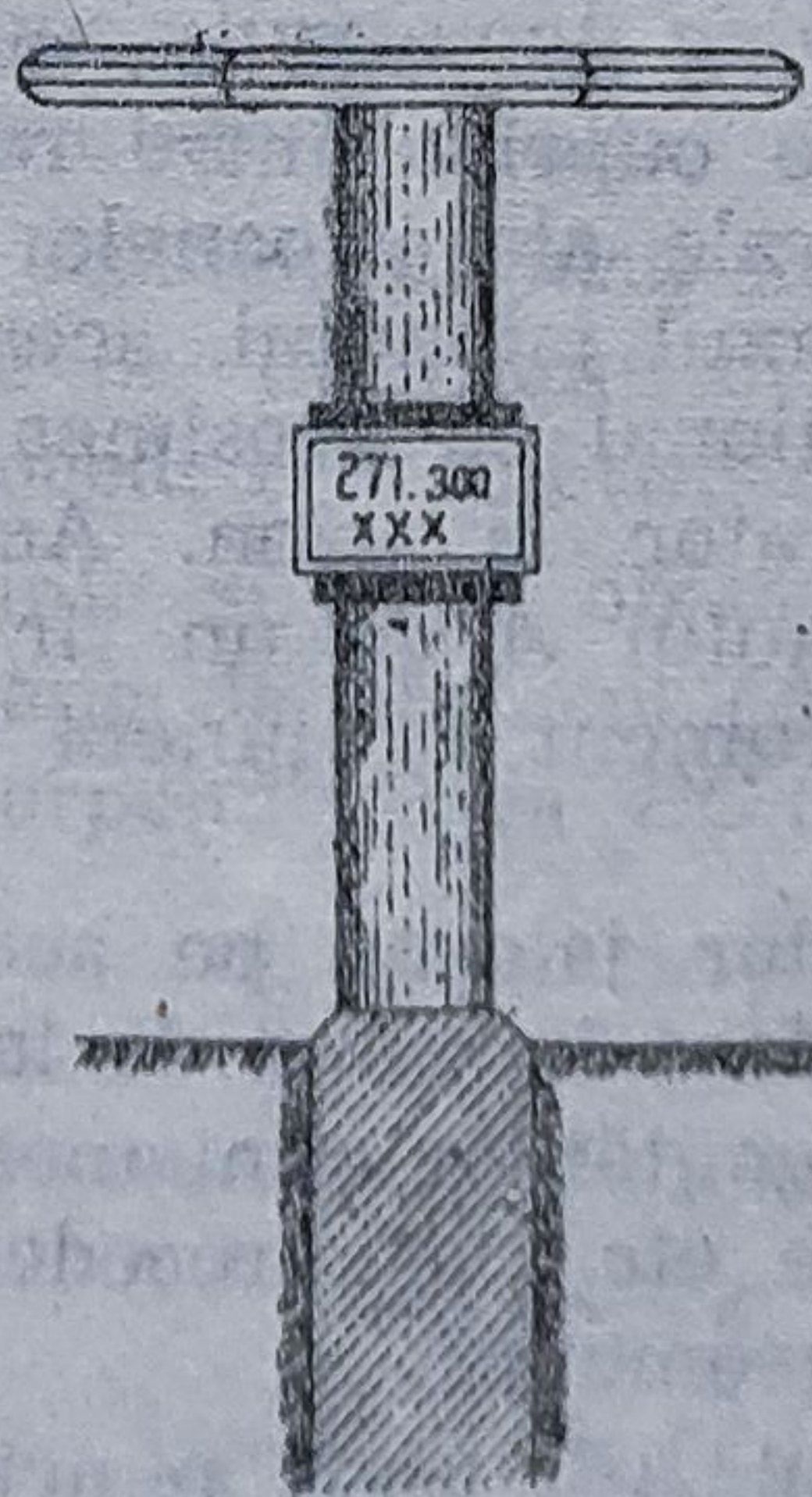


Fig. 64. Reper nivelitic pe măsuță metalică.

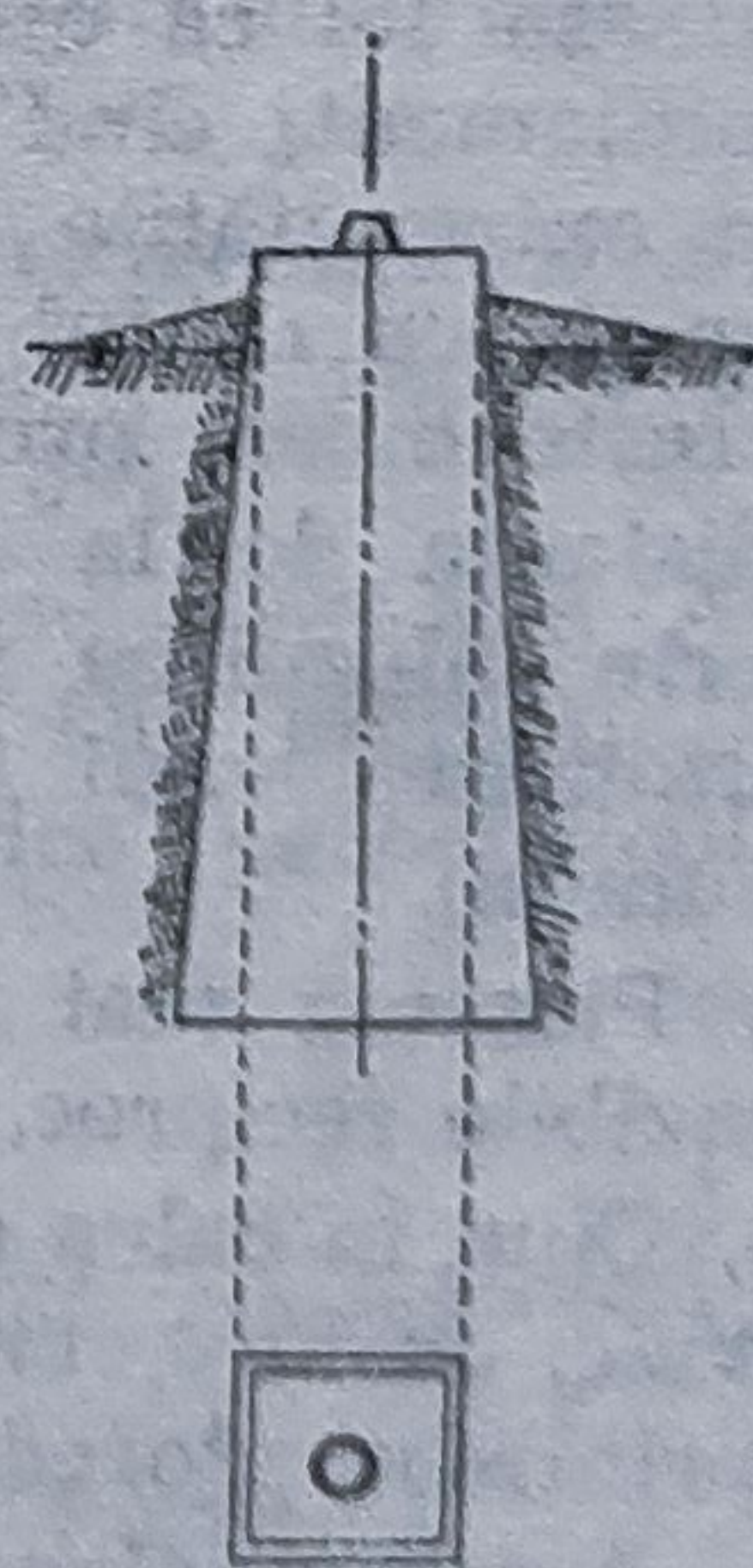


Fig. 65. Reper nivelitic de teren.



## Operații topografice

### § 1. Măsurarea distanțelor

Distanțele, utilizate în diferite procedee topografice, sînt proiecțiile pe un plan orizontal ale lungimilor măsurate în teren, adică distanțele reduse la orizont. Ele se măsoară în mod *direct* (cînd se parcurg) și *indirect* (cînd nu se parcurg).

**a. Măsurarea directă a distanțelor.** Înainte de a măsura direct o distanță, dacă aceasta depășește lungimea instrumentului cu care măsurăm (panglică, ruletă, fir), trebuie să creăm aliniamentul direcției pe care se află distanța de măsurat. După fixarea extremităților distanței, aliniamentul se realizează cu ajutorul jaloanelor. A *jalona* un aliniament, înseamnă a fixa o serie de repere (jaloane) coliniare cu două puncte care definesc linia din teren.

Pentru a plasa un jalon pe aliniamentul  $AB$ , un operator se așază la cel puțin 2 m în spatele jalonului  $A$ , indicînd prin gesturi ajutorului operator, care poartă jalonul  $C$ , sensul în care trebuie să se deplaseze în așa fel ca din  $A$  să se vadă un singur jalon. Jalonul  $C$  se află pe aliniament, cînd este cuprins între razele vizuale  $aa'$  și  $bb'$ , tangente la extremitățile laterale ale jaloanelor (fig. 66). Dacă jalonierul din  $A$  ar sta cu ochiul în axul jalonului, acesta ar masca un unghi  $MAN$  care crește direct proporțional cu grosimea jalonului și în raport invers cu distanța de la operator la jalon. Acest inconvenient poate fi evitat prin înlocuirea jalonului  $A$  cu un fir cu plumb sau, mai precis, prin utilizarea unui instrument cu lunetă (vizare pe firul vertical al reticulului).

Plasarea mai multor jaloane pe același aliniament, cu extremitățile vizibile reciproc, se face începînd de la capăt spre început („spre sine“).

Cînd în calea extremităților aliniamentului se află un obstacol (creastă, vale, pădure, clădire etc.), se procedează prin încercare (tatonare) sau printr-un procedeu geometric.

Avînd aliniamentul  $AB$ , unde punctul  $B$  nu se vede din punctul  $A$  (este mascat de un obstacol natural), jalonarea acestuia se face prin fixarea pe aliniament a cel puțin două jaloane  $C$  și  $D$ .



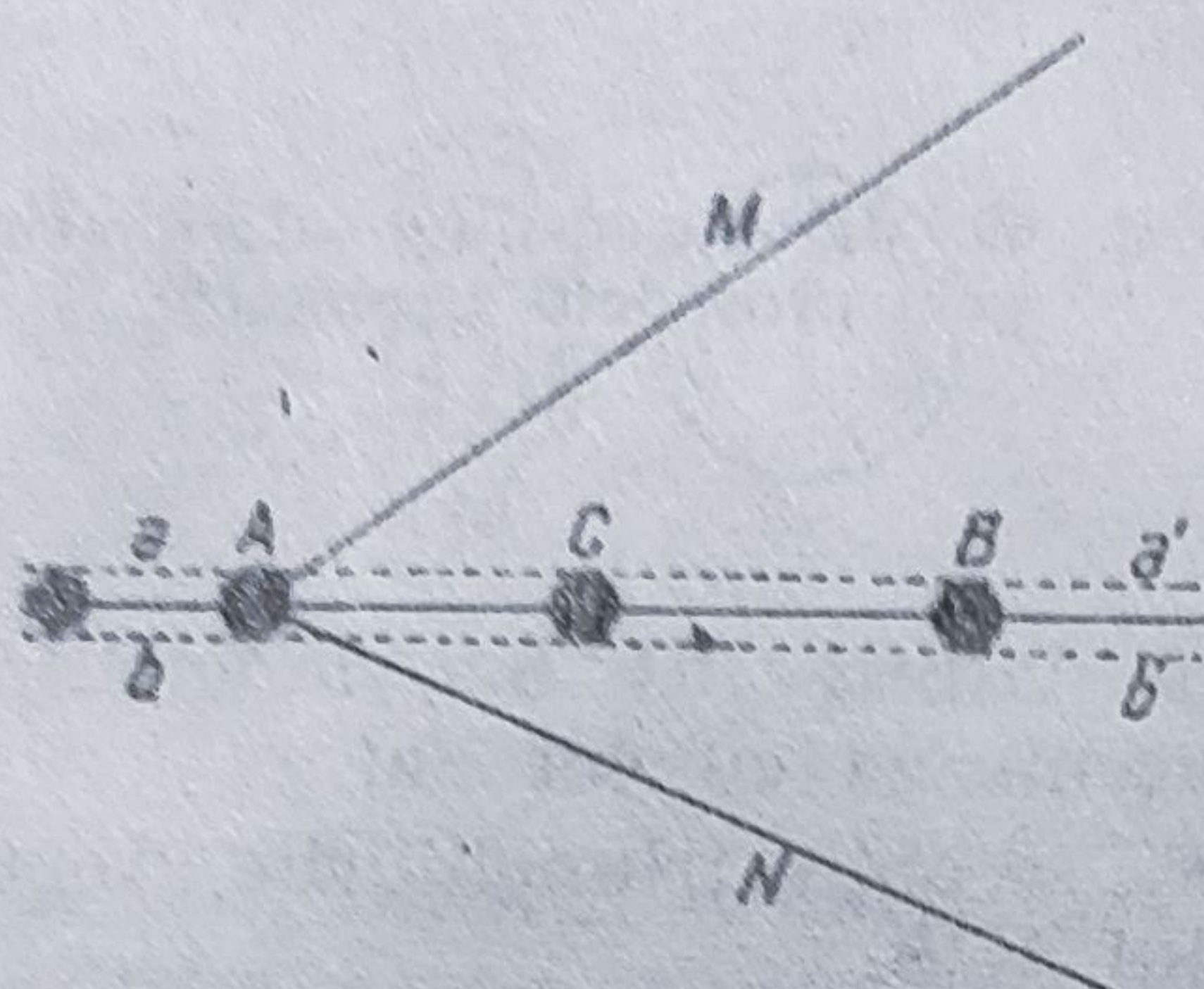


Fig. 66. Jalonarea unui aliniament.

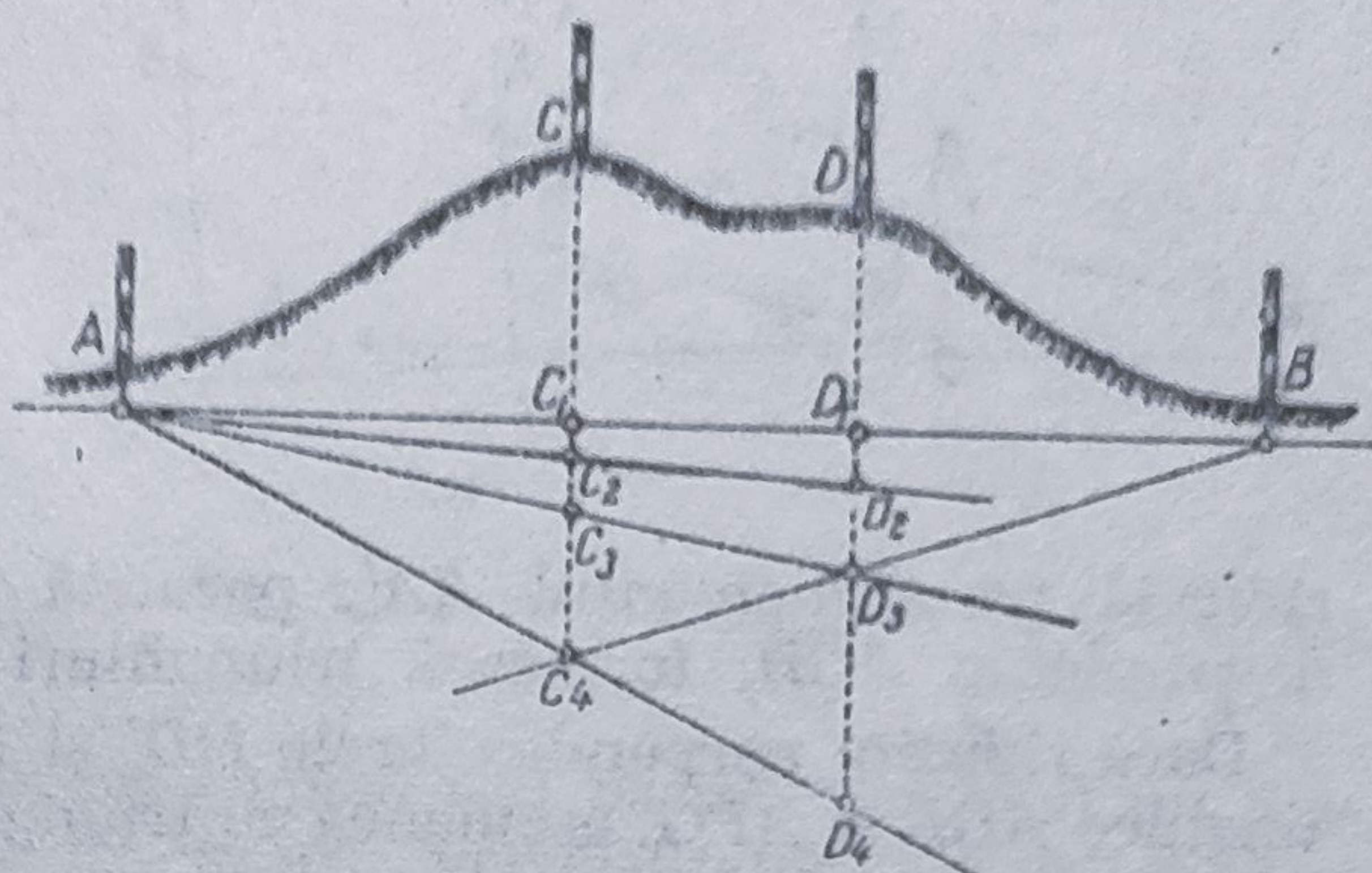


Fig. 67. Jalonarea unui aliniament peste o creastă.

La început, se plasează pe aliniamentul AD jalonul C, apoi pe aliniamentul BC jalonul D; prin deplasarea jalonului D s-a deranjat aliniamentul AD, care se reface, privind din A.

Tot așa se continuă alinierile de la o extremitate sau alta, pînă cînd cele două aliniamente ajung în prelungire (fig. 67).

Cînd între cele două extremități, marcate prin jaloane, există vizibilitate, însă terenul este foarte accidentat (fig. 68), se procedează astfel :

Din punctul A se privește spre B și se plantează jalonul E pe versantul opus punctului A și alte două jaloane, C și D, pe versantul alăturat. Pentru control, se mai pot fixa pe aliniament, privind din unul din punctele intermediare spre o extremitate sau alta, alte 2—3 jaloane.

În cazul că terenul nu este accidentat, însă între extremitățile aliniamentului nu există vizibilitate (se interpune o clădire, o pădure etc.), jalonarea se face printr-un procedeu geometric (fig. 69).

Pentru a planta jaloane înainte și după obstacol, se alege din A un aliniament care să treacă aproape de obstacol (AA'). Din punctul B se coboară pe acest aliniament perpendiculara BC; orice perpendiculară

Fig. 68. Jalonarea unui aliniament peste o vale.





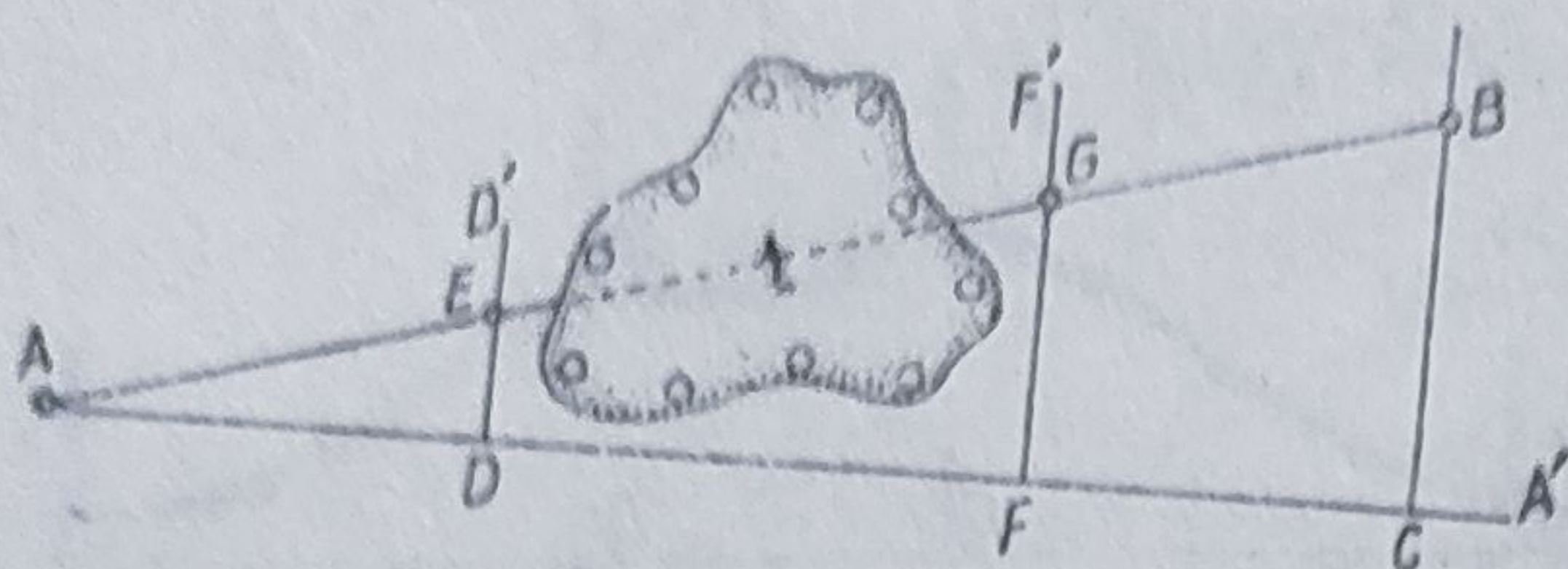


Fig. 69. Jalonarea unui aliniament prin procedeul geometric.

ridicată pe aliniamentul  $AA'$ , paralelă cu latura  $BC$  a triunghiului dreptunghic  $ACB$ , formează triunghiuri asemenea cu cel dat.

Dacă ridicăm perpendicularele  $DD'$  și  $FF'$ , se obțin triunghiurile dreptunghice  $ADE$  și  $AFG$ , asemenea cu triunghiul  $ACB$ .

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AD} \quad DE = \frac{BC \cdot AD}{AC};$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{FG}{AF} \quad FG = \frac{BC \cdot AF}{AC}.$$

Luind pe perpendicularele  $DD'$  și  $FF'$  lungimile calculate  $DE$  și  $FG$ , obținem punctele  $E$  și  $G$  care aparțin aliniamentului  $AB$ , înainte și după obstacol.

**Prelungirea unui aliniament.** Având un aliniament  $AB$  care se cere prelungit peste un obstacol care împiedică vederea (fig. 70), la început prelungim aliniamentul dat pînă în apropierea obstacolului, în punctul  $C$ , unde se ridică o perpendiculară  $CC'$  cu ajutorul unei busole sau a unui echer arpentor, care să depășească baza obstacolului. În punctul  $C'$  se ridică din nou o perpendiculară,  $C'D'$ , paralelă cu aliniamentul dat. Mai departe, în punctul  $D'$  se ridică perpendiculara  $D'D$ , egală și paralelă cu  $CC'$ ; punctul  $D$  trebuie să fie pe aliniamentul  $AB$ . Perpendiculara  $DE$  reprezintă prelungirea aliniamentului  $ABC$ .

**Trasarea perpendicularelor.** Pentru trasarea perpendicularelor în teren se utilizează instrumentele simple numite *echere*.

Se cunosc trei tipuri de echere;

- echere topografice (de arpentor);
- echere cu oglinzi;
- echere cu prisme.

**Echerele topografice** sînt formate din cutii cilindrice, prismatice sau sferice, secționate pe direcțiile  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ . Planurile de vizare în echerele topografice sînt realizate printr-un sistem de fante și pinule (fig. 71) care permite vizarea pe aliniamente și trasarea perpendicu-

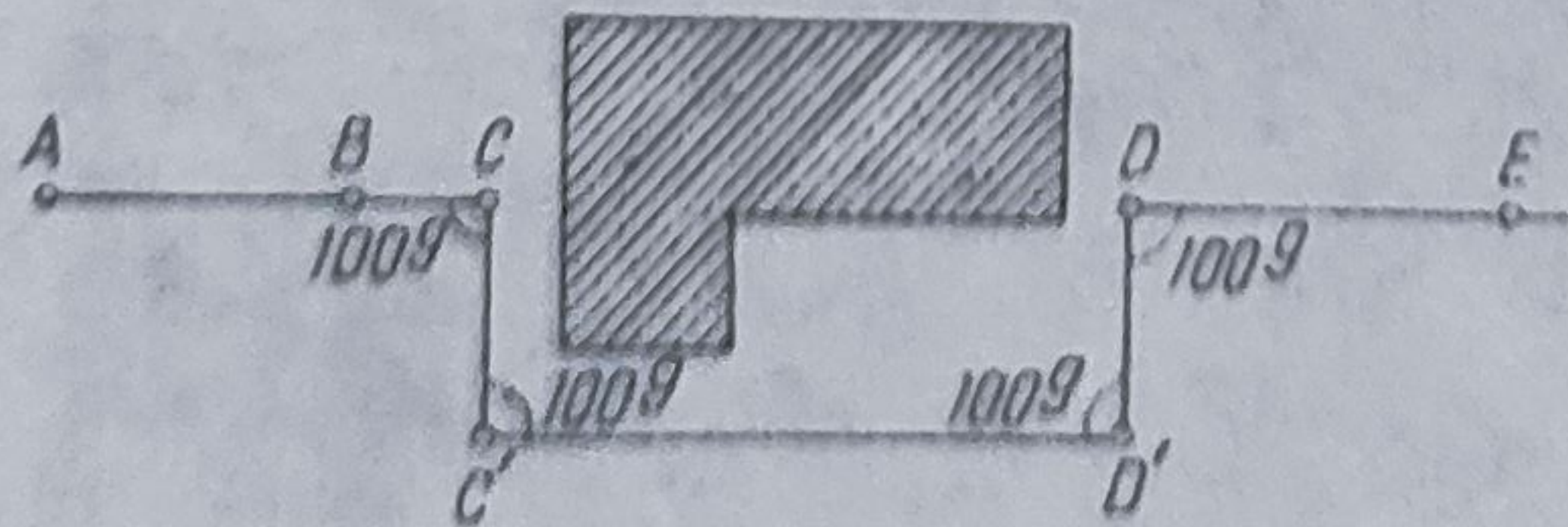


Fig. 70. Prelungirea unui aliniament peste un obstacol artificial.



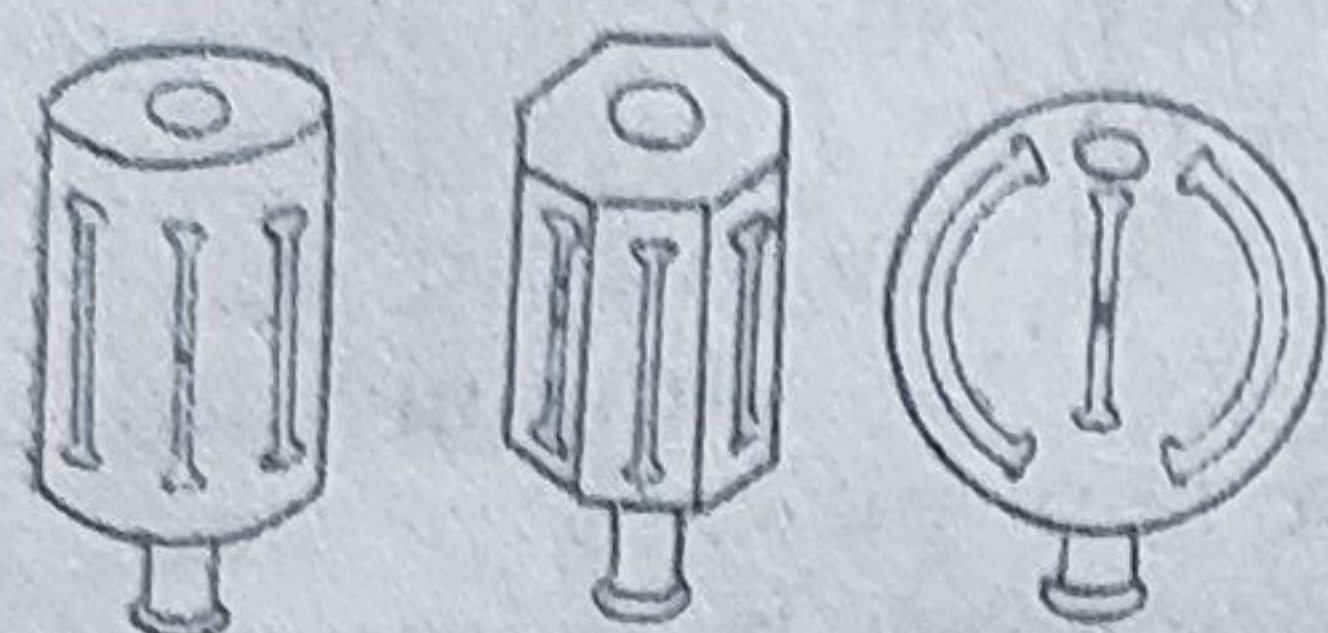


Fig. 71. Tipuri de echeres de arpentor

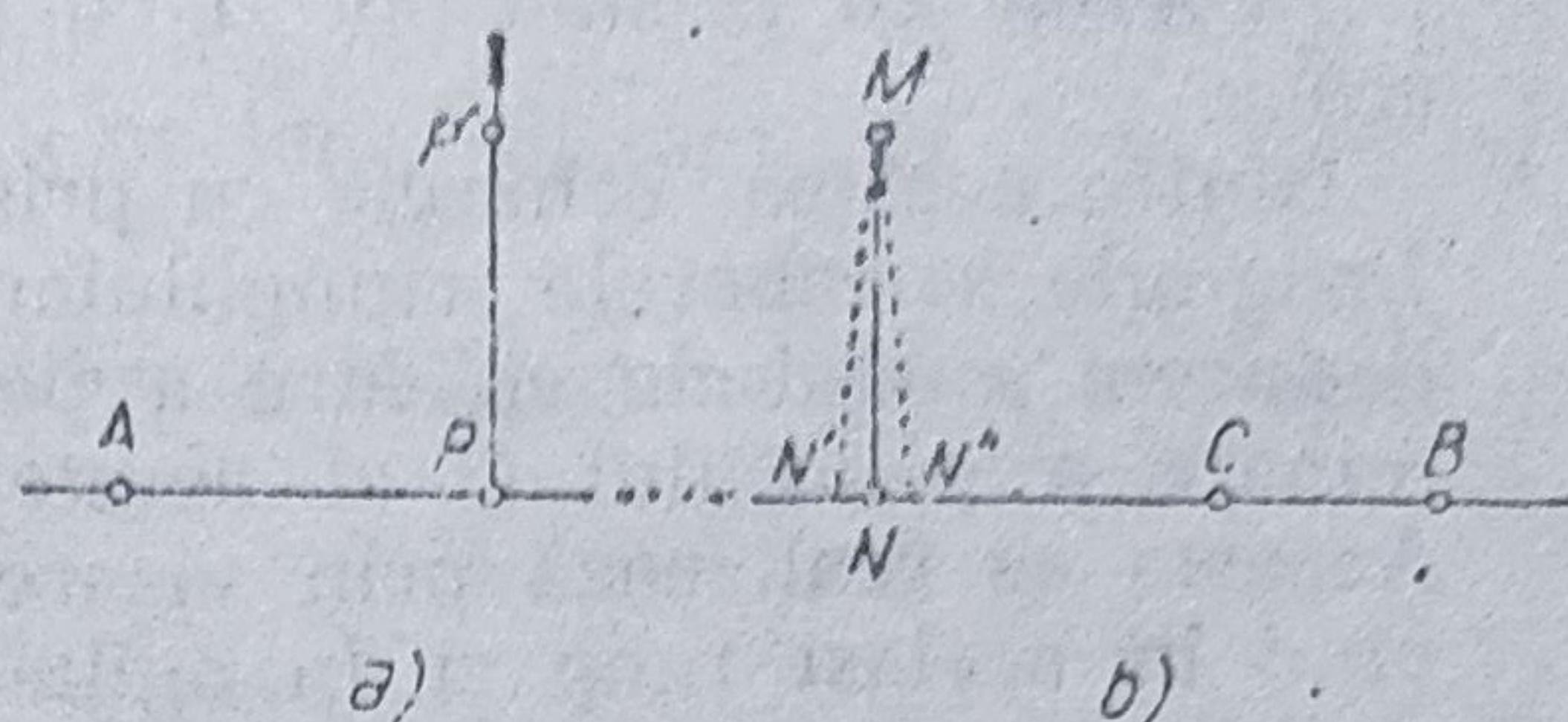


Fig. 72. Perpendiculare pe un aliniament.

larelor. Echerul se instalează pe un trepied sau baston, iar când nu dispunem de un suport, se ține în mână, verticalitatea asigurându-i-se ca un fir cu plumb.

Pentru ridicarea unei perpendiculare pe aliniamentul  $AB$ , într-un punct  $P$ , se asigură prezența pe aliniament prin vizare în direcția  $CB$ , unde sînt instalate două jaloane; vizarea prin pinula perpendiculară pe direcția dată ne va da un aliniament pe care îl materializăm prin jalonul  $P'$  (fig. 72, a).

Cînd se cere coborîrea unei perpendiculare dintr-un punct exterior  $M$  pe aliniamentul  $AB$ , se procedează prin tatonare, operatorul căutînd ca, în același timp, să fie și pe aliniament și la piciorul perpendicularei, respectiv în punctul  $N$  (fig. 72, b).

Echerele cu oglinzi sînt formate din două, trei sau două perechi de oglinzi. Mai util este echerul dublu cu oglinzi (patru oglinzi), care permite vizarea în două direcții perpendiculare opuse. În figura 73 este dată schema de principiu a echerului dublu cu oglinzi. Oglinzile duble  $O_1$  și  $O_2$  sînt montate în așa fel, încît jaloanele din  $A$  și  $B$  se vîd suprapuse, dacă operatorul este instalat pe aliniamentul considerat. Imaginile jaloanelor din  $A$  și  $B$  se vîd prin reflexie pe oglinzile  $O_1$  și  $O_2$ , iar jalonul  $C$  se vede direct. Dacă imaginile  $A$  și  $B$  se suprapun, iar operatorul se află pe direcția  $PC$ , el se va afla în același timp și pe aliniament și la piciorul perpendicularei coborîte din  $C$ .

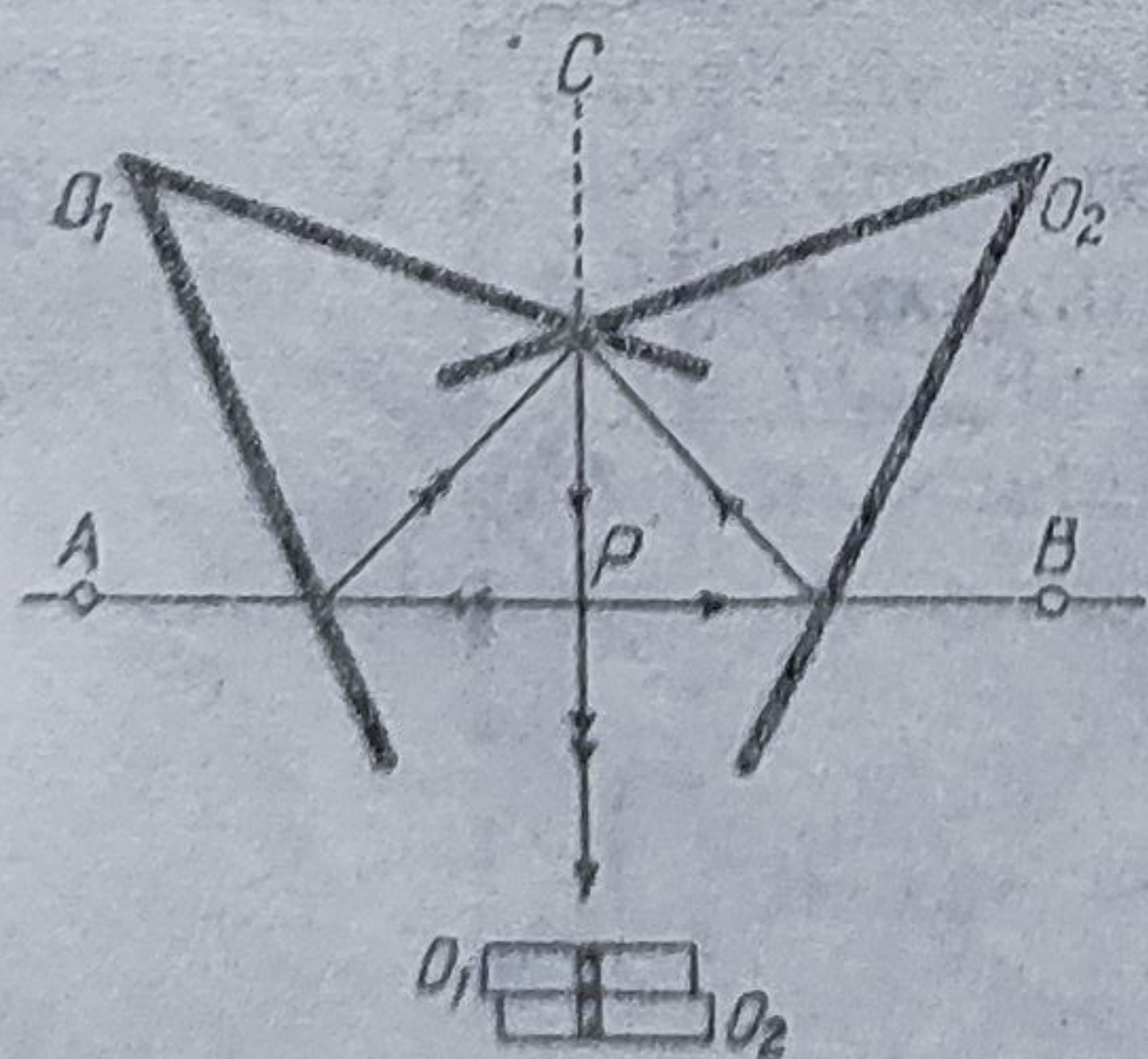


Fig. 73. Echerul cu oglinzi.

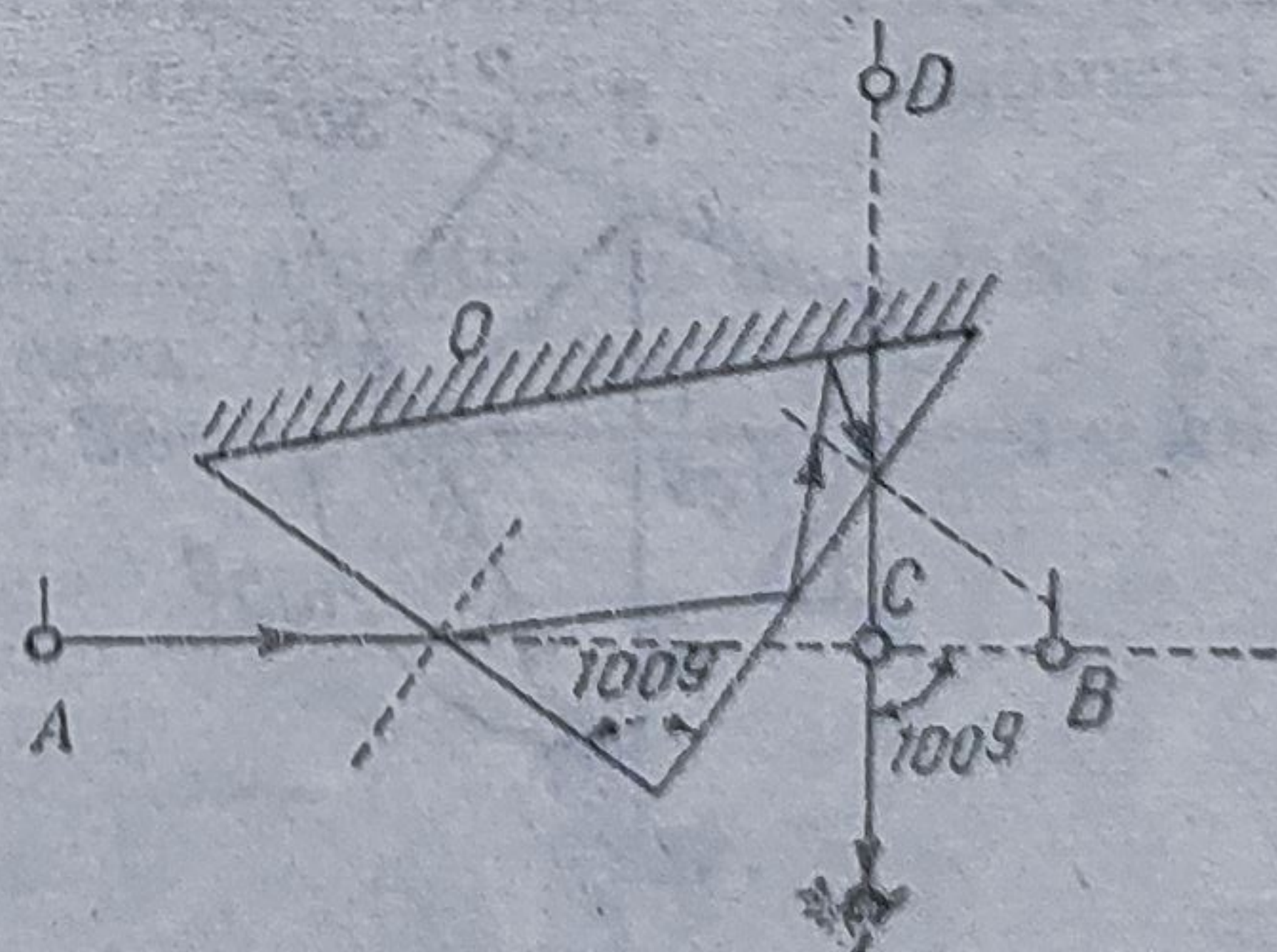


Fig. 74. Echerul cu prisme triunghulare.



Echerele cu prisme pot fi cu prisme triunghiulare, pentagonale și în cruce.

Dintre acestea, echerele cu prisme triunghiulare sînt cele mai simple. Imaginile în echerele triunghiulare se formează ca în figura 74 din care deducem modul de ridicare a perpendicularei  $CD$  sau modul de determinare a piciorului  $C$  al acestei perpendiculare, pe aliniamentul  $AB$ . Aceasta se realizează prin vizare pe deasupra sau pe sub prismă, privind în același timp și în oglinda  $O$ , care formează baza mare a triunghiului prisme.

Echerele cu prisme pentagonale formează imaginea ca în figura 75. Acest tip de echer este format dintr-o prismă pentagonală cu două fețe,  $MN$  și  $MR$ , perpendiculare și transparente și alte două fețe  $QR$  și  $NP$  poleite (oglinzi), dispuse în așa fel, ca prelungirile lor să formeze un unghi de  $50^\circ$ .

O rază luminoasă care pleacă din  $A$  (jalon) intră în prismă suferind o dublă refracție: una pe oglinda  $QR$  și alta pe oglinda  $NP$ , ajungînd la ochiul observatorului  $O$ . În felul acesta, imaginea lui  $A$  va apărea pe direcția  $OCD$ . Unghiul  $ACO$  de  $100^\circ$  se poate construi privind din  $A$  jalonul  $B$  și dînd indicații unui ajutor operator să așeze un jalon în  $D$ .

Jalonul din  $D$  este instalat definitiv cînd imaginea lui se suprapune imaginii jalonului  $A$ .

Echerele cu prisme în cruce (fig. 76) sînt formate din două prisme triunghiulare și se utilizează ca echerele duble cu oglinzi.

Cu acest tip de echer se poate determina simultan un punct pe aliniamentul dat, la piciorul perpendicularei coborîte dintr-un punct exterior.

Pentru măsurarea directă a distanțelor, din teren, se utilizează metode și instrumente variate, în funcție de precizia urmărită și de echipamentul de care dispunem (cu pasul, lanțul topografic, panglica de metal, ruleta — metalică sau textilă — rigla — metalică sau din lemn, — firul de oțel sau invar ș.a.).

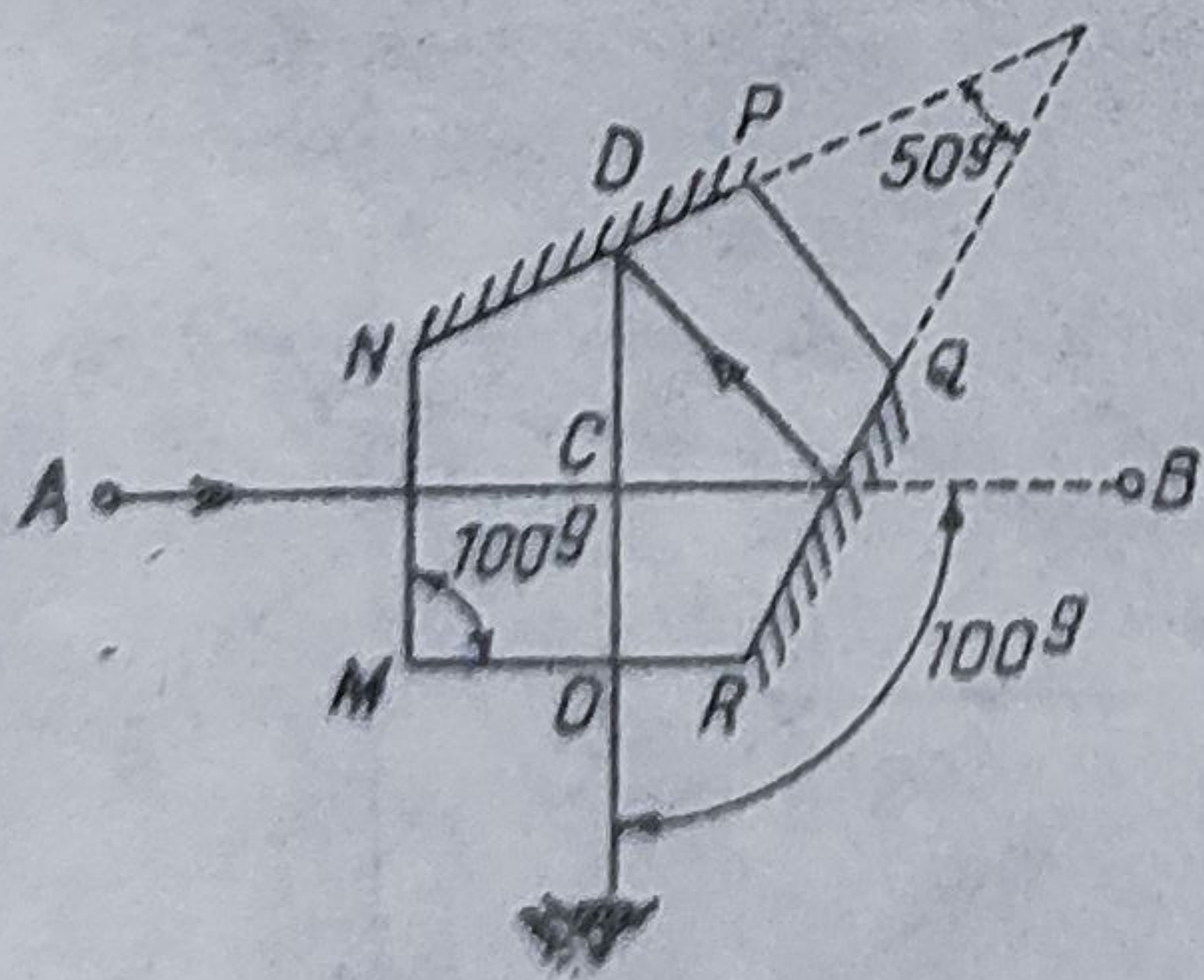


Fig. 75. Echerul cu prisme pentagonale.

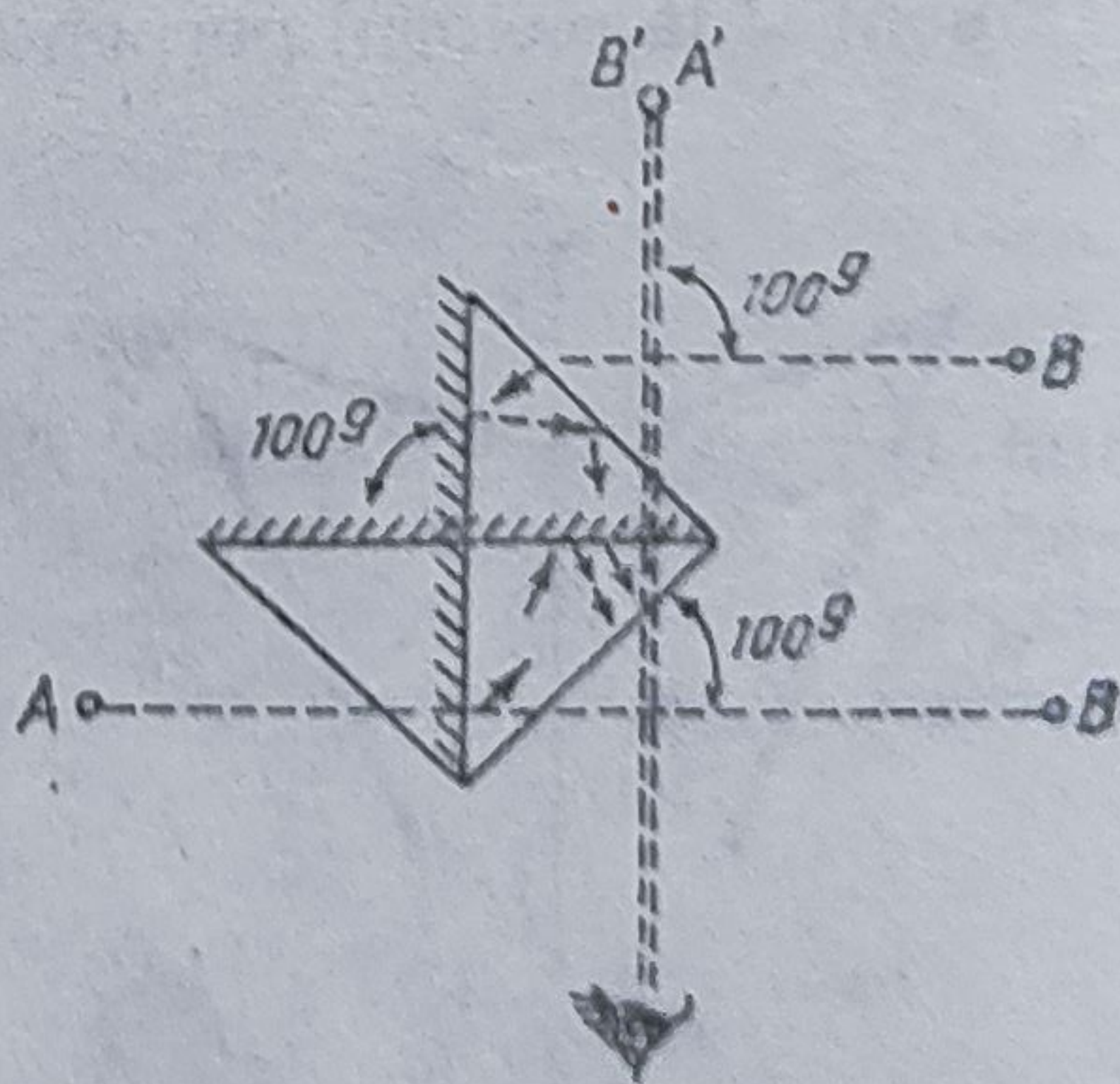


Fig. 76. Echerul cu prisme în cruce.



1) *Cu pasul.* Se etalonează în prealabil pasul normal al operatorului, prin parcurgerea, de mai multe ori, a aceleiași distanțe  $D$ , măsurate cu precizia unei rulete (panglici, fir).

Raportul dintre distanța  $D$  și media pașilor  $M$ , obținută pe distanța respectivă, ne va da pasul etalon  $P_e$ .

Exemplu.  $D=100$  m,  $M=125$ ;

$$P_e = \frac{D}{M} = \frac{100}{125} = 0,80 \text{ m.}$$

Pentru transformarea în metri a unei distanțe măsurate în pași, înmulțim pasul etalon cu numărul pașilor pe distanța respectivă.

Considerînd 220 pași pe distanța  $D'$ , atunci

$$D = D' \cdot P_e = 220 \cdot 0,8 = 176 \text{ m.}$$

2) *Cu sfoara etalonată.* Se etalonează o sfoară lungă de 20—50 m, prin marcarea cu noduri a metrilor întregi și a jumătăților de metri.

Înainte de a trece la măsurare, se jalonează sau se pichetează aliniamentul pe care se află extremitățile distanței de măsurat.

Pentru aflarea distanței totale se consideră de cîte ori s-a întins sfoara pe aliniament, la care se adaugă diferența pînă la extremitatea lungimii date.

3) *Lanțul topografic (cu zale)* este un instrument simplu de măsurat distanțe, alcătuit din vergele de sîrmă zincată cu dimensiuni de 10—50 cm, diametrul de 3 mm și cu lungimea totală, de obicei, de 20 m (fig. 77, a). Vergelele sînt legate între ele prin inele circulare. Extremitățile lungimii lanțului se marchează pe aliniament cu ajutorul fișelor, confecționate din sîrmă, de 20—30 cm lungime și cu un diametru de 5—6 mm (pe un inel se află, de obicei, 11 fișe) (fig. 77, b).

4) *Panglica de metal* este un instrument întrebuițat curent în măsurarea directă a distanțelor, avînd lungimi de 10, 20, 50 și chiar 100 m.

Lățimea panglicii este de 15—20 mm, iar grosimea 0,5—0,8 mm. Panglicile au diviziunile scrise pe ambele părți, metrii întregi fiind marcați prin plăcuțe metalice și notați în ambele sensuri, jumătățile de metri prin nituri, iar decimetrii prin mici orificii circulare. La cele două extremități, panglicile sînt gradate în centimetri și chiar în milimetri, pe o lungime de 10 cm, direct și invers.

În măsurătorile topografice, dintre panglicile amintite se utilizează mai mult panglica de oțel de 50 m (fig. 78) care, cînd se transportă, se înfășoară, pe un cadru metalic, cu un cui de fixare. Extremitățile panglicii

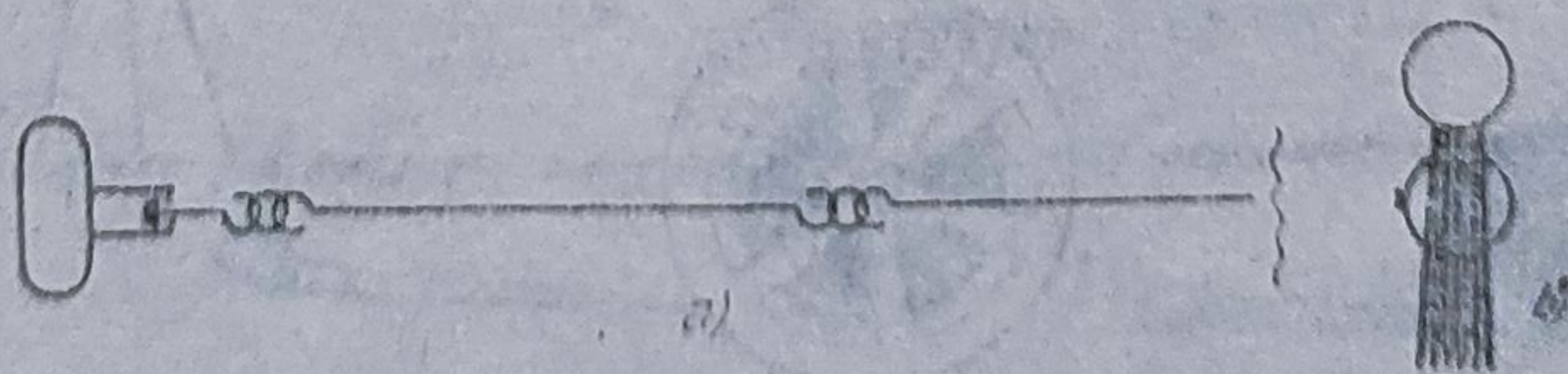


Fig. 77. Lanțul topografic cu zale și inelul cu fișe.



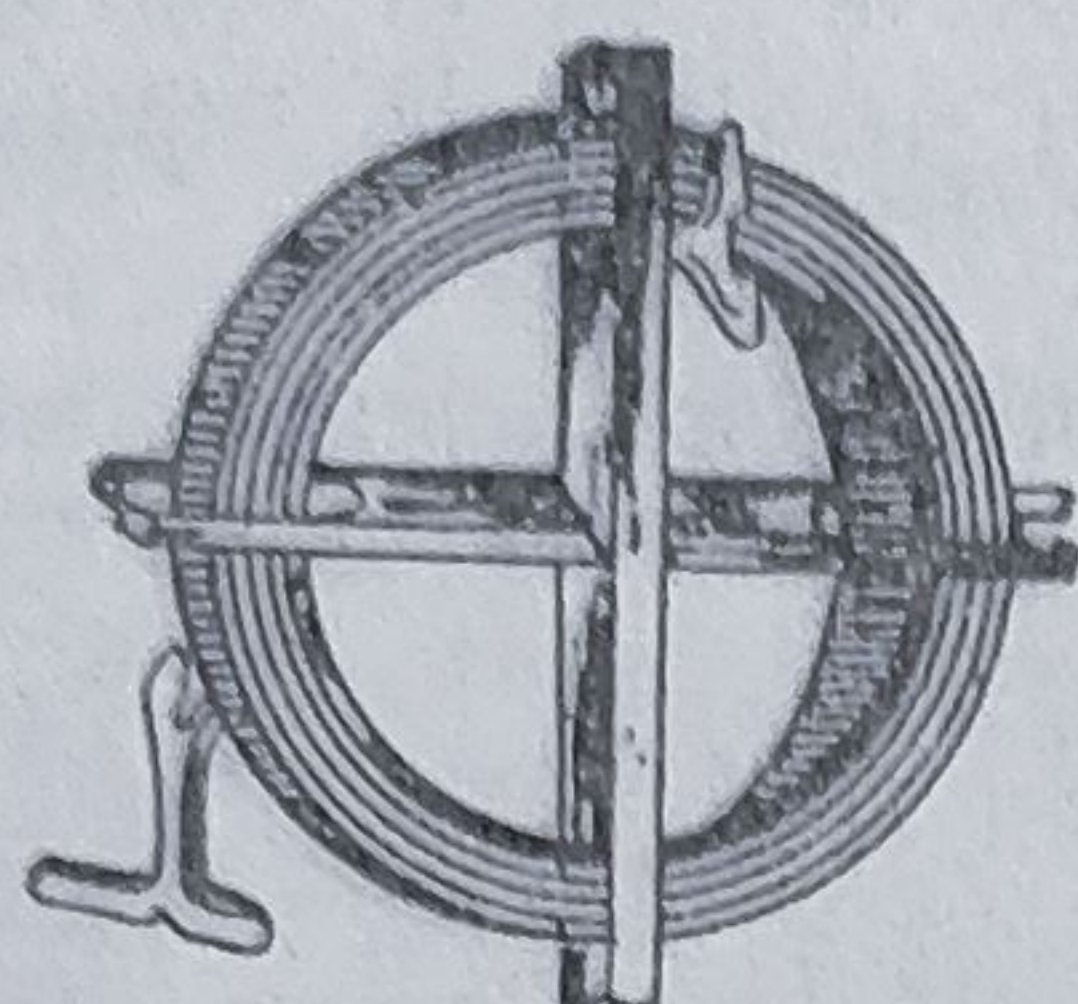


Fig. 78. Panglica de oțel.

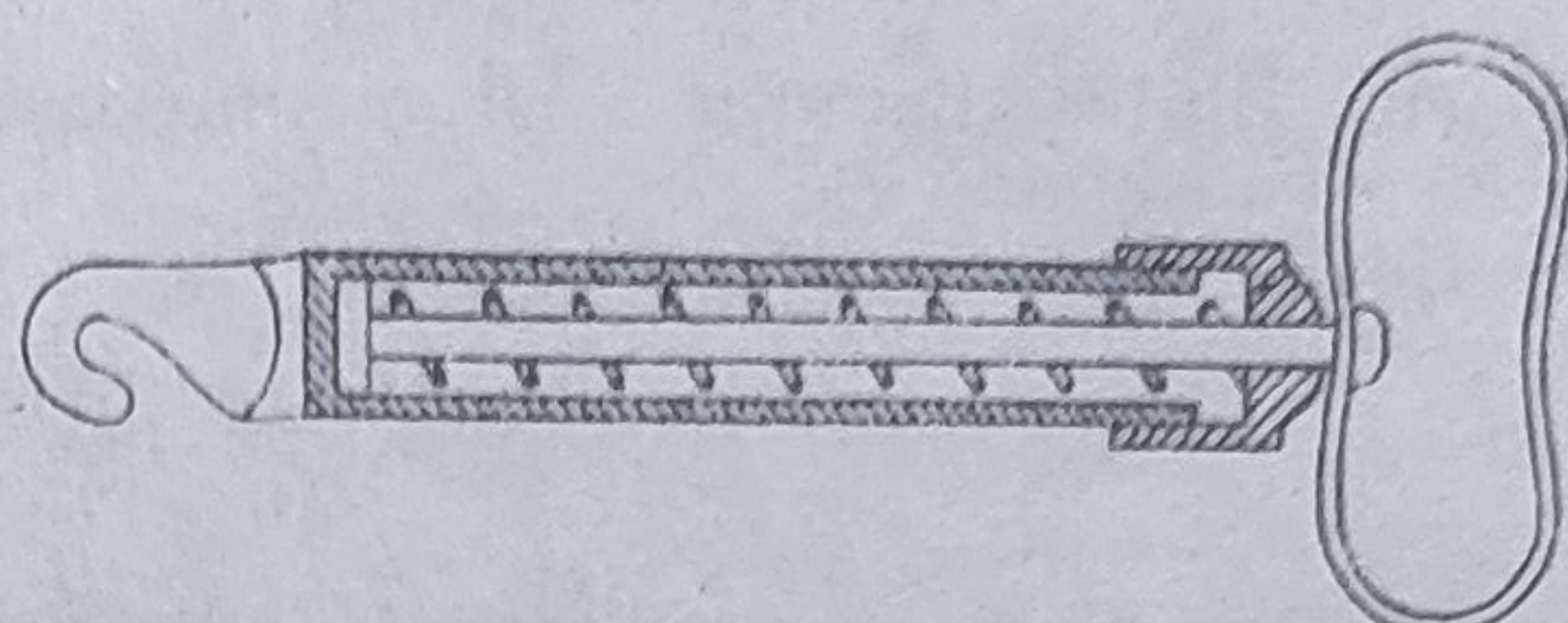


Fig. 79. Dinamometrul.

sînt prevăzute cu mînere, care permit întinderea acesteia pe aliniament. Întinderea pe aliniament a unei panglici de 50 m se face cu ajutorul întinzătoarelor care sînt bastoane de lemn sau de fier, de 1—1,20 m lungime, cu diametrul de 3—3,5 cm; la o extremitate, întinzătorul are un sabot de fier, iar deasupra o vergea scurtă orizontală, care oprește panglica să cadă la pămînt, servind în același timp și la înfigerea în pămînt a întinzătorului.

Pentru întinderea panglicii cu aceeași tensiune (tensiunea de etalonare), se utilizează un dinamometru (fig. 79).

5) *Ruleta de oțel sau de pînză* are dimensiuni de 2, 5, 10, 20 și 50 m și servește la măsurarea distanțelor mici (la radieri scurte, ordonatele de mică dimensiune ale aliniamentelor, conturul clădirilor și dimensiunile camerelor din interior, înălțimea semnalelor, a aparatelor etc.).

Gradațiile ruletelor pot fi făcute pe o parte sau pe ambele părți, din centimetru în centimetru și numerotate din decimetru în decimetru.

Aceste instrumente, pentru păstrare, se rulează în tocuri metalice circulare sau din carton presat, lemn sau piele, pe furci metalice sau pe bobine (fig. 80).

6) *Rigla de metal sau lemn*, cu lungimi de 2, 4 sau 5 m, se utilizează la măsurarea distanțelor scurte; distanța se măsoară urmînd linia de teren, cînd înclinarea este mică și corecția de reducere la orizont neglijabilă.

Cînd înclinarea este mare și versantul accidentat, măsurarea se execută prin *salturi* sau prin *cultelație* (fig. 81), cînd se obțin și distanțele direct reduse la orizont ( $d_{AB}$ ).

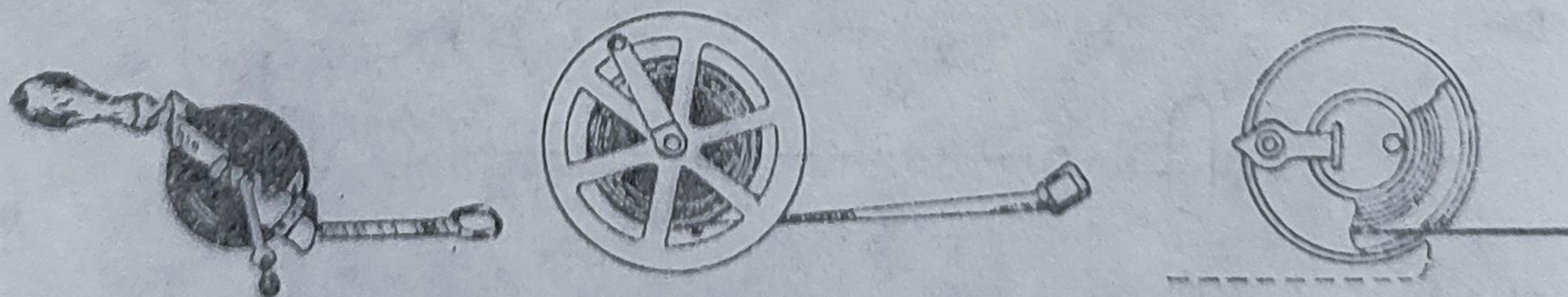
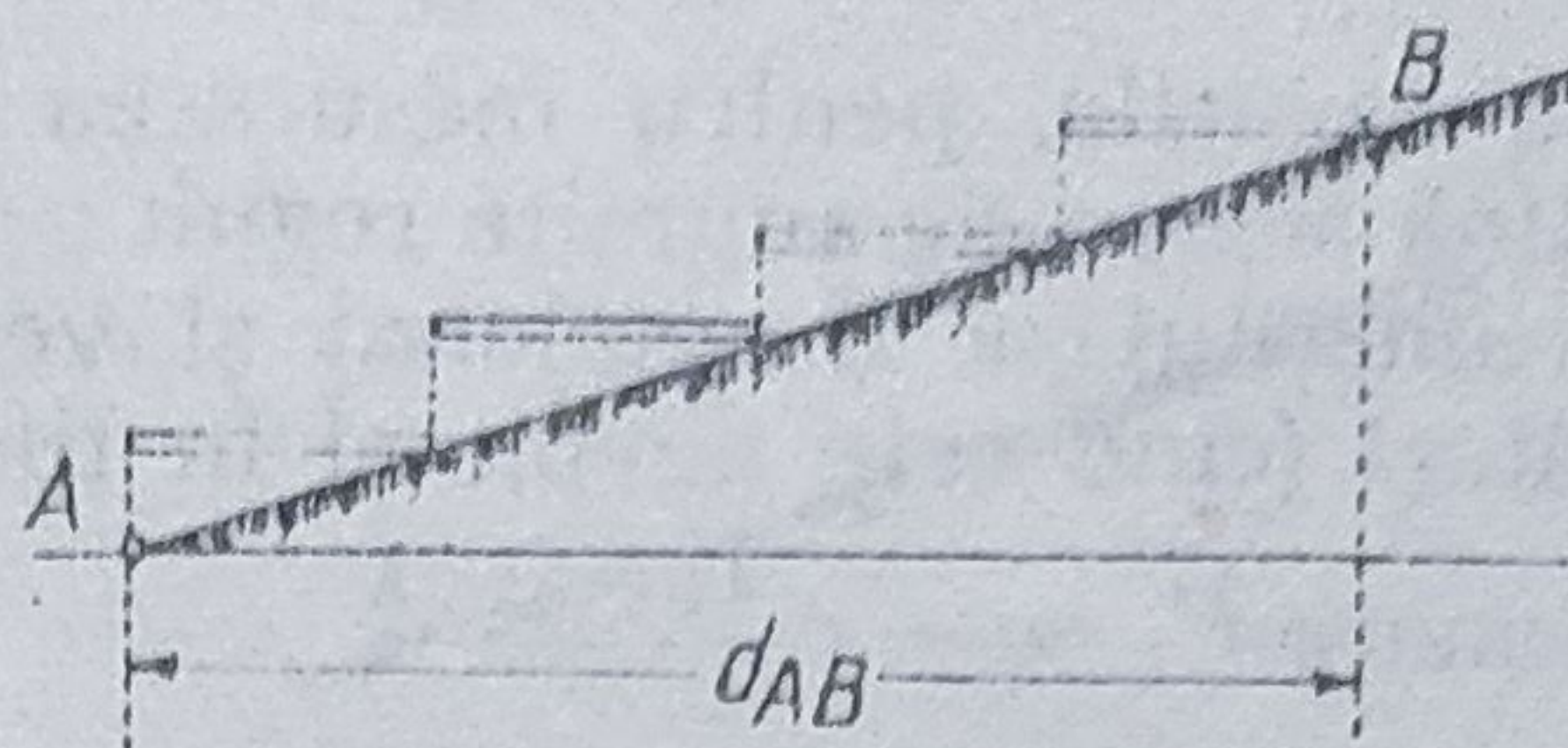


Fig. 80. Rulete topografice.



Fig. 81. Măsurarea distanței cu rigla, prin salturi.



Orizontalitatea riglei se obține cu ajutorul unei nivele sau din vedere. Extremitatea riglei care nu atinge solul se proiectează cu ajutorul unui fir cu plumb sau o fișă.

7) *Firul de oțel sau invar* dă precizia cea mai mare în măsurarea directă a distanțelor.

*Firul de oțel galvanizat* (firul Ciurileanu) are lungimea de 100 m, fiind gradat prin plăcuțe metalice din metru în metru, iar dublii-decimetri prin picături de plumb (la unele modele, picăturile sînt colorate).

Firul înfășurat pe o bobină se întinde pe trepiede (cîte două la fiecare extremitate), un trepied folosind ca portreper, iar altul ca portscripete, de care atîrnă o greutate de 10 kg. Măsurarea precisă la capetele firului se face cu ajutorul unei riglete (fig. 82).

Întinderea firului la o anumită tensiune (tensiunea de etalonare) se asigură cu ajutorul unui dinamometru, plasat în mînerul bobinei.

*Firul invar*, construit dintr-un aliaj inoxidabil (64% oțel și 36% nichel) și cu un coeficient de dilatare foarte mic, constituie în prezent instrumentul cel mai precis în măsurarea distanțelor în mod direct, fiind utilizat pentru bazele de triangulație geodezică, la drumuirile paralactice și la unele distanțe din orașe, care reclamă o mare precizie.

Precizia măsurării cu firul invar este de  $\pm 1$  mm la 1 000 m. Dimensiunile firului pot fi de 24 sau 48 m. Măsurarea cu firul invar se execută, ca și la firele de oțel, prin suspendarea lui pe trepiede și prin măsurarea de mai multe ori a lungimii, pe trepiede cu cap reper, cu ajutorul rigletei gradate în milimetri. Controlul se face cu o riglă de control, cu lupă, în milimetri gradați în cinci părți (0,2 mm).

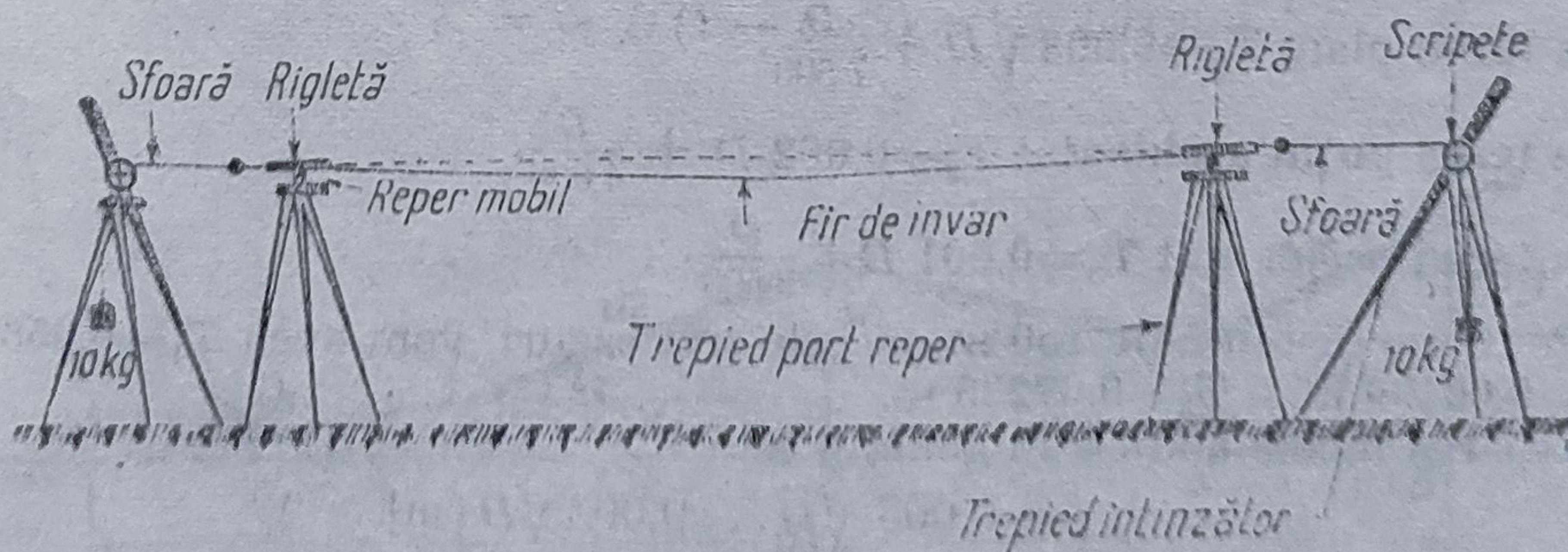


Fig. 82. Măsurarea distanțelor cu firul.



În toate cazurile, pentru măsurarea directă a distanțelor, este necesar să se țină seama de anumite reguli :

— Instrumentul să fie etalonat și verificat înaintea fiecărei campanii de măsurători (cînd este nevoie și în timpul campaniei). Se aplică corecția de etalonare  $C_e = -e \frac{D}{50}$ .

— Măsurătoarea să se facă pe aliniamentul distanței ; ieșirea de pe aliniament cu 1 m poate provoca o eroare de 1 cm la 50 m distanță.

— Să se aplice corecțiile de temperatură, știind că, prin construcție, instrumentul (panglica, ruleta, firul de oțel) se poate utiliza fără corecții la  $t=15^{\circ}\text{C}$  sau  $t=20^{\circ}\text{C}$ .

Pentru o distanță oarecare  $D$ , corecția de temperatură va fi :

$$C_t = D \alpha (t^{\circ} - 15^{\circ}),$$

unde  $\alpha$  este coeficientul de dilatare a metalului din care este confecționat instrumentul și  $t^{\circ}$  este temperatura mediului ambiant.

— Să se aplice corecțiile de întindere a panglicii (ruletei, firului) :

$$C_i = \frac{1\,000 \cdot l}{E \cdot S} (T - T_e),$$

unde :

$l$  este lungimea instrumentului ;

$E$  — coeficientul de elasticitate ;

$S$  — secțiunea instrumentului ;

$T$  — tensiunea panglicii, în kg ;

$T_e$  — tensiunea de etalonare, în kg.

— Poziția fișelor sau a întinzătoarelor să fie verticală ; ea se asigură privindu-le din mai multe direcții.

— Să nu se depășească toleranțele admise, în funcție de instrumentul utilizat :

— cu panglica :  $T_p = 0,02 \sqrt{n}$ , unde  $n$  este numărul de panglici cuprinse în distanța măsurată :

— cu rigla :  $T_r = 0,002 \sqrt{D}$ , unde  $D$ , este distanța măsurată ;

— cu firul Ciurileanu, în funcție de natura terenului ;

în teren plan,  $T_1 = 0,003 \sqrt{D} + \frac{D}{7\,500}$ ,

în teren puțin accidentat  $T_2 = 0,002 D + \frac{D}{4\,000}$ ,

în teren accidentat  $T_3 = 0,001 D + \frac{D}{2\,500}$ .

Pentru o distanță de 150 m, în cele trei cazuri, vom avea  $T_1 = 0,05674$  m,  $T_2 = 0,06199$  m și  $T_3 = 0,07225$  m.

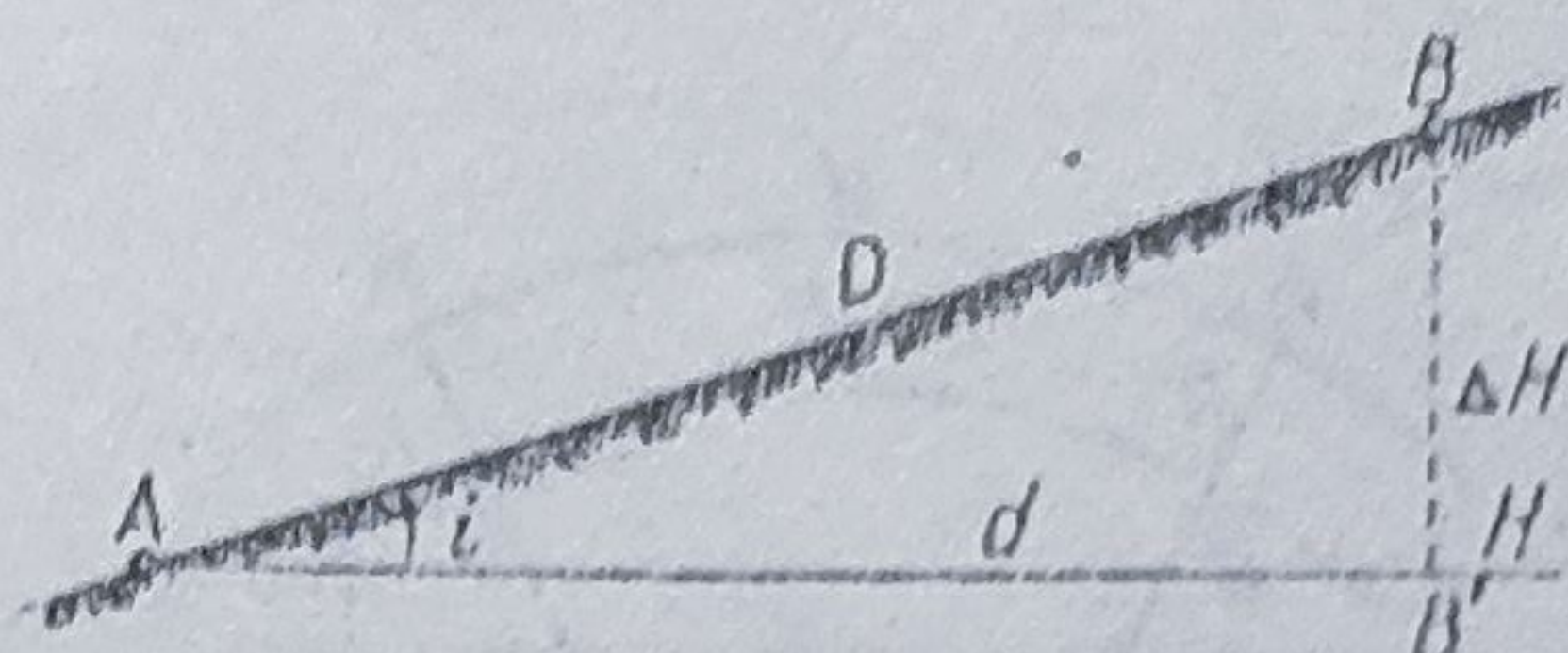
Eroarea medie admisă în general este

$$e_m = 0,005 \sqrt{D} \dots 0,003 \sqrt{D} \text{ [m]}.$$

— Să se reducă la orizont și la nivelul mării distanțele măsurate în teren



Fig. 83. Reducerea distanțelor la orizont.



Reducerea la orizont a distanțelor se face cunoscând lungimea măsurată pe terenul înclinat și unghiul de înclinare a liniei de teren sau diferența de înălțime între două puncte între care s-au făcut măsurătorile.

În figura 83, distanța redusă la orizont  $d$ , în funcție de distanța măsurată pe teren  $D$  și unghiul de înclinare  $i$ , este :

$$d = D \cos i,$$

în funcție de distanța  $D$  și diferența de nivel  $\Delta H$ ,

$$d = \sqrt{D^2 - \Delta H^2}.$$

În cazul că între extremitățile distanței  $AB$ , terenul are discontinuități de pantă, distanța dintre cele două puncte, redusă la orizont, este dată de suma distanțelor parțiale, proiectate pe planul orizontal. Din figura 84 rezultă :

$$d_1 = D_1 \cos i_1; d_2 = D_2 \cos i_2; \dots d_B = D_B \cos i_B$$

sau 
$$d_1 = \sqrt{D_1^2 - \Delta H_1^2}; d_2 = \sqrt{D_2^2 - \Delta H_2^2}; \dots d_B = \sqrt{D_B^2 - \Delta H_B^2}$$

$$d_{AB} = d_1 + d_2 + \dots + d_B = \sum D \cos i = \sum \sqrt{D^2 - \Delta H^2}.$$

În calculele topografice se utilizează și corecțiile ( $c_1$ ) ce trebuie aplicate distanțelor măsurate în teren, pentru a obține distanțele reduse la orizont :

$$d = D + c_1; c_1 = d - D;$$

$$c_1 = D \cos i - D;$$

$$c_1 = -D(1 - \cos i) = -2D \sin^2 \frac{i}{2}.$$

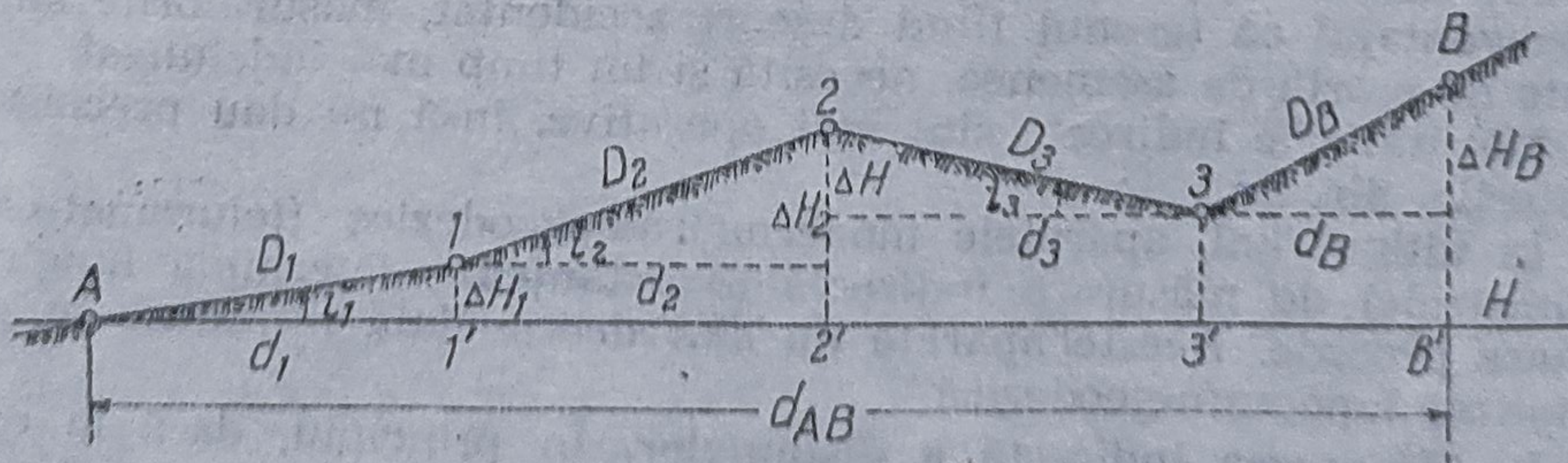


Fig. 84. Reducerea la orizont a unei linii discontinui.



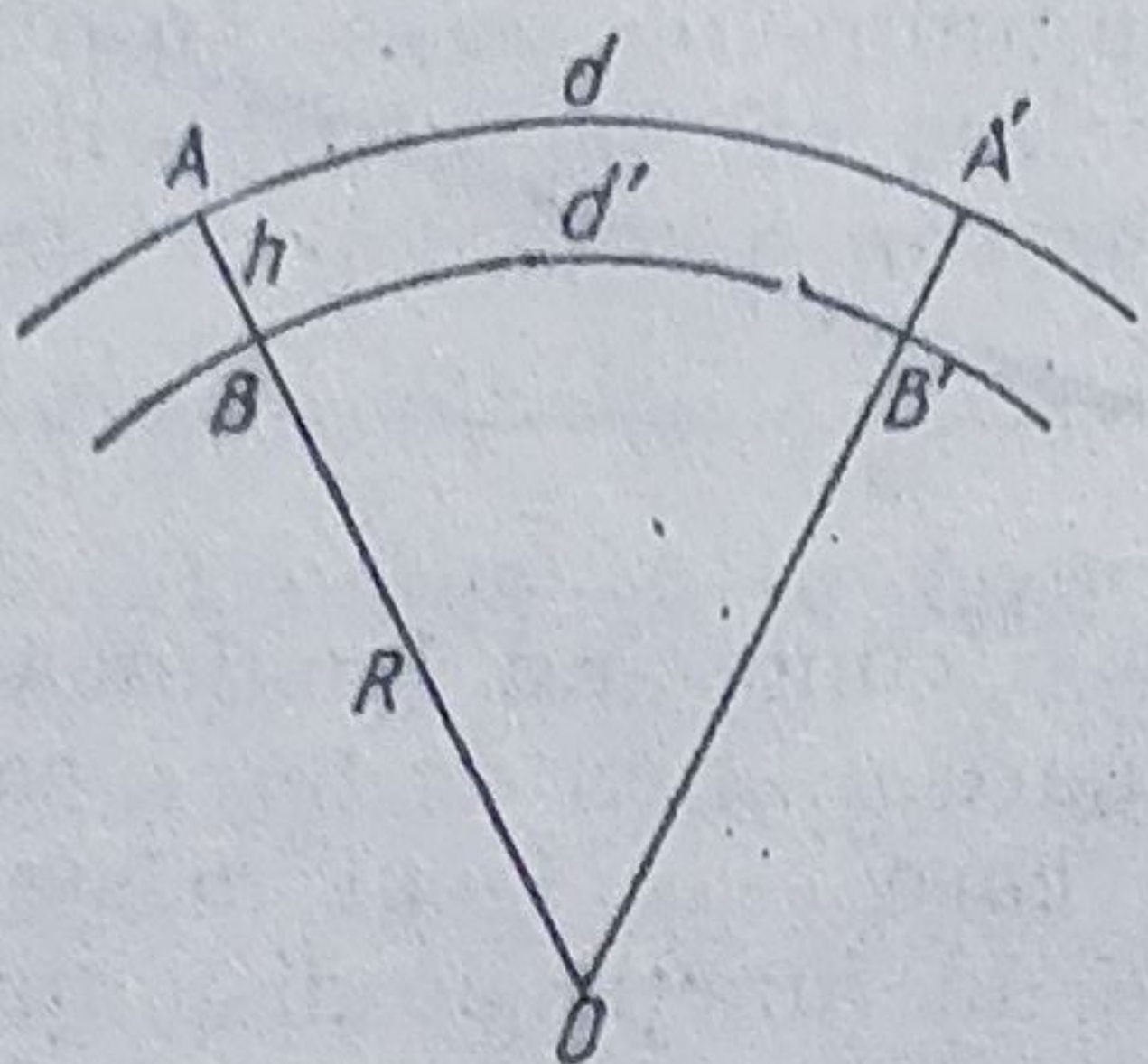


Fig. 85. Reducerea la nivelul mării.

Valorile distanțelor reduse la orizont ( $D \cos i$ ) și ale corecțiilor de reducere la orizont ( $2 D \sin^2 \frac{i}{2}$ ) se pot extrage din tabele sau nomograme speciale.

**Reducerea la nivelul mării.** În cazul măsurării distanțelor mari (în geodezie), deoarece suprafața de referință este suprafața de nivel zero (geoidul), distanțele reduse la orizont se raportează și la nivelul mării.

Cunoscând  $d$  lungimea măsurată pe teren, redusă la orizont, la o altitudine  $h$  față de nivelul mării,  $d'$ , aceeași lungime redusă la nivelul mării și  $R$  raza medie a Pământului, rapoartele omotetice din figura 85 ne dau :

$$\frac{d'}{d} = \frac{R}{R+h}; \quad \frac{d'}{d} = \frac{(R+h) - h}{R+h} = 1 - \frac{h}{R+h},$$

deci 
$$d' = d \left( 1 - \frac{h}{R+h} \right).$$

Intrucât această formulă necesită un calcul îndelungat, se utilizează corecția  $c_2$  de reducere la nivelul mării :

$$d' = d + c_2; \quad c_2 = d' - d,$$

$$c_2 = - \frac{d \cdot h}{R+h}.$$

Cea mai mare precizie se obține prin măsurarea directă, care are însă dezavantajul că terenul fiind deseori accidentat, măsurătorile sînt afectate de erori ; de asemenea, necesită și un timp mai îndelungat.

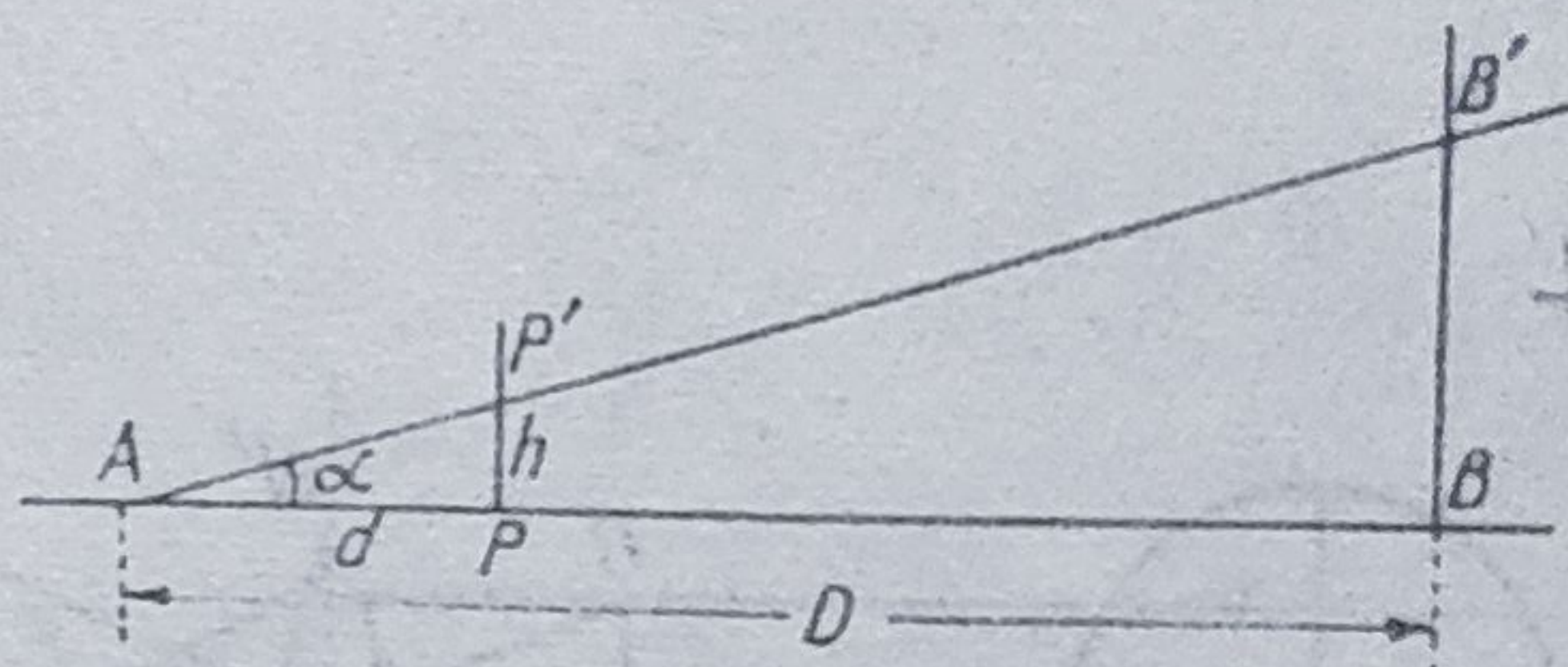
Măsurătorile indirecte sînt mai operative, însă nu dau precizia măsurătorilor directe.

În ultimii ani, aparatele moderne radiogeodezice (telurometrele, geodimetrele) de măsurare indirectă a distanțelor determină lungimile cu mare precizie. Aceste aparate nu sînt deocamdată introduse în practica curentă topografo-geodezică.

**b. Măsurarea indirectă a distanțelor.** În principiu, dacă la extremitatea unei distanțe  $AB=D$ , în punctul B, se instalează o riglă gradată (miră, stadie), iar într-un punct P situat între A și B, la distanța  $d$  o



Fig. 86. Principiul măsurării stadimetrice a distanțelor.



scală de asemenea gradată (fig. 86), o rază vizuală ce pleacă din A interceptează scala și stadia în punctele P', respectiv B'. Din triunghiurile asemenea APP' și ABB' putem scrie că :

$$D = H \frac{d}{h},$$

unde  $h$  și  $H$  sînt înălțimile limitate de razele AB și AB'.

Unghiul stadimetric  $\alpha$  depinde de raportul constant  $\frac{d}{h}$  (constanta stadimetrică).

Cînd  $\frac{d}{h} = K$ , atunci  $D = HK$ , adică distanța este egală cu valoarea  $H$  (numărul generator care se citește pe stadiu), înmulțită cu constanta stadimetrică.

La majoritatea aparatelor topografice  $K = 100$  (mai poate fi 50 sau 200). Deci :

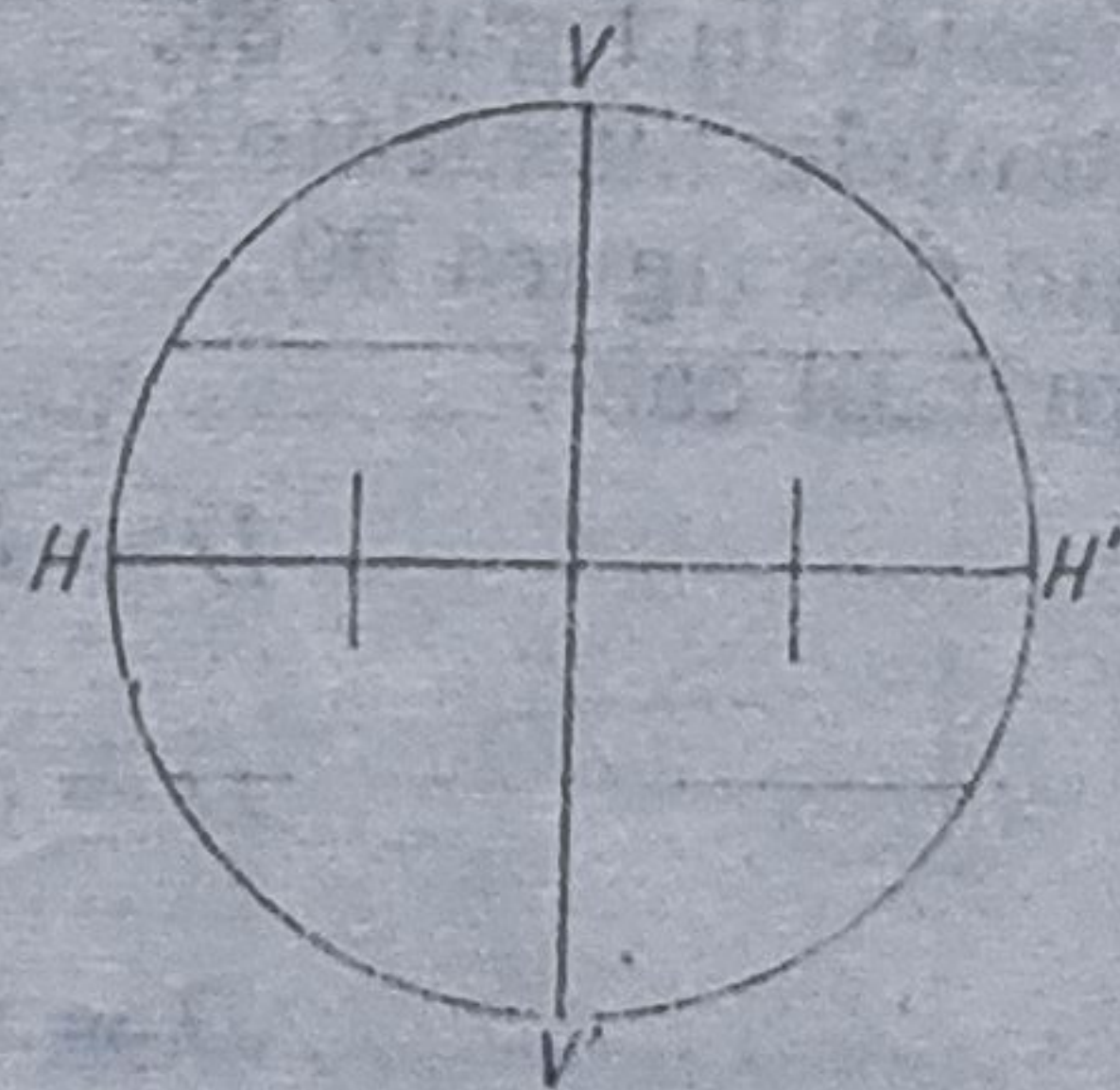
$$D = 100 H.$$

Pentru a putea măsura indirect distanțele în teren, trebuie să dispunem de un teodolit tahimetric, unde unghiul stadimetric constant se realizează prin construcția aparatului.

În câmpul lunetei, în planul reticulului, paralel și simetric față de firul orizontal al acestuia (sau cel vertical), sînt gravate încă două fire — firele stadimetrice sau *cuplul stadimetric* (fig. 87).

Teodolitele tahimetrice utilizate în măsurarea indirectă a distanțelor sînt de două categorii : clasice și autoreductoare.

Fig. 87. Firele reticulare și cuplul stadimetric.





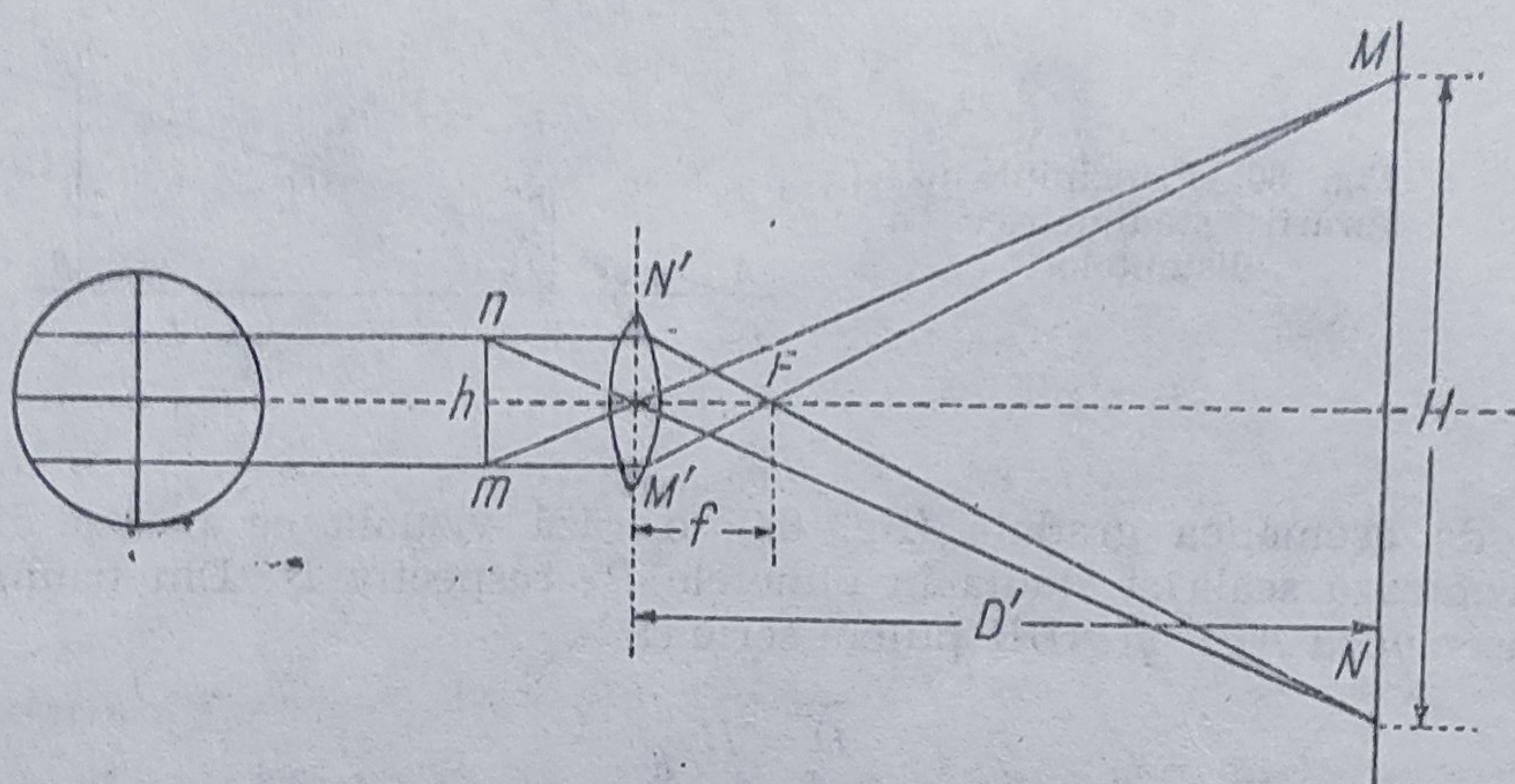


Fig. 88. Formarea imaginii în luneta neanalatică.

Teodolitele tahimetrice (*stadimetrele*) de tip clasic pot avea lunete neanalatice și lunete analatice.

În figura 88 este reprezentată schema unei lunete stadimetrice neanalatice unde, din triunghiurile asemenea  $MFN$  și  $M'FN'$ , extragem:

$$\frac{D' - f}{f} = \frac{H}{h},$$

$$D' = f + \frac{f}{h} H$$

unde

$D'$  este distanța de la obiectivul lunetei la miră;

$f$  — distanța focală a obiectivului (constantă);

$h$  — distanța între firele stadimetrice (constantă).

Raportul  $\frac{f}{h}$  fiind constant și egal cu 100, atunci  $D' = f + 100 H$ .

Luneta analatică (de tip Porro) este prevăzută cu încă o lentilă  $O_3$ , intercalată între obiectiv și ocular, avînd proprietatea de a anula corecția de analatism (distanța dintre focarul anterior al obiectivului și axul vertical al aparatului). Mersul imaginilor în luneta analizoare este reprezentat în figura 89.

Distanțele măsurate cu stadimetrul cu lunetă neanalatică sau analatică se obțin din figura 90.

În primul caz:

$$D = D' + d,$$

$$D = d + f + \frac{f}{h} H; d + f = C_a,$$

$$D = C_a + KH = C_a + 100 H.$$



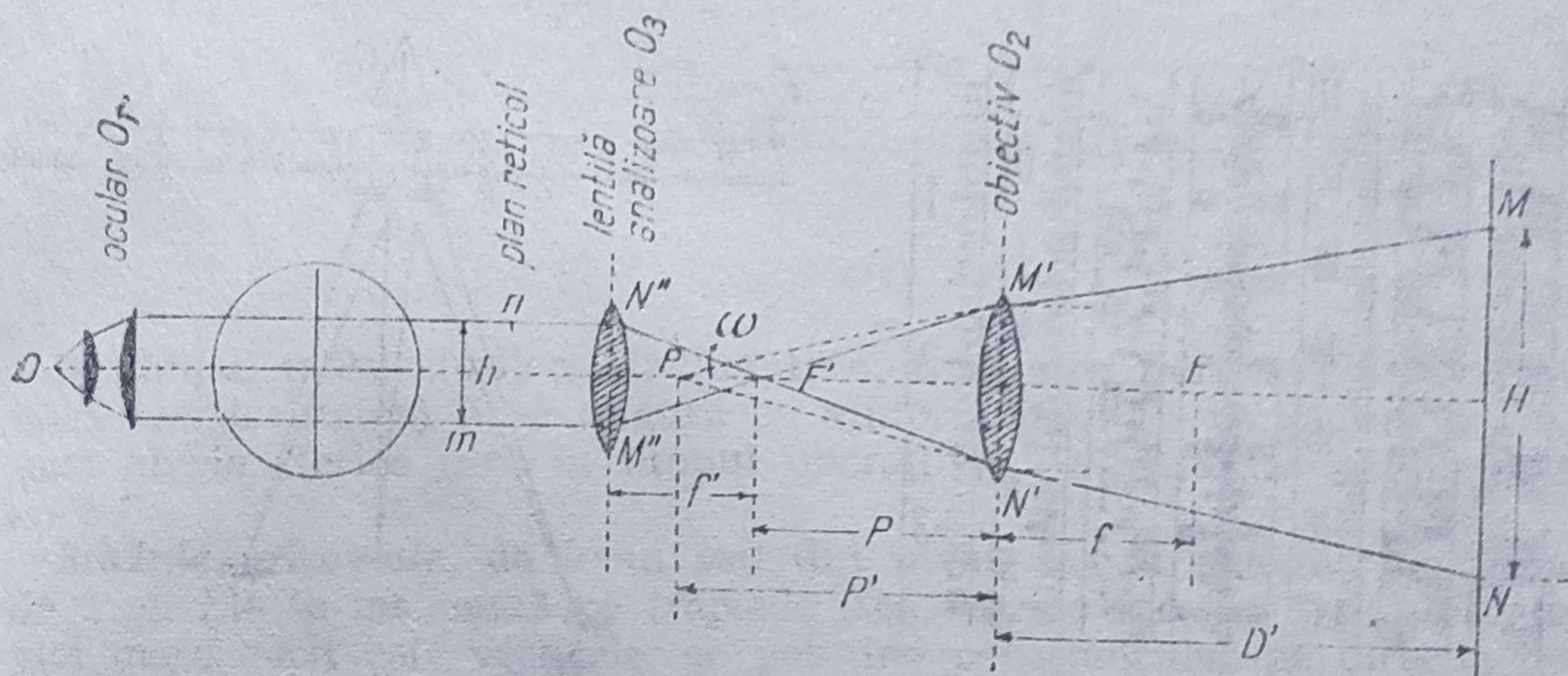


Fig. 89. Formarea imaginii în luneta analitică.

În al doilea caz, prin aplicarea lentilei Porro, centrul de analatisme este transferat pînă la planul vertical ce trece prin punctul de stație, deci  $C_a = 0$ .

Atunci :

$$D = K H = 100 H.$$

Corecția analitică variază între 0,1 și 0,6 m, fiind indicată în „instrucțiunile” aparatului respectiv.

Exemple :

a) cu un aparat topografic care are  $C_a = 35$  cm se vizează pe o miră și se citesc pe firele stadimetrice diviziunile  $C_1 = 1464$  mm și  $C_2 = 2506$  mm. Distanța va fi  $D = 0,35 + 100 (250,6 - 146,4) = 0,35 + 100 \cdot 104,2 = 104,55$  m.

b) Cu un aparat stadimetric cu lunetă analizoare se citește pe miră  $H = 54,3$  cm ; atunci  $D = 100 \cdot 54,3 = 54,3$  m. (Diferența între citirile pe cuplul stadimetric.)

**Stadiile topografice.** Stadiile sau mirele topografice verticale (fig. 91) sau orizontale (fig. 92) de diferite tipuri sînt instrumente accesorii aparatelor topografice, utilizate în măsurarea indirectă a distanțelor și în operațiile de nivelment.

Ele sînt construite din lemn, cu dimensiuni de 3, 4 și 5 m lungime, 10 cm lățime și 2,5—3 cm grosime. Unele stadii verticale de 2 m, cu

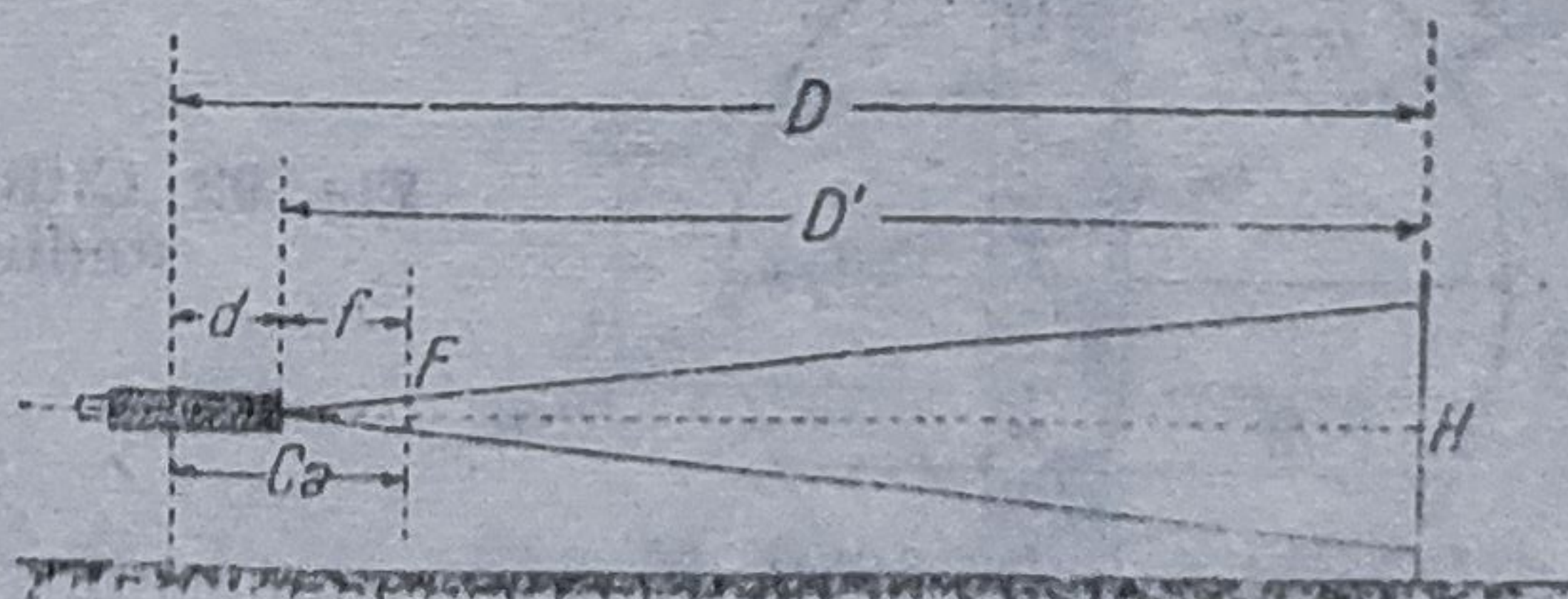


Fig. 90. Măsurarea distanțelor cu luneta stadimetrică.



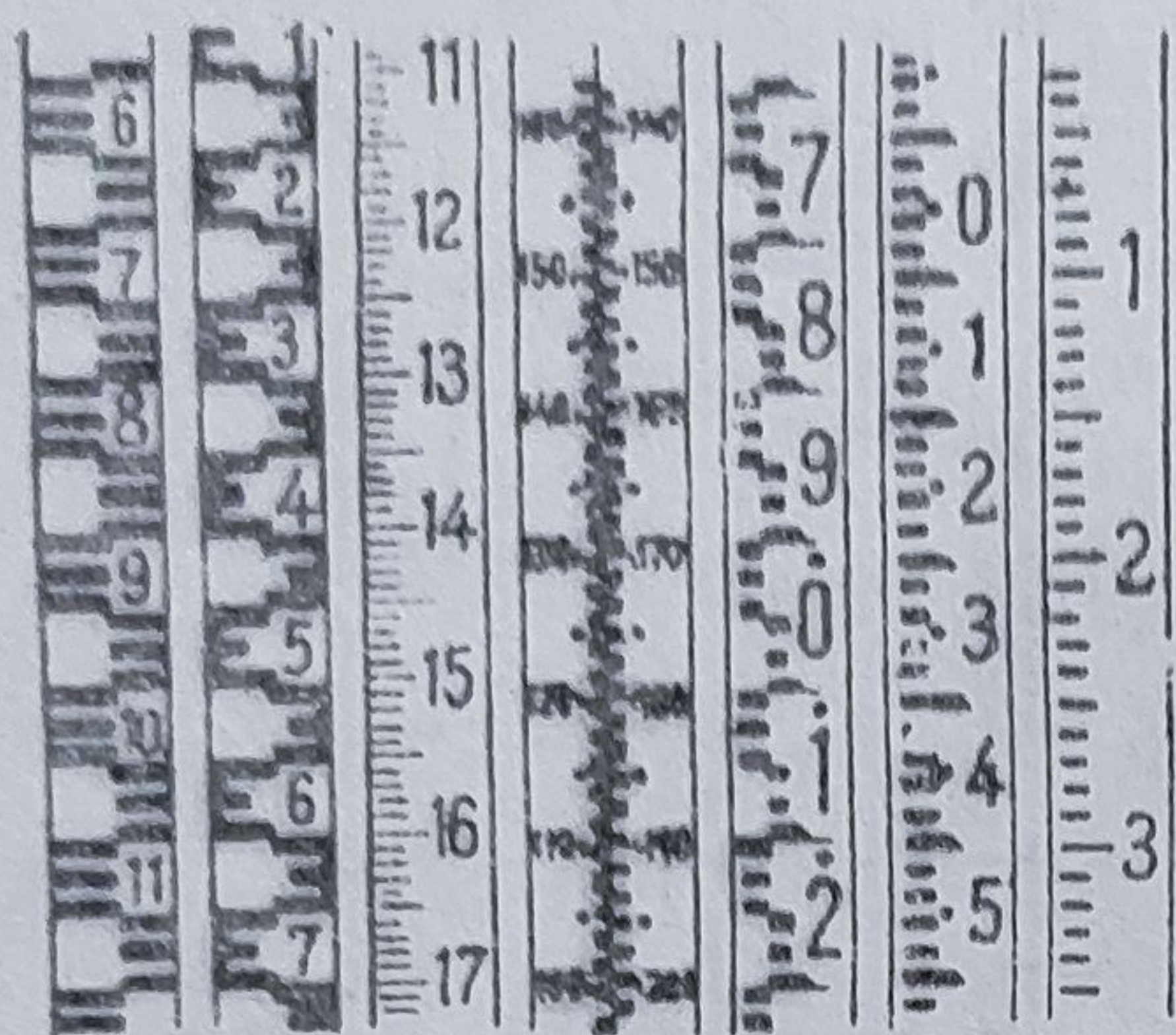


Fig 91. Stadii verticale.

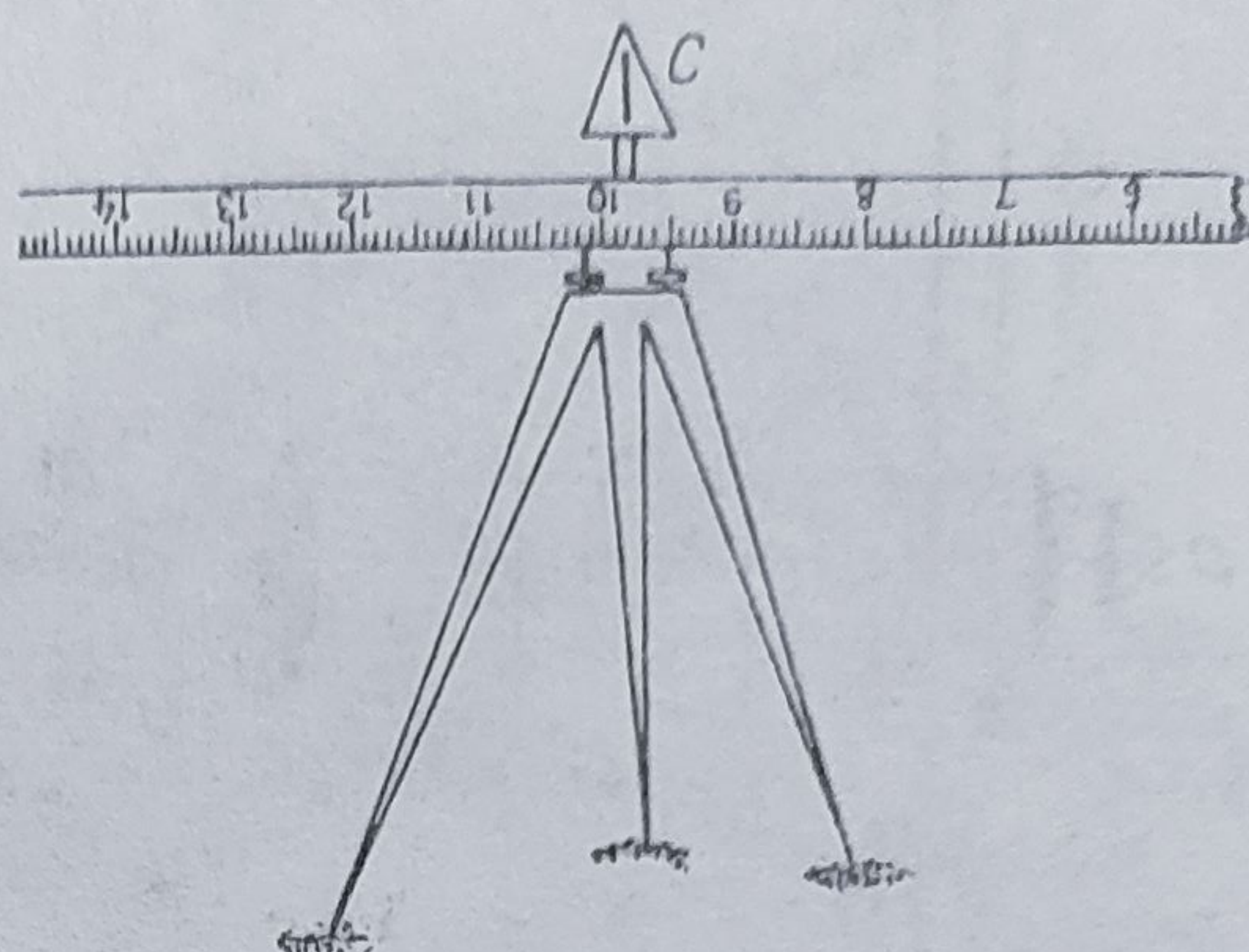


Fig. 92. Stadie orizontală.

gradații din 2 în 2 cm, sînt utilizate în măsurarea nivelurilor rîurilor și lacurilor. Majoritatea stadiilor sînt pliante (formate din două piese), legate prin balamale și un sistem de fixare care permite întinderea lor în prelungire, în timpul lucrului.

Stadiile sînt vopsite cu culoarea albă, iar gradațiile în centimetri cu roșu sau negru (un metru cu roșu, metrul următor cu negru etc., fondul rămînînd alb). Numerotarea lor se face, de obicei, în decimetri, cifrele fiind scrise invers ; deoarece imaginea prin lunetă este inversată, citirea se obține direct.

Pentru a măsura o distanță cu stadia verticală, se citesc diviziunile corespunzătoare în milimetri pe firele stadimetrice (superior și inferior).

Numărul generator  $H$  este dat de diferența între cele două citiri (stadia fiind gradată în centimetri, milimetri se estimează); pentru control se citește și diviziunea intersectată de firul central orizontal al reticulului. Atunci,  $H = 2 (C_0 - C_1)$ .

În figura 93 avem :

$$H = C_2 - C_1 = 2\ 110 - 1\ 870 = 240\text{ mm}$$

$$H = 2 (C_0 - C_1) = 2 (1\ 990 - 1\ 870) = 240\text{ mm.}$$

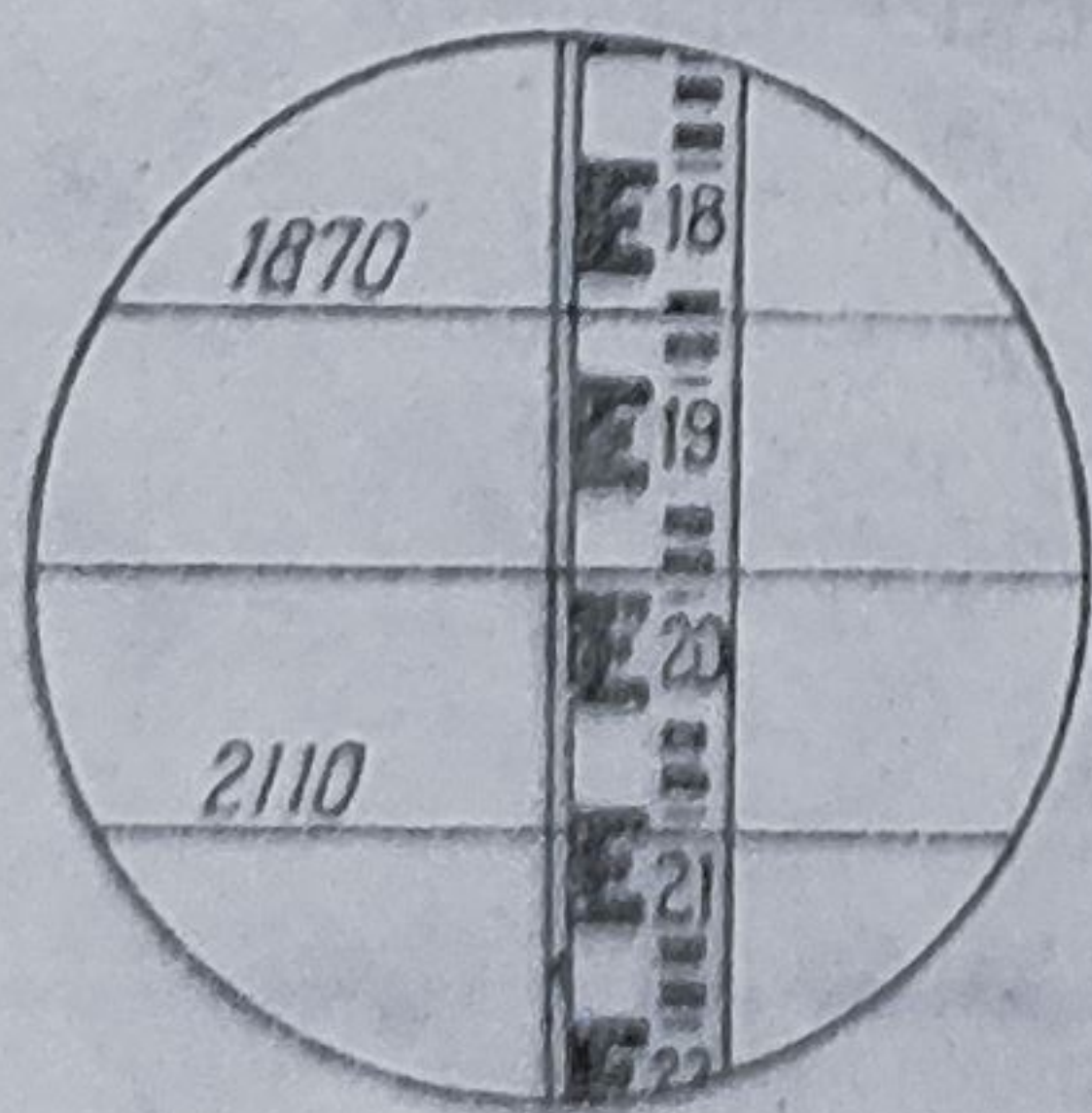
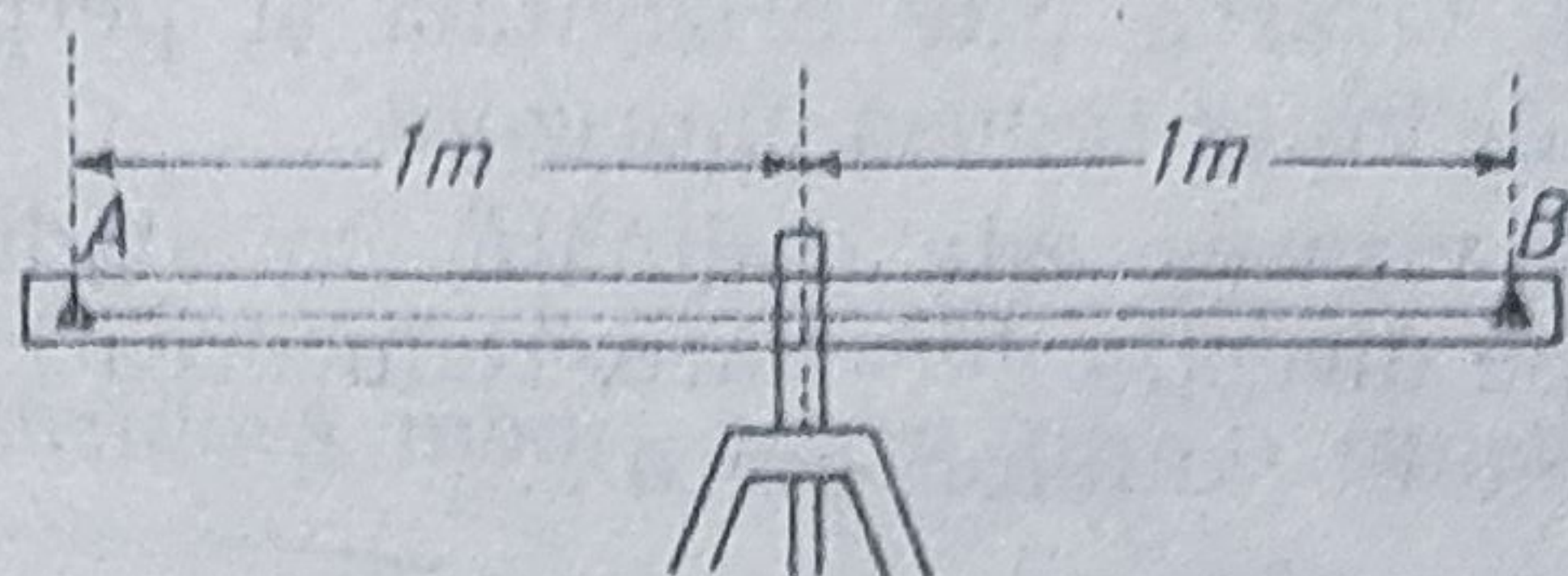


Fig. 93. Citirea distanțelor stadimetrice



Fig. 94. Stadia orizontală de 2 m.



În timpul măsurătorilor, stadiile trebuie să stea vertical; orizontalitatea (verticalitatea) li se asigură cu ajutorul unui fir cu plumb sau al unei nivele sferice care în timpul operațiilor de măsurare se atașează mirei.

Stadiile orizontale, de lemn sau din invar, au în general lungimea de 2 m. Ele se instalează pe trepiede (fig. 94), de aceea au o stabilitate mai mare decât cele verticale, se pot ține perpendicular pe direcția de vizare (orizontalitatea se obține cu o nivelă independentă) și nu sînt acoperite de vegetație la partea inferioară.

Măsurarea distanțelor cu stadia orizontală se face cu ajutorul firelor stadimetrice verticale, paralele și simetrice față de firul central vertical al reticulului, prin interceptarea diviziunilor centimetrice de pe stadiu (ca și la stadiile verticale). În cazul că stadia are 2 m și nu este gradată, distanța se află prin măsurarea cu un teodolit a unghiului paralactic sub care se vede lungimea stadii între indicatorii A și B din stația O.

În figura 95 distanța OP este dată de relația :

$$D = \frac{AB}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

ori  $AB=2$  m, atunci  $D=\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ .

Ca și distanțele măsurate direct, și cele obținute indirect trebuie reduse la orizont.

Reducerea la orizont a distanțelor măsurate cu stadii verticale se face cunoscînd unghiul de înclinare a terenului  $i$  și numărul generator  $H$ .

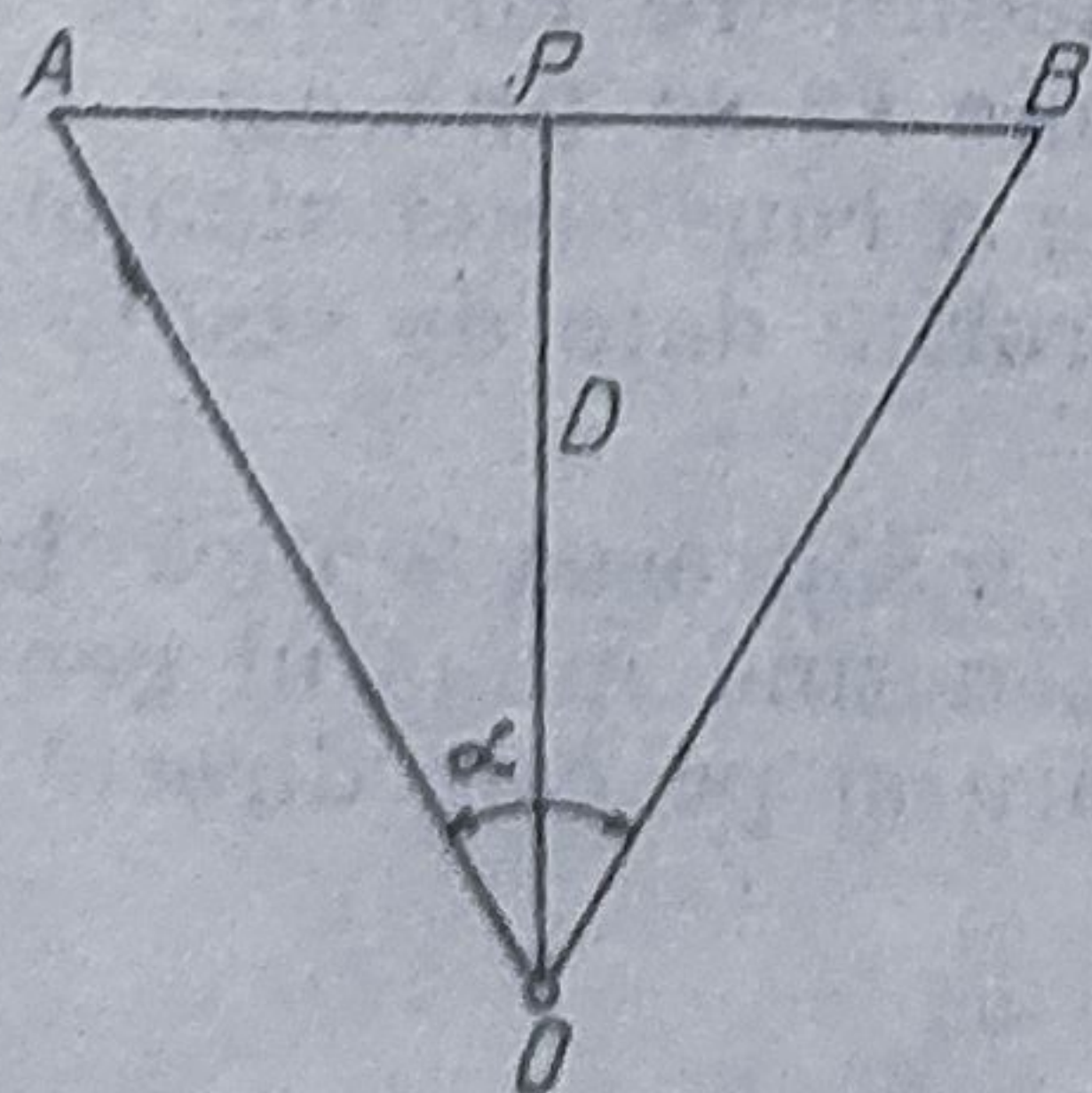


Fig. 95. Măsurarea distanțelor cu stadia de 2 m.

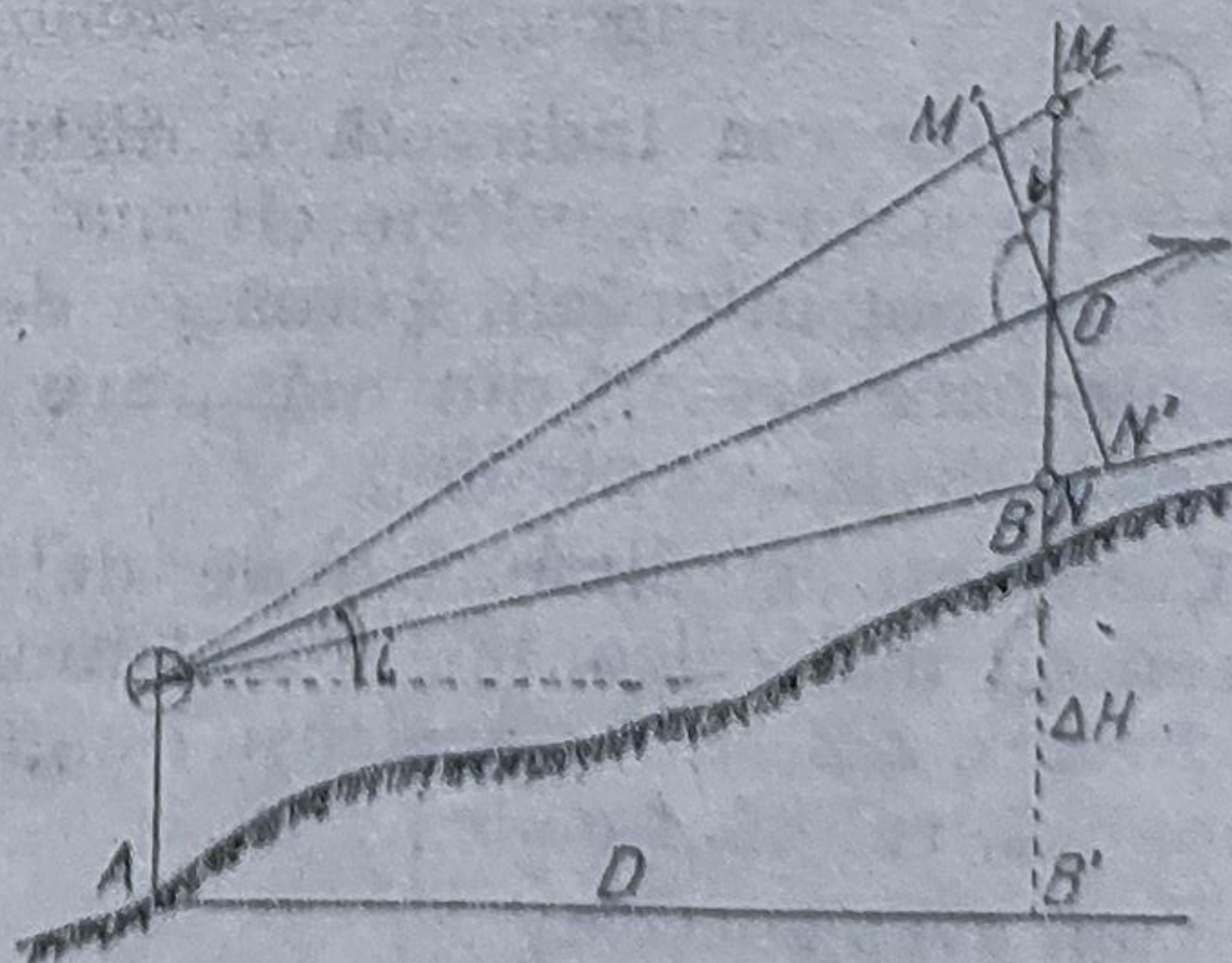


Fig. 96. Reducerea la orizont a distanțelor măsurate stadimetric.



Dacă vizarea este orizontală și perpendiculară pe stadie, se măsoară direct distanța redusă la orizont.

Dacă vizarea este înclinată, iar stadia ar putea fi susținută perpendicular pe direcția de vizare, reducerea la orizont s-ar face ca la măsurarea directă a distanțelor, adică :

$$d = D \cos i$$

În realitate însă, stadia are o poziție verticală  $MN$  și face un unghi  $\alpha$  (egal cu unghiul de înclinare), cu poziția teoretică  $M'N'$  (fig. 96), care este perpendiculară pe linia de vizare, în punctul  $O$ .

Știind că distanța stadimetrică este egală cu constanta stadimetrică înmulțită cu numărul generator, rezultă că :

$$D = K \cdot M'N'$$

Exprimăm  $M'N'$  în funcție de poziția reală a stadii :

$$M'O = MO \cos i;$$

$$ON' = ON \cos i;$$

$$M'O + ON' = \cos i (MO + ON),$$

de unde

$$M'N' = MN \cos i$$

și

$$D = K \cdot MN \cos i, \text{ ori } d = D \cos i \text{ și } K = 100,$$

atunci

$$d = 100 \cdot MN \cos^2 i = 100 \cdot H \cos^2 i.$$

Valorile  $\cos^2 i$  se extrag din tabelele topometrice.

*Aplicație:* Să se reducă la orizont distanța măsurată stadimetric când se cunoaște  $H=70$  cm,  $i=4^\circ 15'$  și  $K=100$ . Deci,  $ds=69,62$  m.

Când la măsurarea stadimetrică se utilizează stadii orizontale, deoarece acestea se aranjează perpendicular pe direcția de vizare, reducerea distanțelor la orizont se face după relația  $d=D \cos i$ , ca și la măsurarea lor directă.

La măsurarea indirectă a distanțelor cu stadimetre cu fire și stadii, pentru a obține rezultate cât mai precise trebuie să se țină cont de erorile care pot interveni : eroarea de determinare a constantei stadimetrice, erorile care provin din măsurare (vizare) și erorile date de stadie (înclinarea și divizarea stadii).

Constanta stadimetrică se determină prin măsurarea optică într-un teren cât mai orizontal, a mai multor distanțe, notînd numărul generator la fiecare distanță ; aceleași lungimi se măsoară și pe cale directă (cu o panglică, ruletă, fir etc.).

Vom avea succesiv :

$$d_1 = KH_1 ; D_2 = KH_2 ; \dots D_n = KH_n,$$



de unde :

$$K = \frac{D_1}{H_1}; K = \frac{D_2}{H_2}; \dots K = \frac{D_n}{H_n}.$$

Constanta  $K$  a aparatului se consideră media aritmetică a constantelor obținute pentru fiecare distanță.

## § 2. Măsurarea unghiurilor

a. **Măsurarea unghiurilor orizontale.** O direcție din teren este definită de unghiul orizontal pe care aceasta îl face cu una din direcțiile nordului. Pentru a afla unghiul orizontal într-un punct, unghi ce definește o direcție dată, se poate proceda în două feluri (fig. 97) :

— fie măsurînd unghiul pe care direcția  $A-1$  îl face cu o direcție cunoscută prin orientarea ei  $\theta_{A-R}$  și în acest caz

$$\theta_{A-1} = \theta_{A-R} + \alpha;$$

— fie măsurînd azimutul magnetic  $\theta_m$  al direcției  $A-1$  și cunoscînd declinația convențională  $\delta_1$ , vom avea :

$$\theta_{A-1} = \theta_m + \delta_1.$$

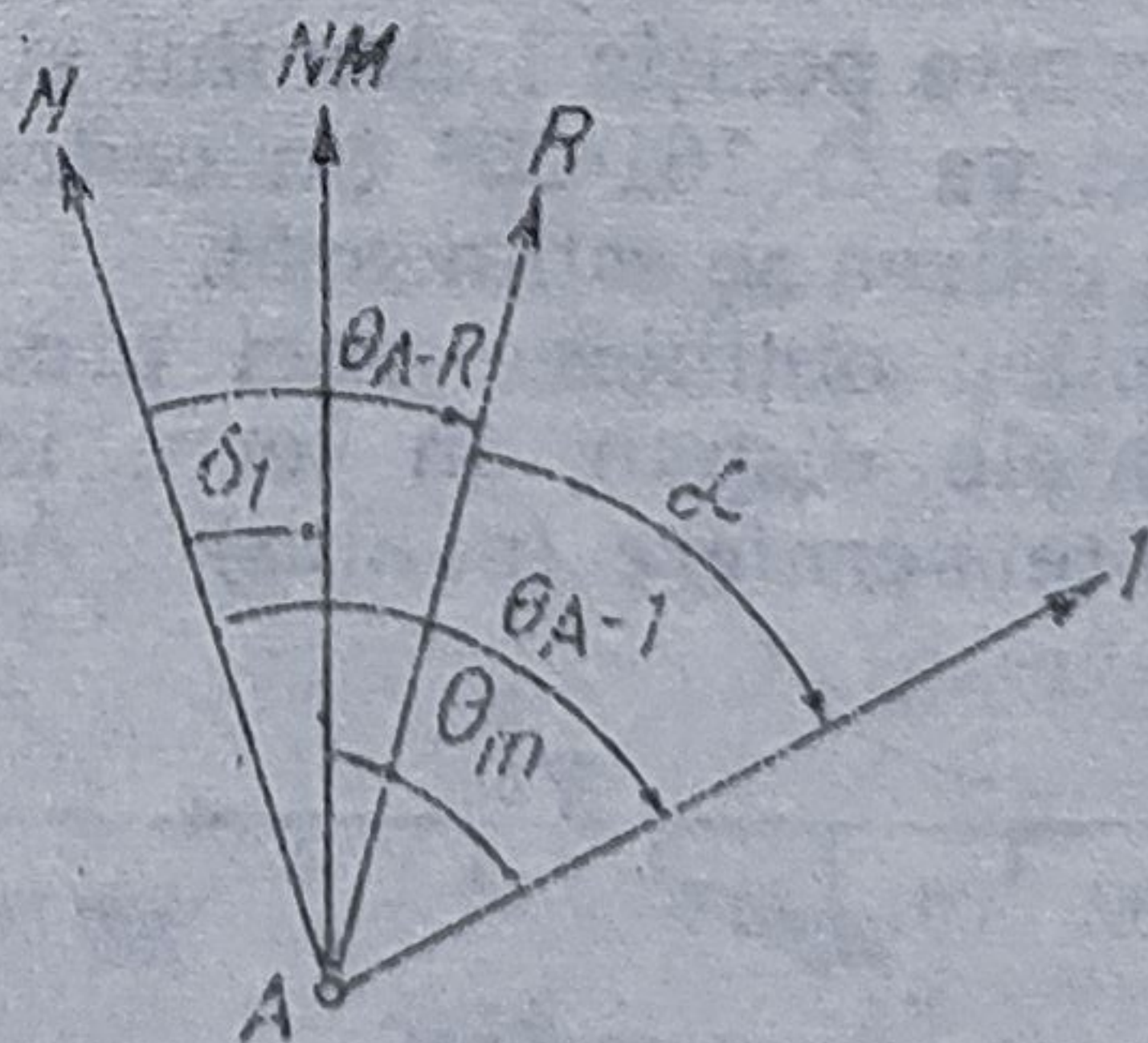
Unghiul orizontal a două direcții oarecare din teren este unghiul diedru format de planele verticale ce conțin acele direcții și se obține din două lecturi asupra cercului orizontal al aparatelor topografice.

Unghiurile verticale într-o stație, plecînd de la planul orizontal ce trece prin punct sau de la zenitul punctului, se obțin printr-o singură citire pe cercul vertical (eclimetru) al aparatului. Cînd se cere unghiul vertical dintre două direcții, sînt necesare tot două citiri.

Instrumentele topografice care se utilizează în măsurarea unghiurilor poartă numele generic de *goniometre* (gonios=unghi).

În operațiile geodezice și topografice, instrumentele clasice de măsurare a unghiurilor orizontale sînt teodolitele, goniografele și busolele.

Fig. 97. Măsurarea unui unghi orizontal.





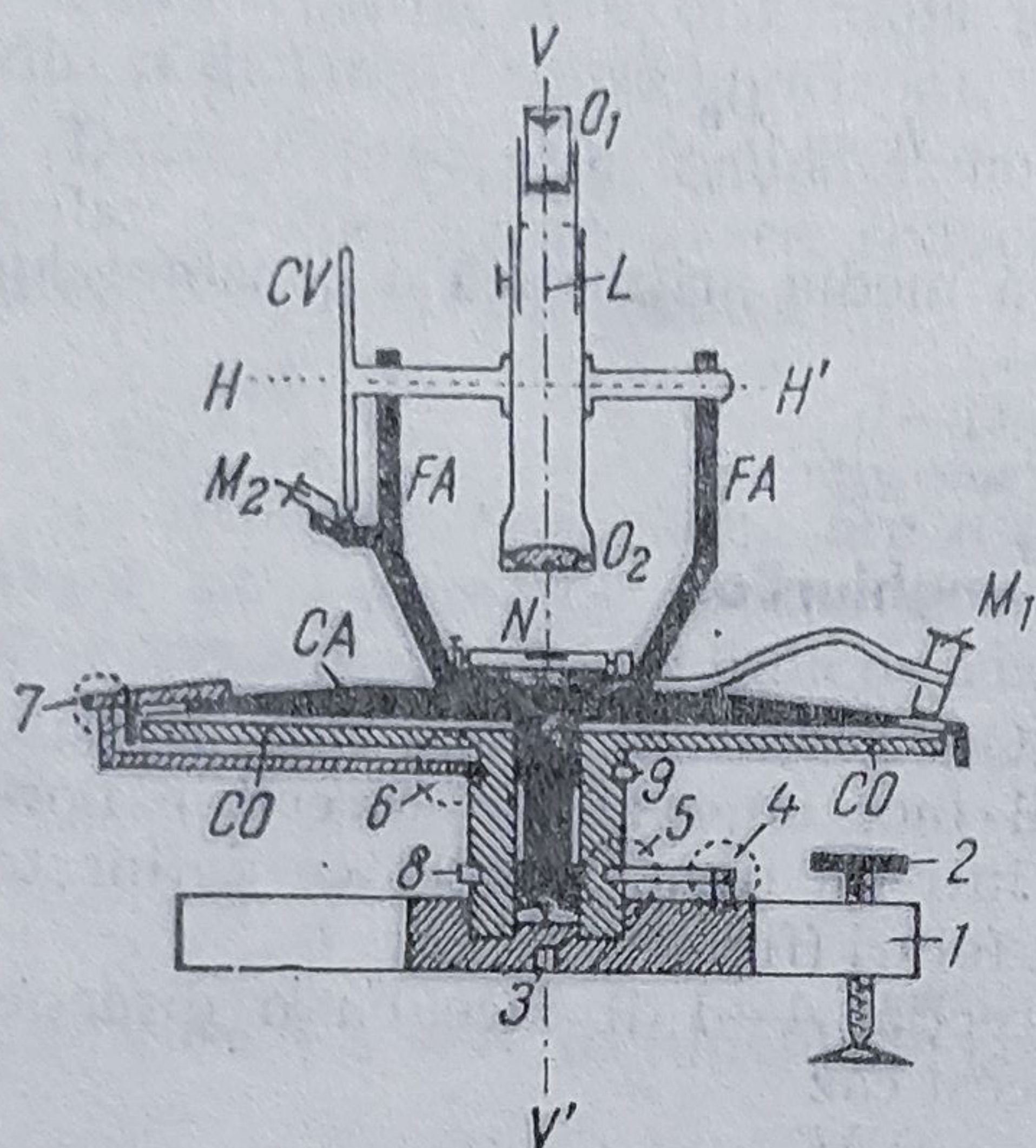


Fig. 98. Schema unui teodolit de tip clasic :

L — luneta ; CO — cercul orizontal (limbul) ; CV — cercul vertical ; CA — cercul alidadă ; FA — furcile alidadei ; N — nivelă ; O<sub>1</sub> — ocular ; O<sub>2</sub> — obiectiv ; M<sub>1</sub> M<sub>2</sub> — microscopie ; VV' — axul vertical al aparatului ; HH' — axul orizontal al aparatului ; 1 — suportul ; 2 — șurub de calare ; 3 — ghiveț pentru prinderea șurubului — pompă de trepid ; 4 — șurubul micrometric al mișcării generale ; 5 — șurubul de blocare a mișcării generale ; 6 — șurubul de blocare a mișcării particulare ; 7 — șurubul micrometric al mișcării particulare ; 8 — brățara inferioară ; 9 — brățara superioară.

1) Teodolitele sînt aparate goniometrice care dispun de cercuri gradate pentru măsurarea unghiurilor în plan orizontal și vertical, de dispozitive de calare (orizontalitate) și de o lunetă pentru vizare.

În cazul că sînt dotate și cu dispozitiv stadimetric pentru măsurarea distanțelor, teodolitele se numesc *tahimetre*.

În figura 98 este reprezentată schema de principiu a unui teodolit de tip clasic cu elemente comune de vizare și măsurare proprii tuturor aparatelor de acest gen :

a) Cercurile gradate ale teodolitelor sînt construite din metal sau sticlă pe care sînt gravate diviziuni centezimale sau sexagesimale, cu numerotarea în sensul acelor de ceasornic sau invers. Cercul gradat sau *limbul* (cercul orizontal) permite lectura diviziunilor în dreptul unui *index* (reper) sau *vernier*, montat pe *cercul alidadă* al aparatului care susține în același timp microscopie sau iupele pentru citirea gradațiilor fine, una sau două nivele care asigură calarea limbului și a cercului alidadă, precum și furcile alidadei pe care se sprijină suprastructura aparatului.

Pentru a citi o diviziune oarecare înregistrată pe cercul orizontal, se urmărește poziția indexului și sensul gradațiilor de pe limb. În figura 99, citirea va fi  $161^{\circ}25'$  (în cadrul intervalului dintre două diviziuni de pe limb, citirea se estimează).

Pentru obținerea unei precizii mai mari la măsurarea unghiurilor, aparatele dispun, în locul indexelor simple (reperelor), de dispozitive numite *vernieri* (nonius). Acestea sînt construite în așa fel, încît la

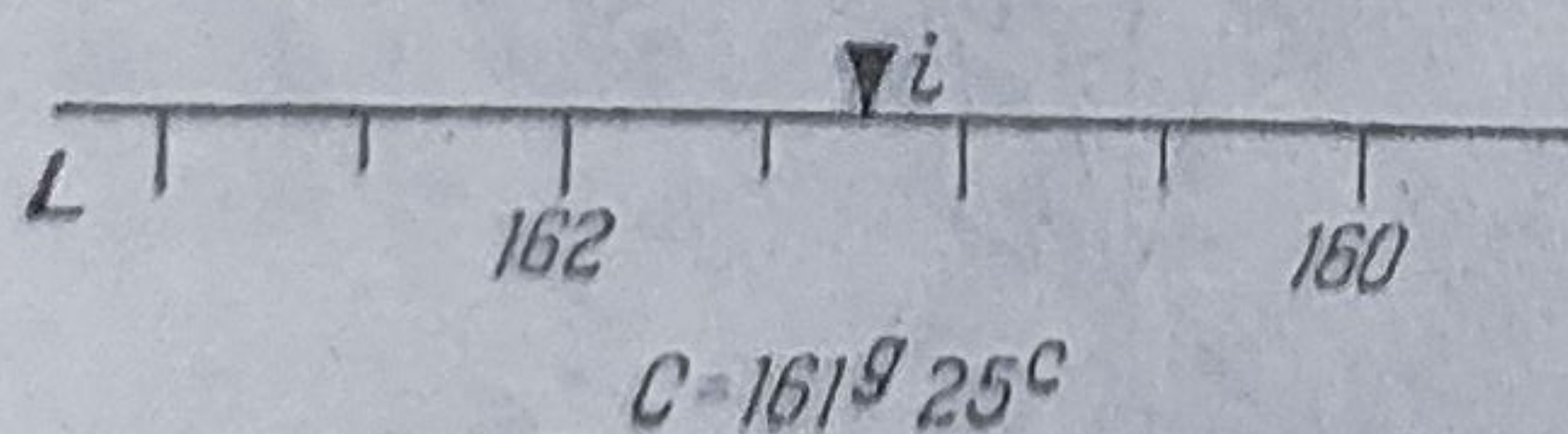


Fig. 99. Citirea unui unghi pe cercul orizontal.



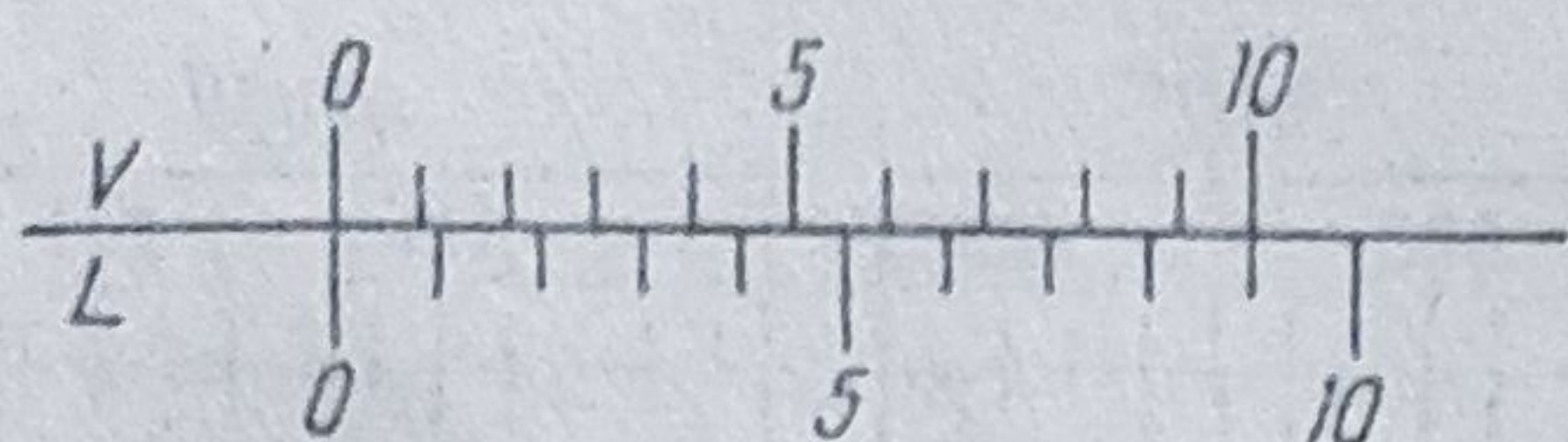


Fig. 100. Principiul vernierului.

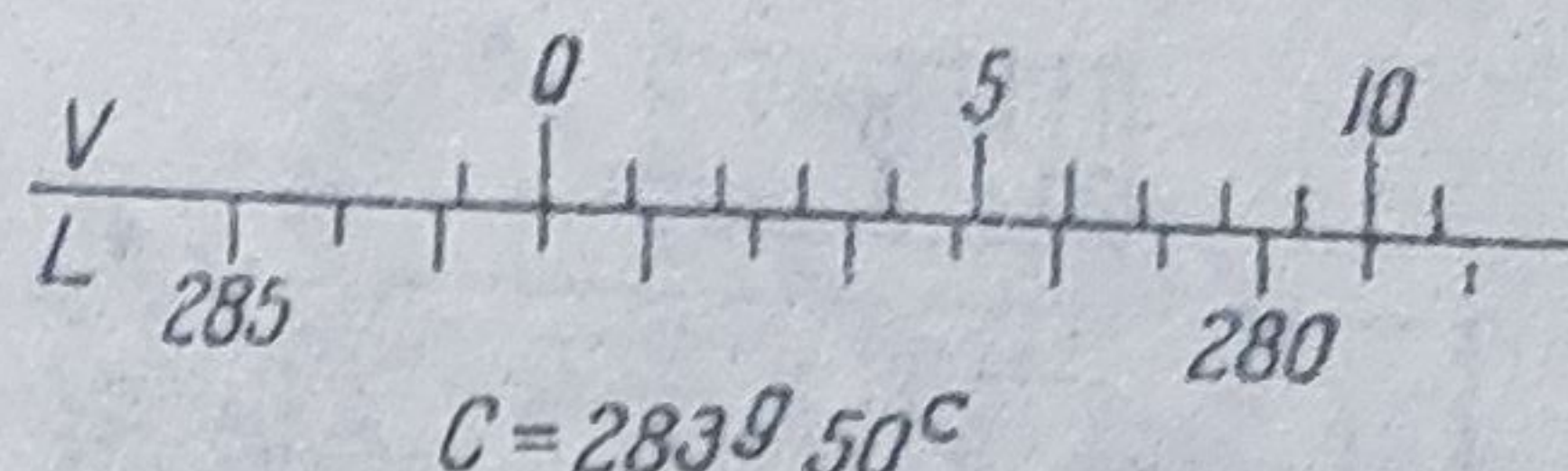


Fig. 101. Citirea pe un aparat cu vernier rectiliniu.

$n$  diviziuni de pe limb (sau eclimetru) să corespundă  $n+1$  diviziuni pe vernier (fig. 100).

Notînd cu  $m$  valoarea unei diviziuni de pe cercul gradat și cu  $v$  valoarea unei diviziuni de pe vernier, vom avea :

$$m (n - 1) = nv,$$

de unde :

$$v = \frac{m (n - 1)}{n} = m - \frac{m}{n},$$

deci gradația de pe vernier este cu  $\frac{m}{n}$  mai mică decît cea de pe limb sau eclimetru.

Pentru a evalua un unghi cu ajutorul vernierului (rectiliniu sau circular), citim în dreptul diviziunii zero de pe vernier numărul de grade și diviziuni de grad ale limbului sau ale eclimetrului. La acesta se adaugă rangul primei gradații de pe vernier care vine în coincidență cu o diviziune de pe cercul gradat. În figura 101, pe un aparat cu vernier rectiliniu, diviziunea zero a vernierului coincide cu o gradație exactă de pe limb ( $283^{\circ}50'$ ). În figura 102, pe un aparat cu vernier circular, zero al vernierului nu mai coincide cu o gradație de pe limb. Citirea va fi  $130^{\circ}32'50''$ .

Deoarece la cele mai multe aparate diviziunile de pe limb și mai ales pe vernier nu se observă cu ochiul liber, acestea au adaptate microscopie sau lupe care ușurează citirea gradațiilor de pe cercuri.

Un alt sistem de vernier la aparatele de tip clasic îl constituie microscopul cu scăriță, unde — la o diviziune de pe cercul gradat — corespund 10 diviziuni pe scăriță (fig. 103).

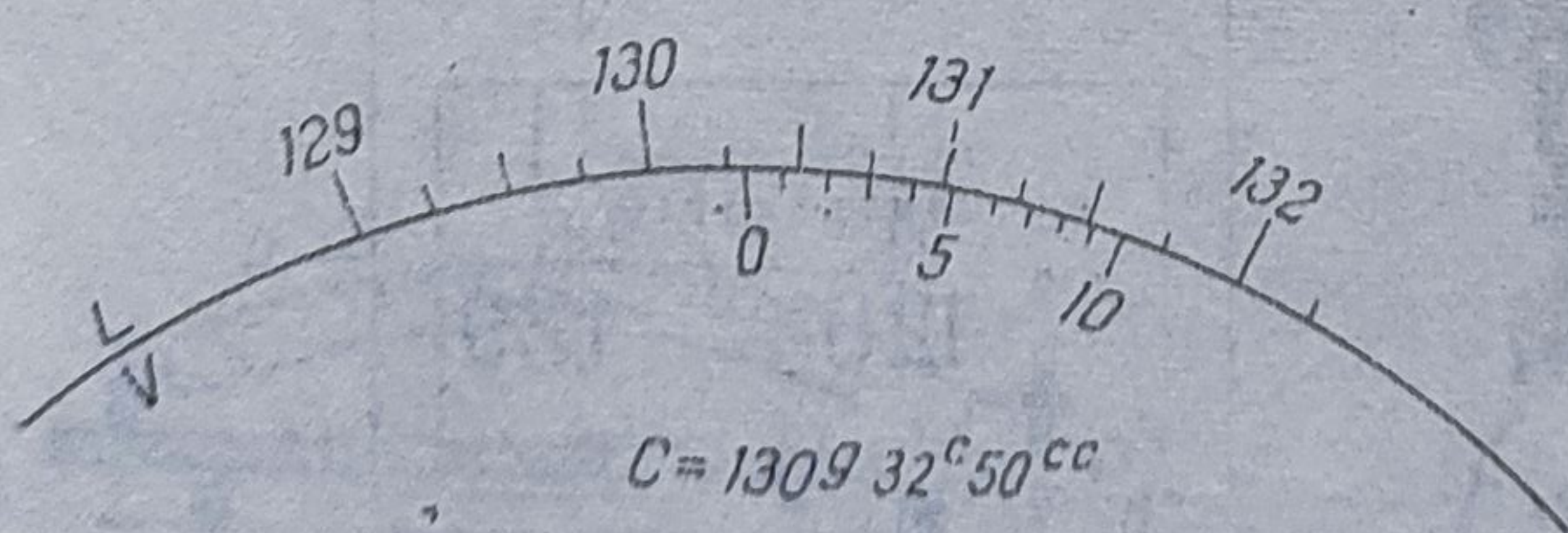


Fig. 102. Citirea pe un aparat cu vernier circular.

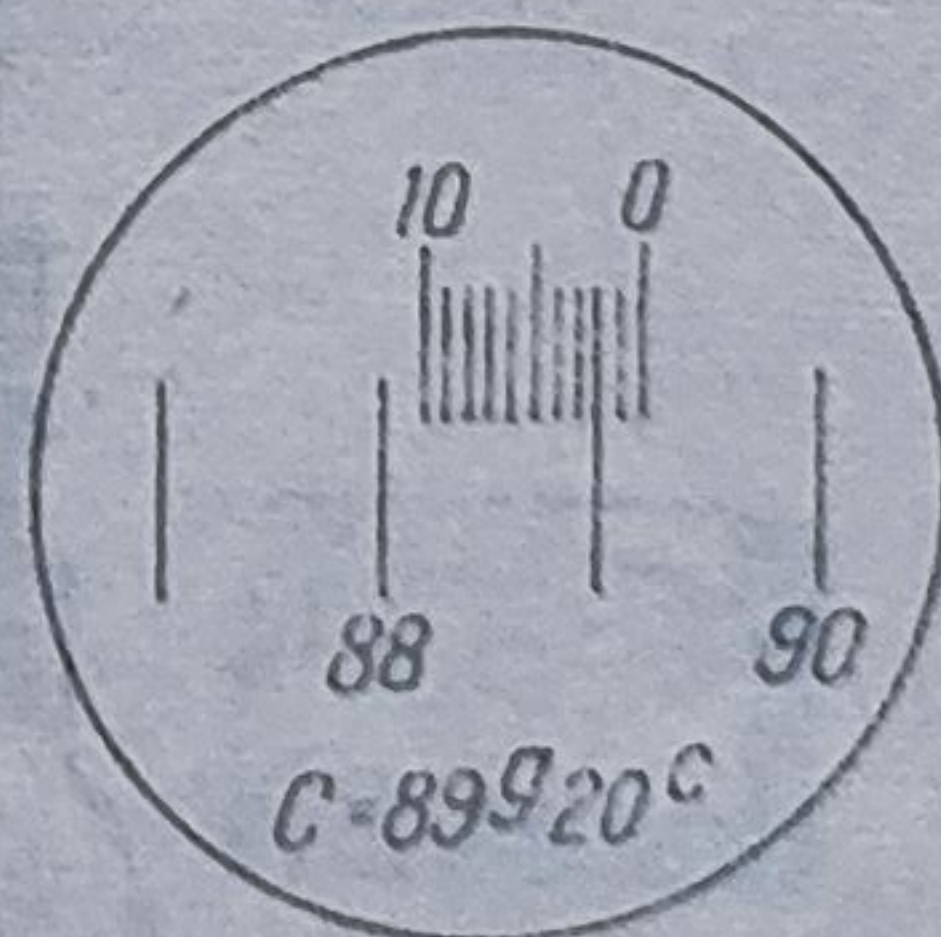


Fig. 103. Microscop cu scăriță.



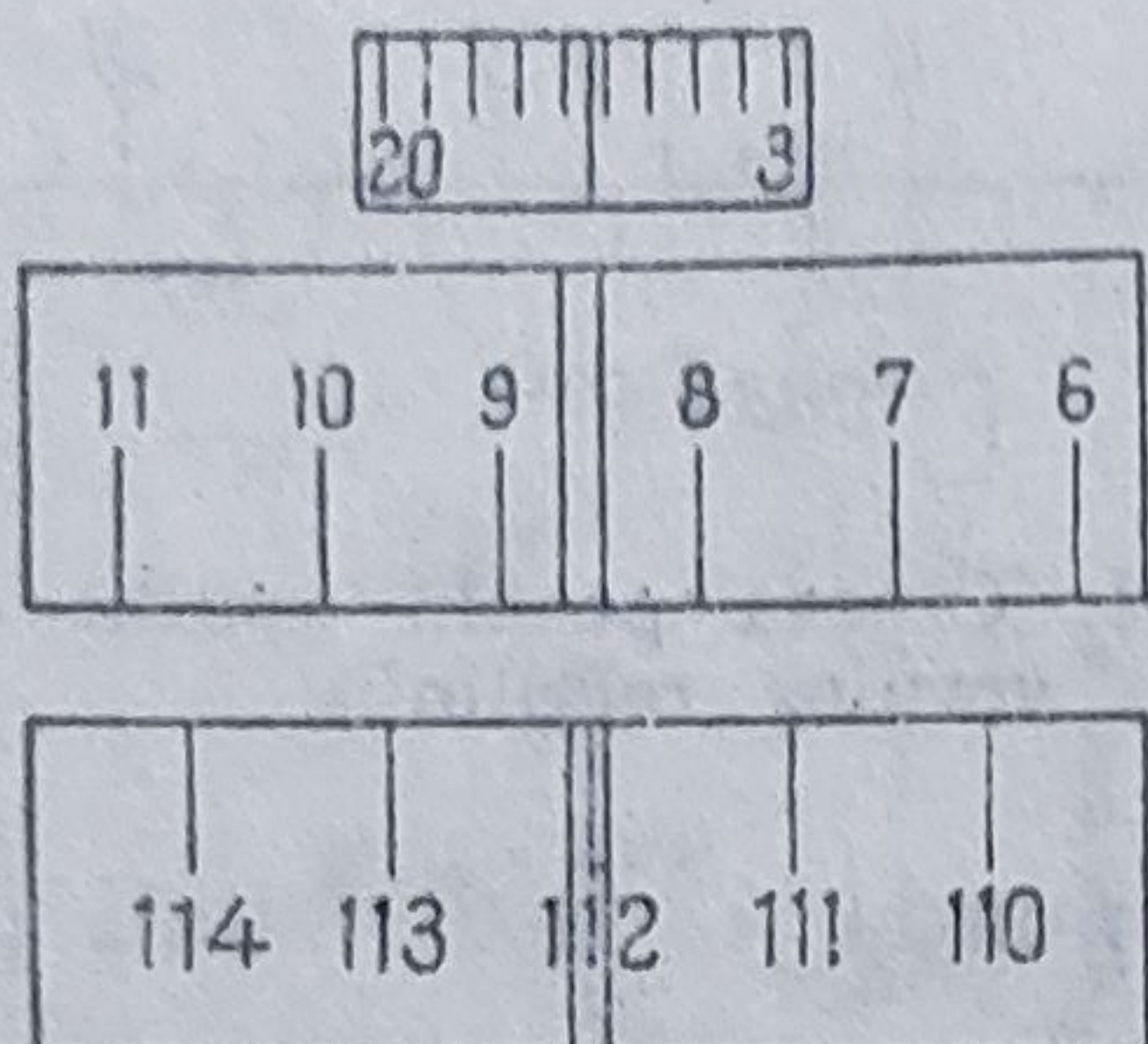


Fig. 104. Citirea pe un aparat cu vernier cu coincidență optică ( $T_1$ ).

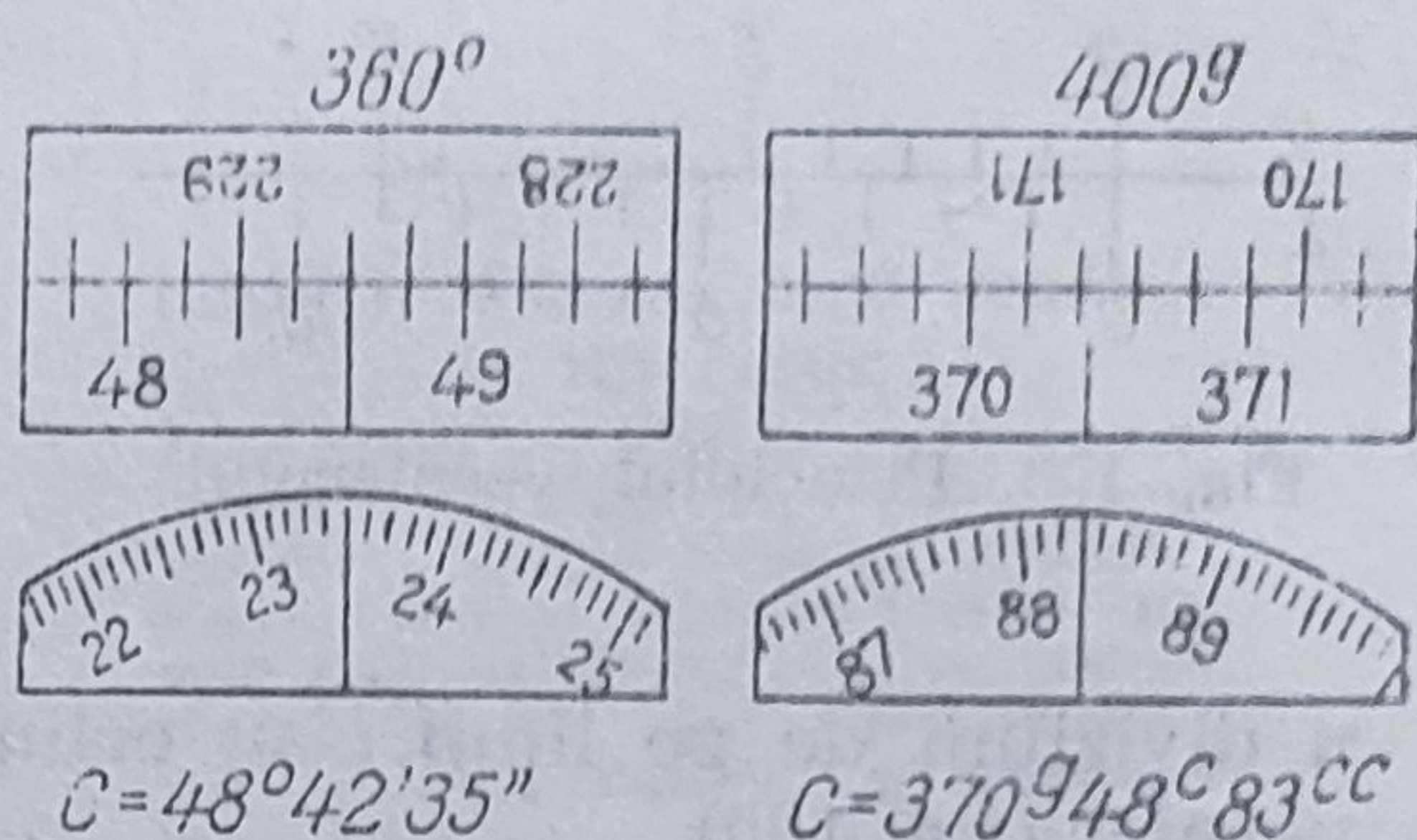


Fig. 105. Gradațiile teodolitului  $T_3$ .

Teodolitele de construcție modernă (Wild, Zeiss, OT-10 etc.) au sisteme de citire optică centralizată, de obicei într-un singur microscop.

În figura 104 este reprezentată citirea gradațiilor la teodolitul Wild  $T_1$ , unde sistemul de lectură se face prin coincidență optică a gradațiilor diametral opuse ale cercurilor gradate.

Alte exemple de citire pe aparatele de construcție nouă sînt date în figurile 105, 106 și 107.

b) Nivelele sînt instrumente accesorii ale teodolitelor și ale altor aparate topografice, servind la punerea în stație, calarea și reglajul acestora.

Nivelele pot fi tubulare și sferice, cele tubulare fiind mai importante.

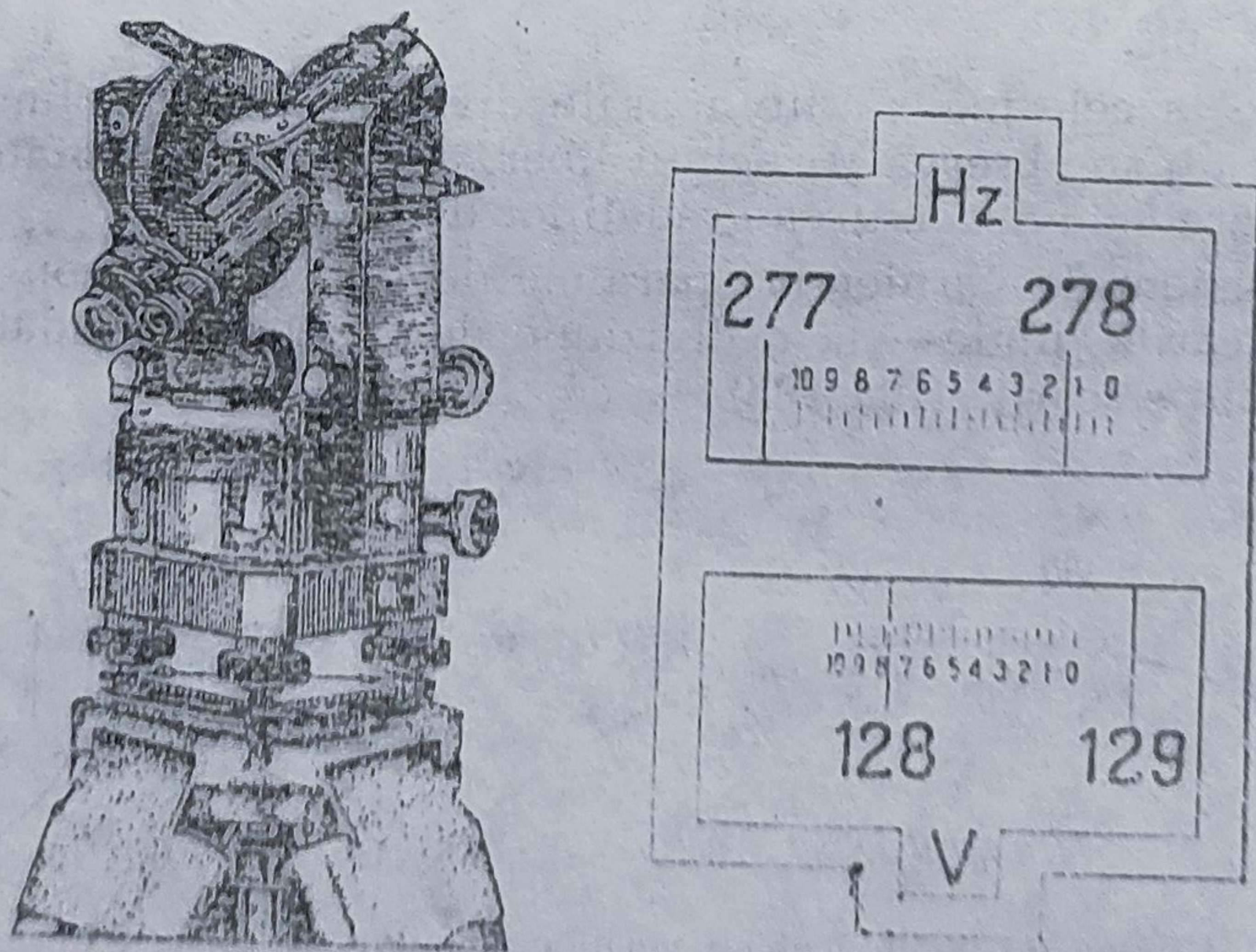


Fig. 106. Gradațiile teodolitului Theo 030.



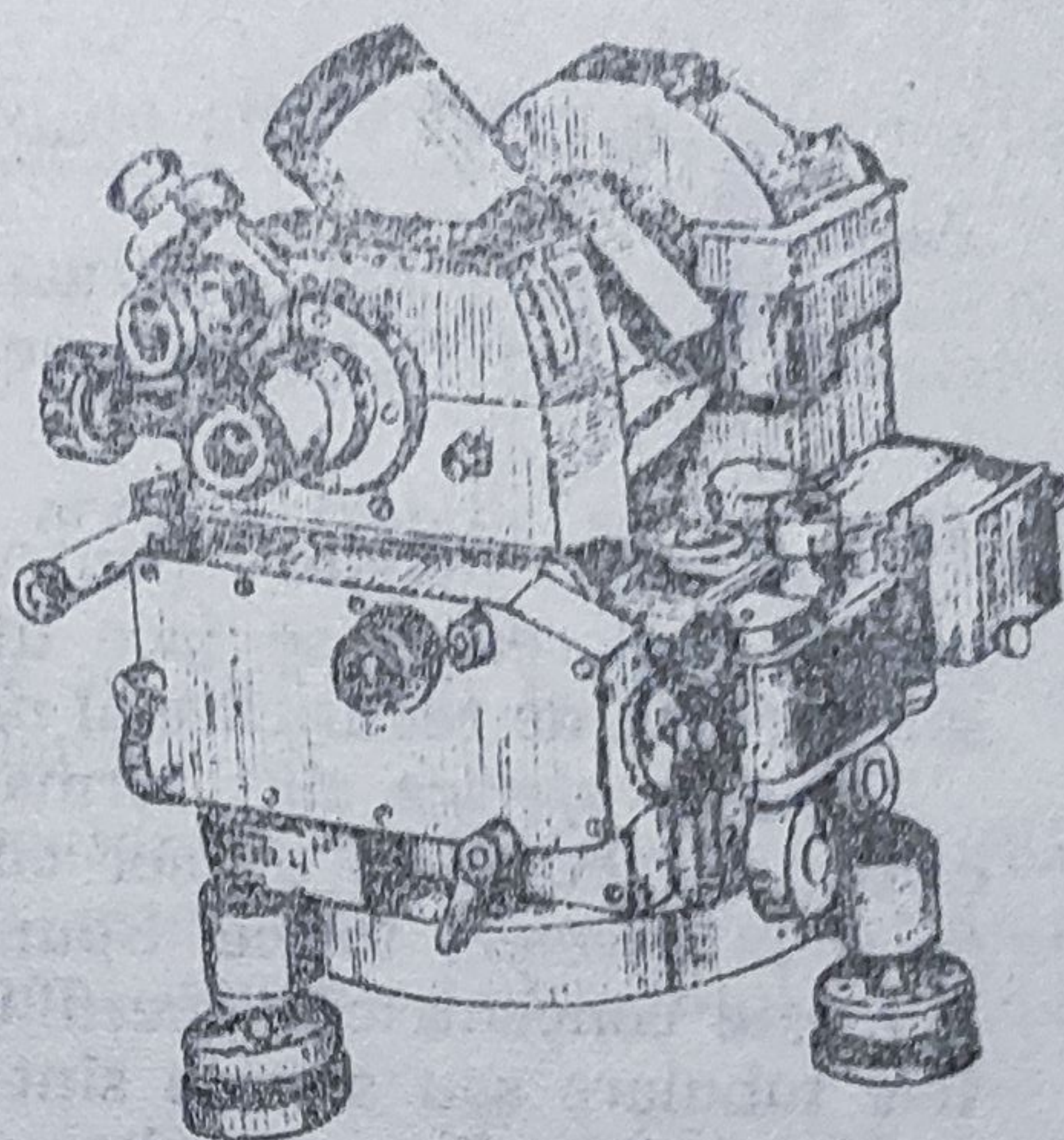
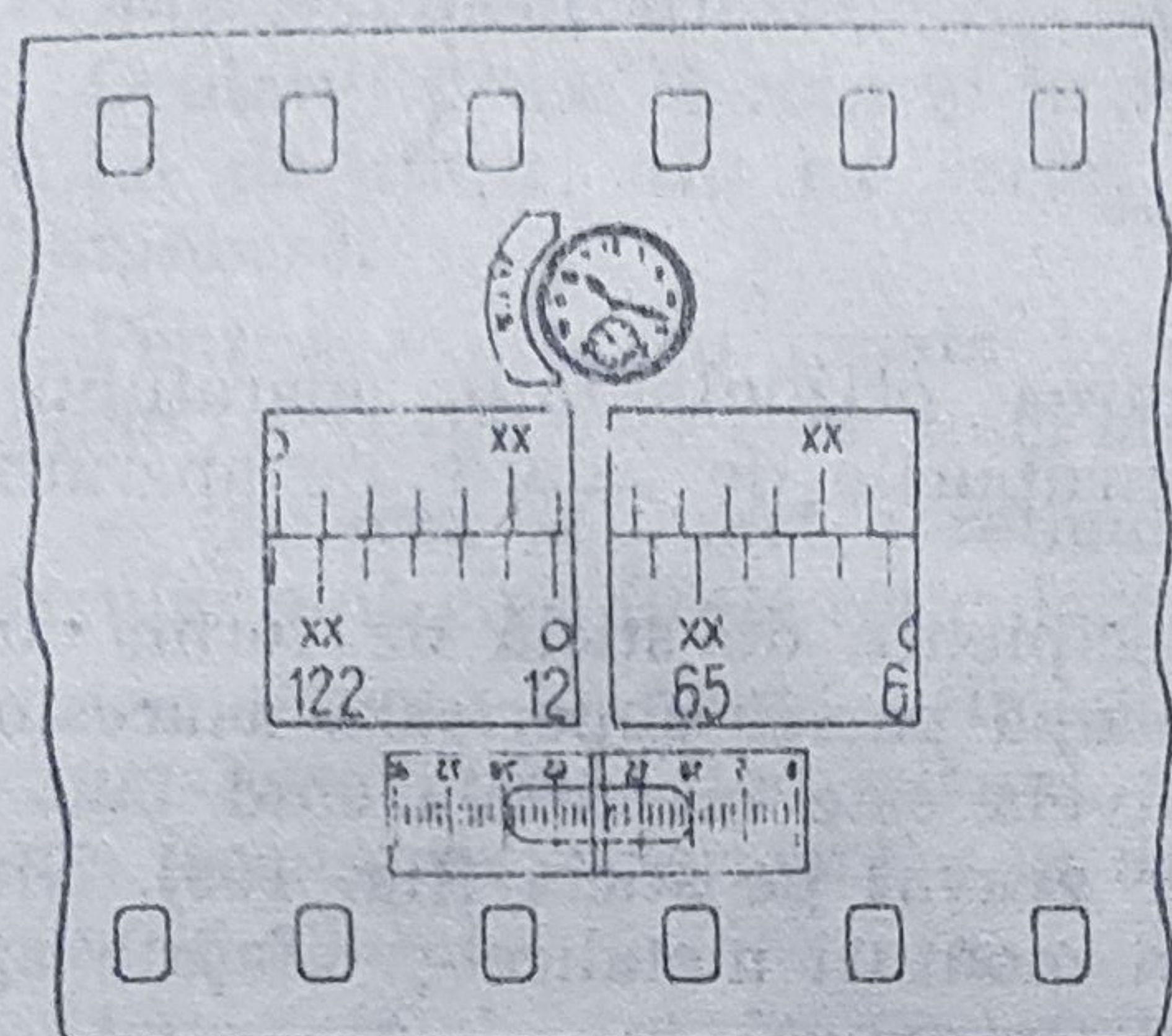


Fig. 107. Gradațiile teodolitului cu înregistrare fotografică.

Nivelele tubulare sau torice se compun dintr-un tub de sticlă în formă de tor (corpul care ia naștere prin rotirea unui cerc în jurul unui ax exterior) cu rază mare. Acest tub se umple cu un lichid încongelabil și fluid, de obicei eter sau alcool, lăsându-se o bulă de vapori din lichidul conținut. Bula ocupă partea cea mai ridicată a tubului, iar tangenta în punctul  $M$ , mijlocul său, dusă în planul mediu (longitudinal) al tubului, este orizontală.

Tubul nivelelor folosite în topografie are diviziuni simetrice față de punctul  $M$ ; tangenta  $DD'$  în acest punct se numește *directoarea* nivelei (fig. 108). Spunem că nivela este *calată* când bula de aer interceptează același număr de diviziuni de o parte și de alta a punctului  $M$ ; mijlocul său corespunde cu mijlocul tubului, iar directoarea este paralelă cu planul orizontal al locului. La aparatele topografice, nivela este solidară fie unei linii de sprijin  $AB$ , care trebuie să fie orizontală, fie unui ax de rotație  $V$ , care trebuie să fie vertical. Nivela tubulară, cu dublă curbura și cu două directoare paralele între ele, se numește *nivelă butoiș*.

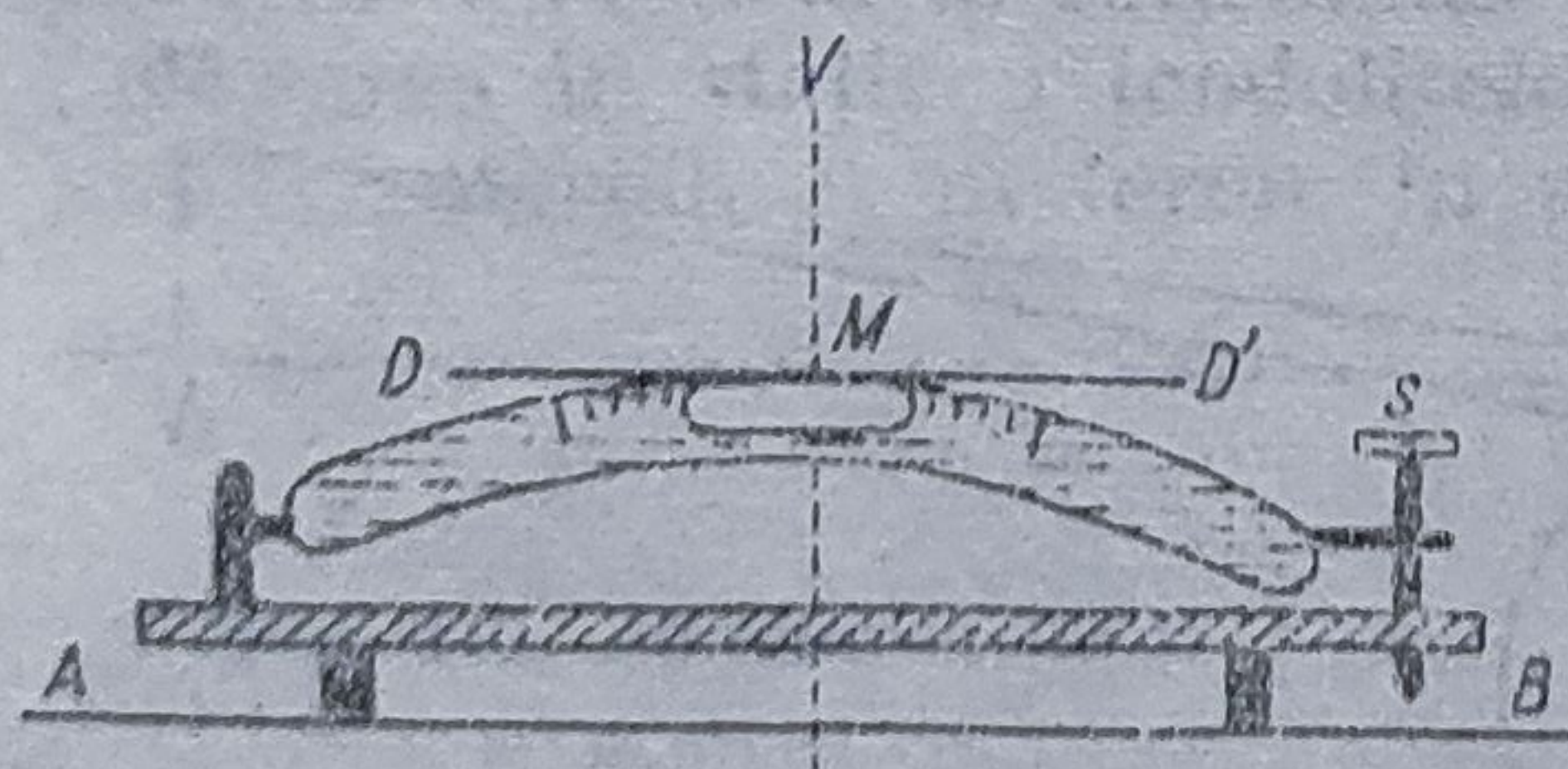


Fig. 108. Nivela tubulară.

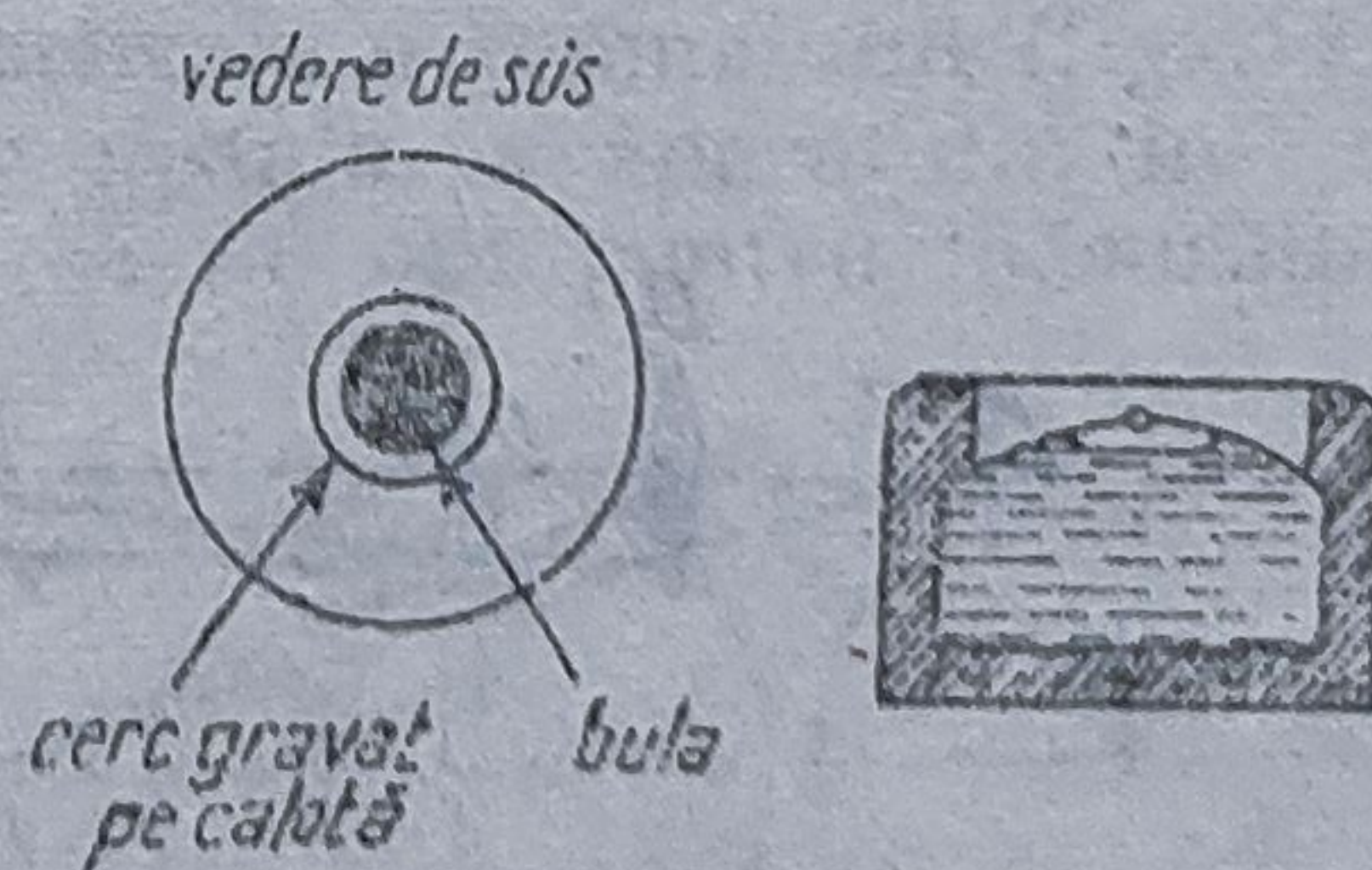


Fig. 109. Nivela sferică.



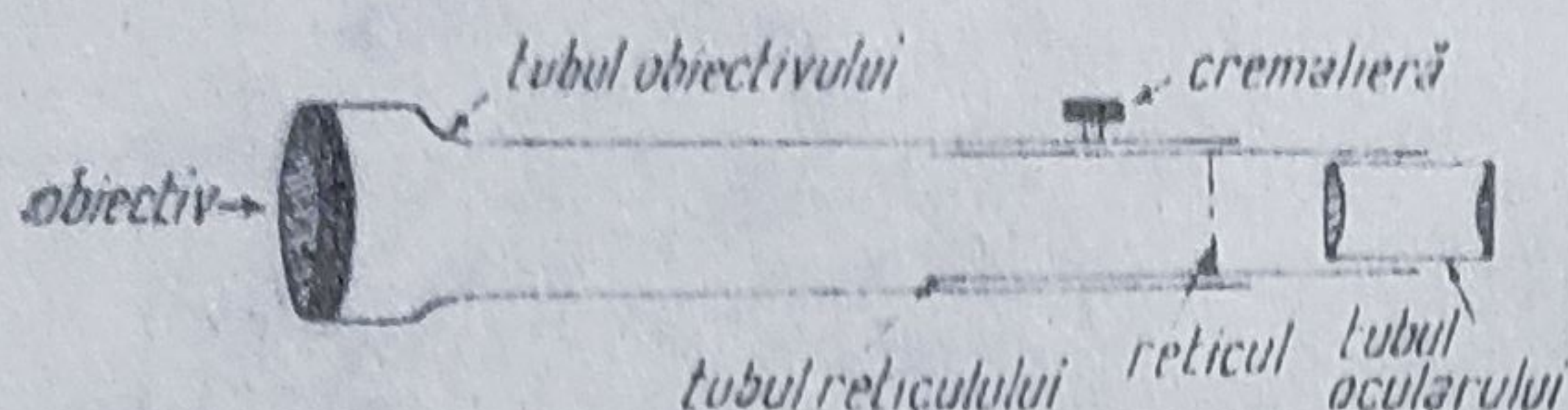


Fig. 110. Luneta topografică.

Deplasarea nivelei pentru asigurarea orizontalității aparatului și pentru reglarea ei se face utilizând șuruburile de calare ale aparatului sau șurubul de rectificare al nivelei s.

Nivelele sferice sînt formate din recipiente de sticlă de forma unor calote sferice. Bula de aer circulară ocupă partea superioară a acestora, ca și la nivelele torice. Spunem că nivela este orizontală cînd bula de aer este concentrică reperului circular gravat pe sticlă (fig. 109). Nivelele tubulare sau sferice sînt fixate în monturi metalice și atașate aparatelor topografice pe limburi sau pe eclimetre.

c) **Luneta**, instrument optic comun tuturor aparatelor topografice moderne, servește la vizarea punctelor din teren.

Lunetele utilizate în topografie și geodezie sînt de tip astronomic, fiind formate din trei tuburi coaxiale telescopice (fig. 110), tubul ocularului, tubul reticulului și tubul obiectivului. Axa care trece prin centrul ocularului, reticulului și obiectivului este *axa geometrică* a lunetei, axa care unește centrele lentilelor ocular și obiectiv este *axa optică*, iar linia care unește centrul reticulului, centrul obiectivului și punctul vizat din teren formează *axa de vizare* a lunetei. Pentru o vizare corectă, cele trei axe trebuie să se confunde (luneta este rectificată).

**Obiectivul**, format din două lentile convergente acromatice, are rolul formării imaginii  $MN$ , care apare reală și mai mică  $mn$  (fig. 111).

**Reticulul** este alcătuit dintr-un inel metalic  $R$ , acoperit cu o sticlă subțire, pe care sînt gravate firele reticulare, firul orizontal și firul vertical, perpendiculare unul pe celălalt; intersecția firelor — punctul  $r$  — trebuie să se afle pe axa geometrică a lunetei. Aducerea centrului reticulului pe axa geometrică se face cu ajutorul șuruburilor de rectificare a reticulului.

La teodolitele tahimetrice, în planul reticulului sînt gravate și firele stadimetrice orizontale sau verticale pentru măsurarea distanțelor.

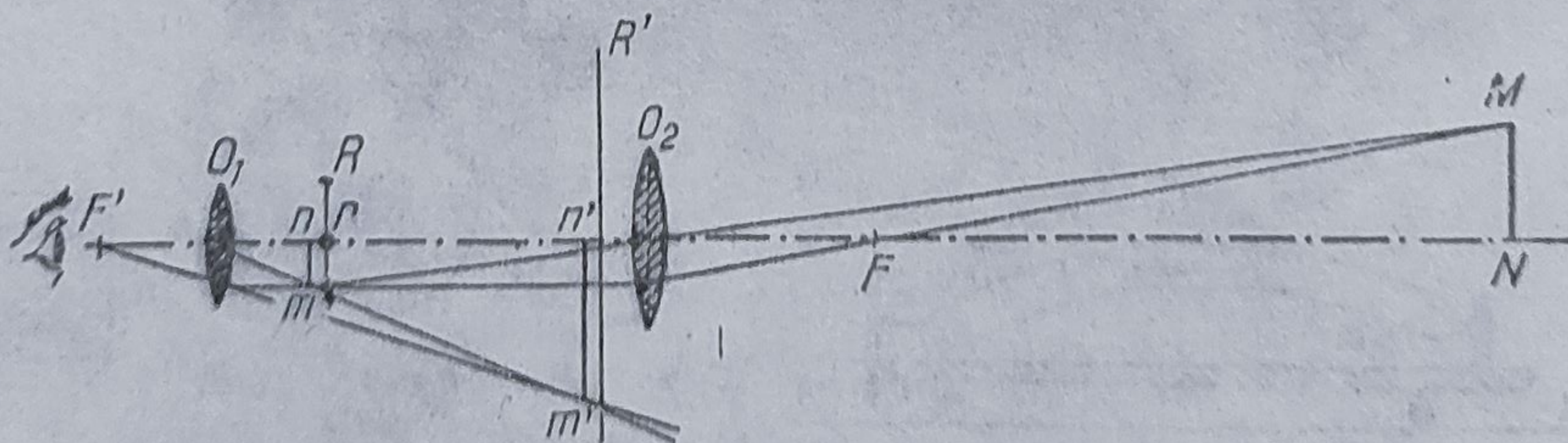


Fig. 111. Formarea imaginii în luneta topografică.



Ocularul este microscopul care mărește imaginile formate de obiectiv în lunetă (imaginea  $m'n'$ ).

Ocularul poate fi cotit și în acest caz permite vizarea la zenitul punctului de stație, sau cu ecran colorat pentru vizări asupra obiectelor luminoase.

Pentru a viza cu luneta topografică, aceasta trebuie să fie pusă la punct, operație care cere două etape :

— punerea la punct a reticulului, care se face prin manevrarea ocularului pînă cînd firele reticulare se văd clar ;

— punerea la punct a imaginii — *focusarea* — se face prin rotirea cremalierei, pînă cînd planul reticulului este adus în planul imaginii  $mn$  (focusarea exterioară) ; în acest moment imaginea obiectului se vede clar în aparat.

La aparatele noi, focusarea se numește interioară și se realizează prin adaptarea unei lentile divergente, aplicată între obiectiv și reticul, care se poate deplasa axial în tubul portobiectiv cu ajutorul cremalierei. Obiectivul și lentila de focusare formează sistemul optic numit *teleobiectiv*.

Puterea de mărire (*grosimentul*) a lunetei este dată de raportul :

$$G = \frac{F}{F'}$$

unde  $F$  este distanța focală a obiectivului, iar  $F'$  distanța focală a ocularului.

Puterea de mărire a lunetei variază în funcție de construcția aparatului.

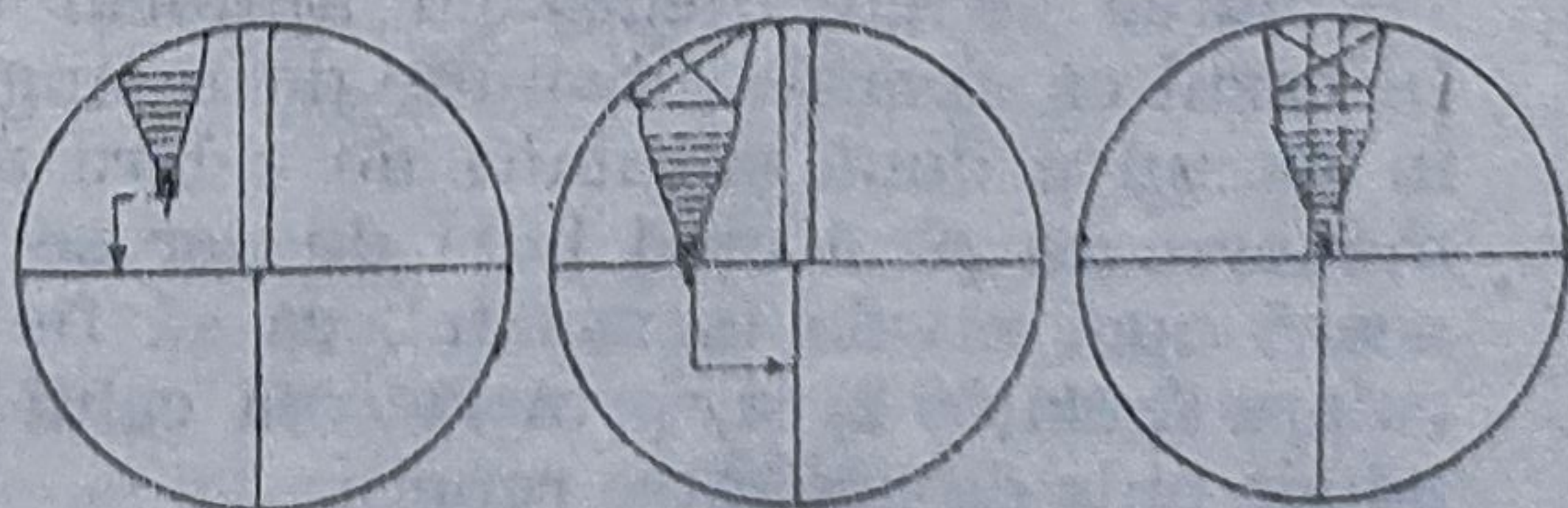
Pentru o putere mare de mărire, distanța focală a obiectivului trebuie să fie mare, iar a ocularului mică.

Înainte de efectuarea lecturii asupra cercurilor gradate se face punctarea, adică aducerea încrucișării firelor reticulare pe semnalul care marchează punctul matematic din teren.

Prima dată se aduce semnalul în cîmpul lunetei ; apoi, folosind mișcarea fină în plan vertical, se aduce vîrfurile semnalului pe firul orizontal al reticulului ; în sfîrșit, deplasîndu-se aparatul în plan orizontal, se suprapune firul vertical al reticulului pe axa verticală a semnalului (fig. 112).

**Punerea în stație a teodolitelor** prevede instalarea aparatului într-un punct materializat în teren, în așa fel ca să fie apt pentru măsurători.

Fig. 112. Punctarea unui semnal.





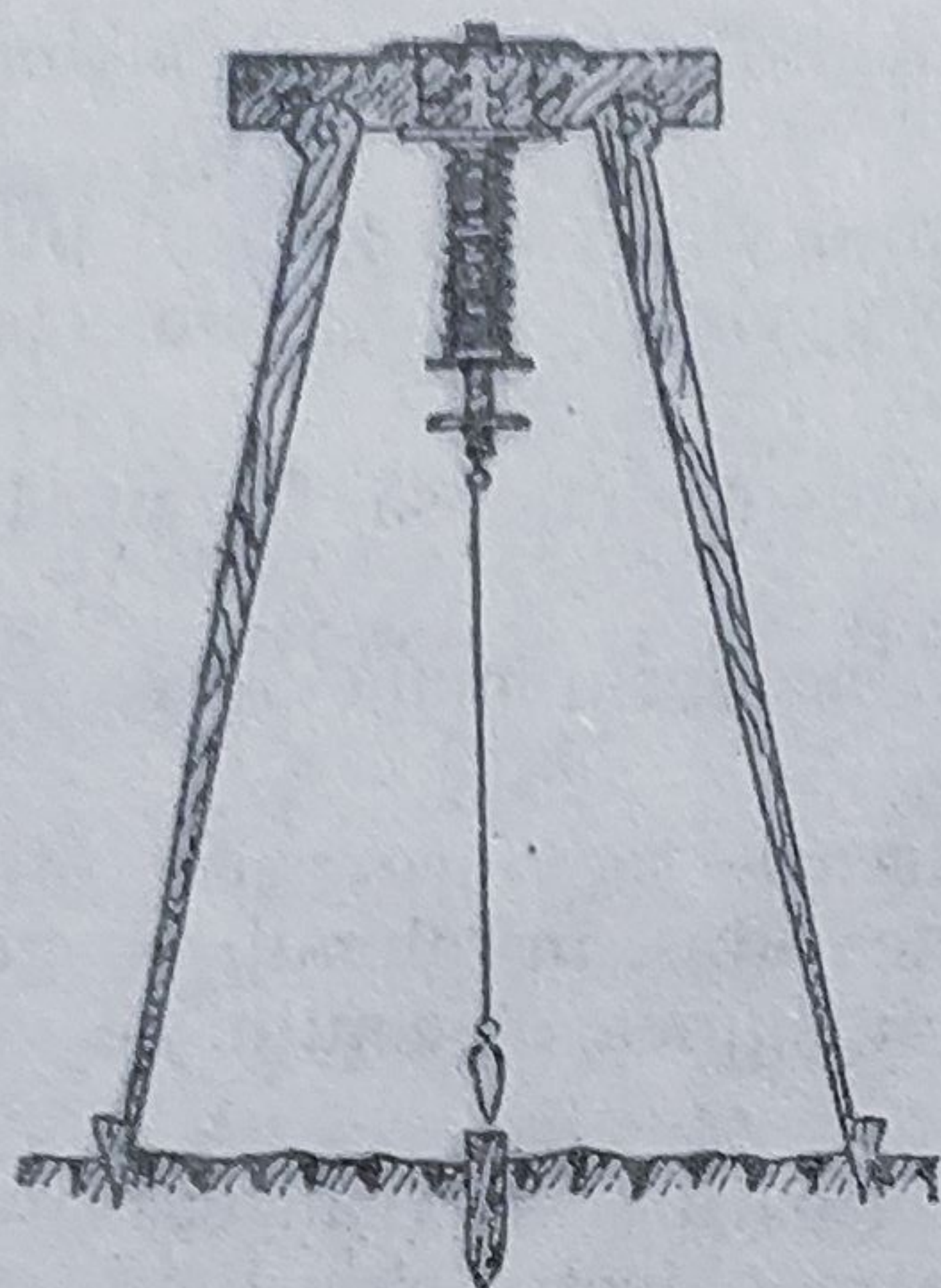


Fig. 113. Centrarea teodolului.

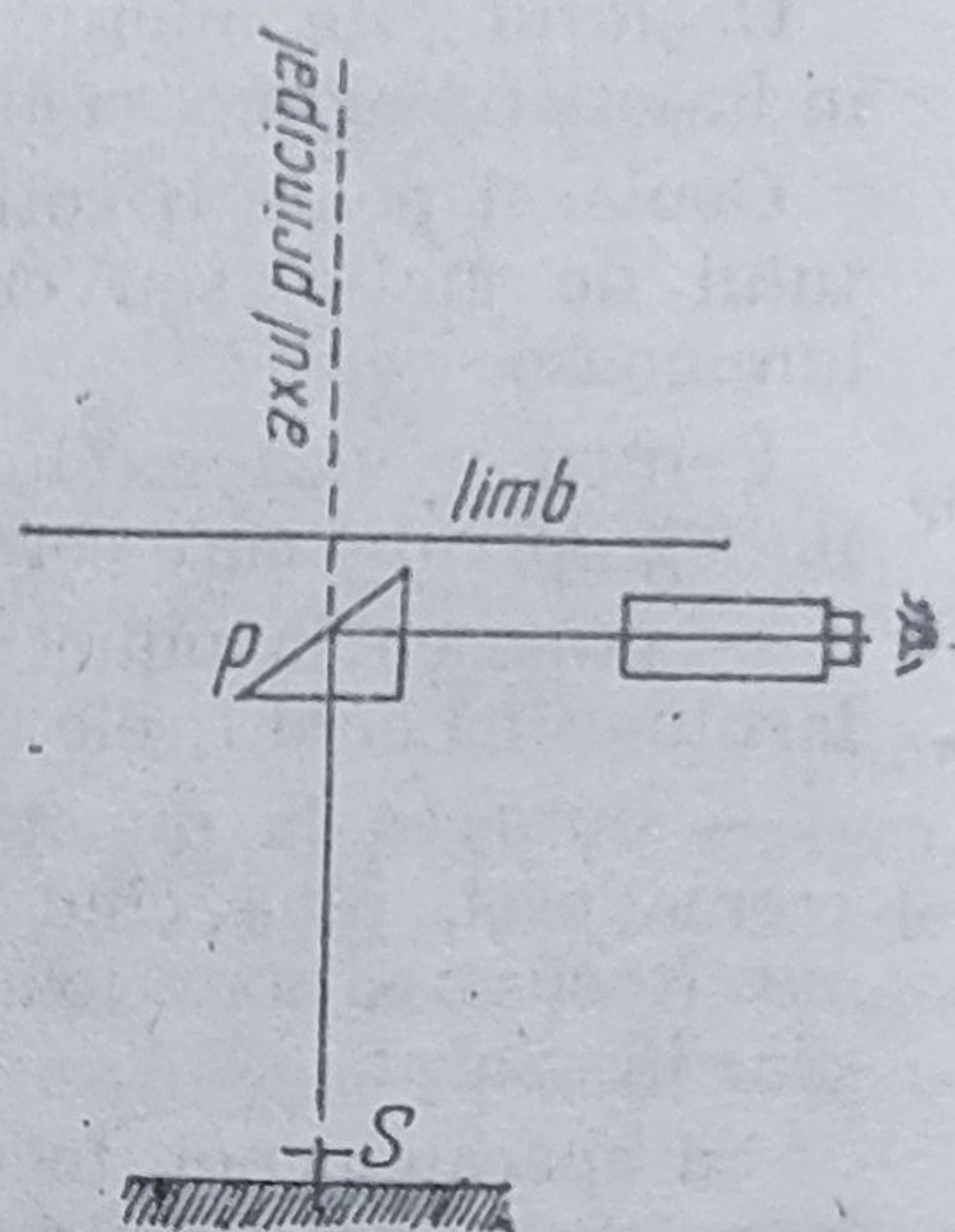


Fig. 114. Centrarea optică.

Punerea în stație necesită :

- punerea în punct sau centrajul,
- calarea sau orizontalitatea.

Centrajul se asigură cu ajutorul unui fir cu plumb care indică poziția verticalei în punctul dat (fig. 113). La unele aparate moderne, centrajul se realizează pe cale optică (fig. 114).

Cînd punctul matematic este inaccesibil (nu se poate face stație), aparatul se instalează într-un punct  $S'$  apropiat de punctul  $S$  (stație excentrică) (fig. 115). Cunosînd distanța  $D$  de la stație la punctul vizat  $P$ , distanța excentrică  $d$  și unghiul  $\alpha$  măsurat în  $S'$ , eroarea unghiulară de excentricitate  $\epsilon$  va fi :

$$\frac{d}{\sin \epsilon} = \frac{D}{\sin \alpha},$$

de unde

$$\sin \epsilon = \frac{d \sin \alpha}{D}.$$

Calarea se efectuează cu ajutorul nivelelor de calare ale aparatului. În cazul că aparatul dispune de o singură nivelă, se aduce, inițial, nivela în planul a două șuruburi de calare ale aparatului ( $AB$ , poziția 1) și se manevrează pînă cînd bula de aer se află între reperele sale ; se deplasează apoi nivela în așa fel, ca să fie perpendiculară pe primul plan de calare (poziția 2) și, prin rotirea celui de-al treilea șurub de calare  $C$ , se aduce bula de aer între repere.



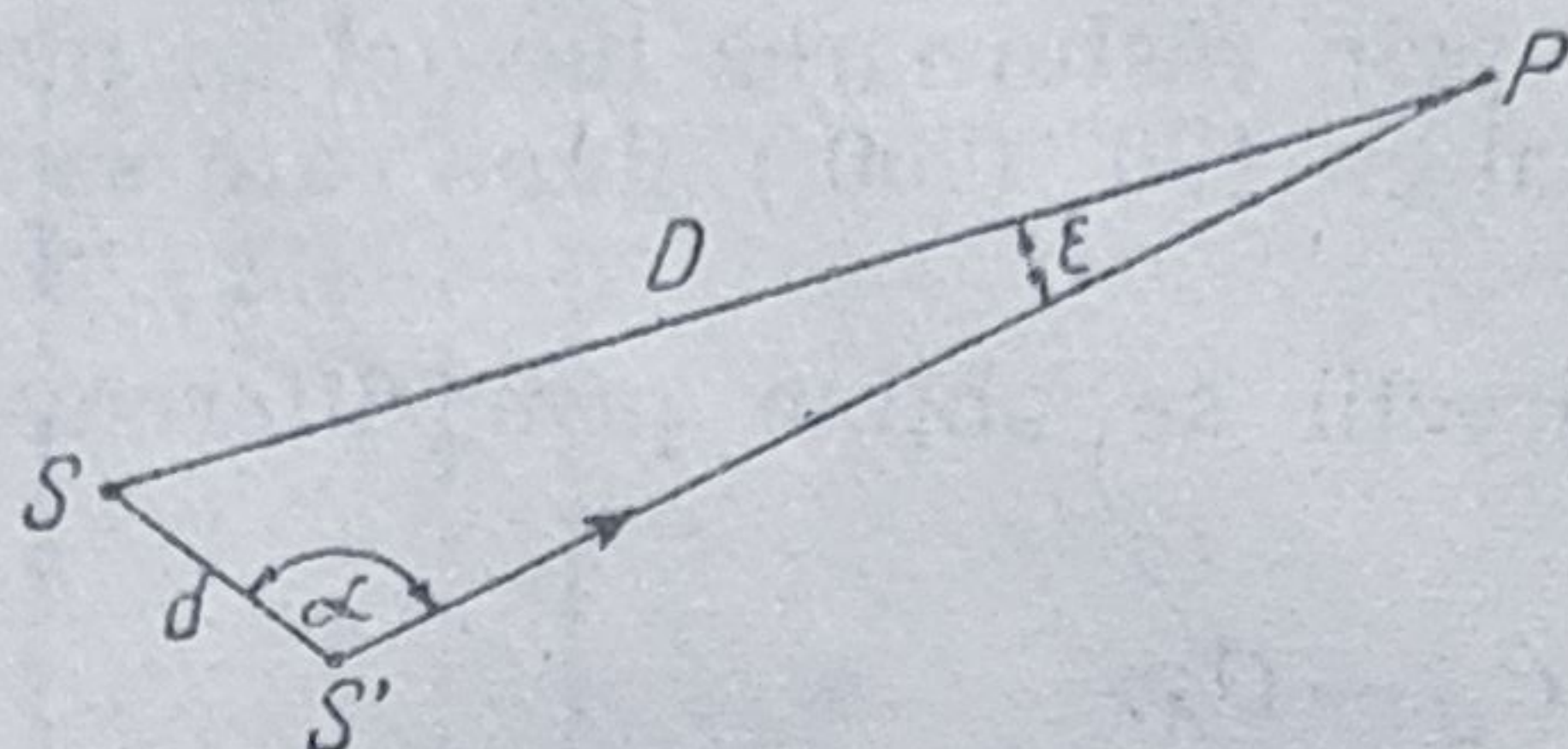


Fig. 115. Stație excentrică.

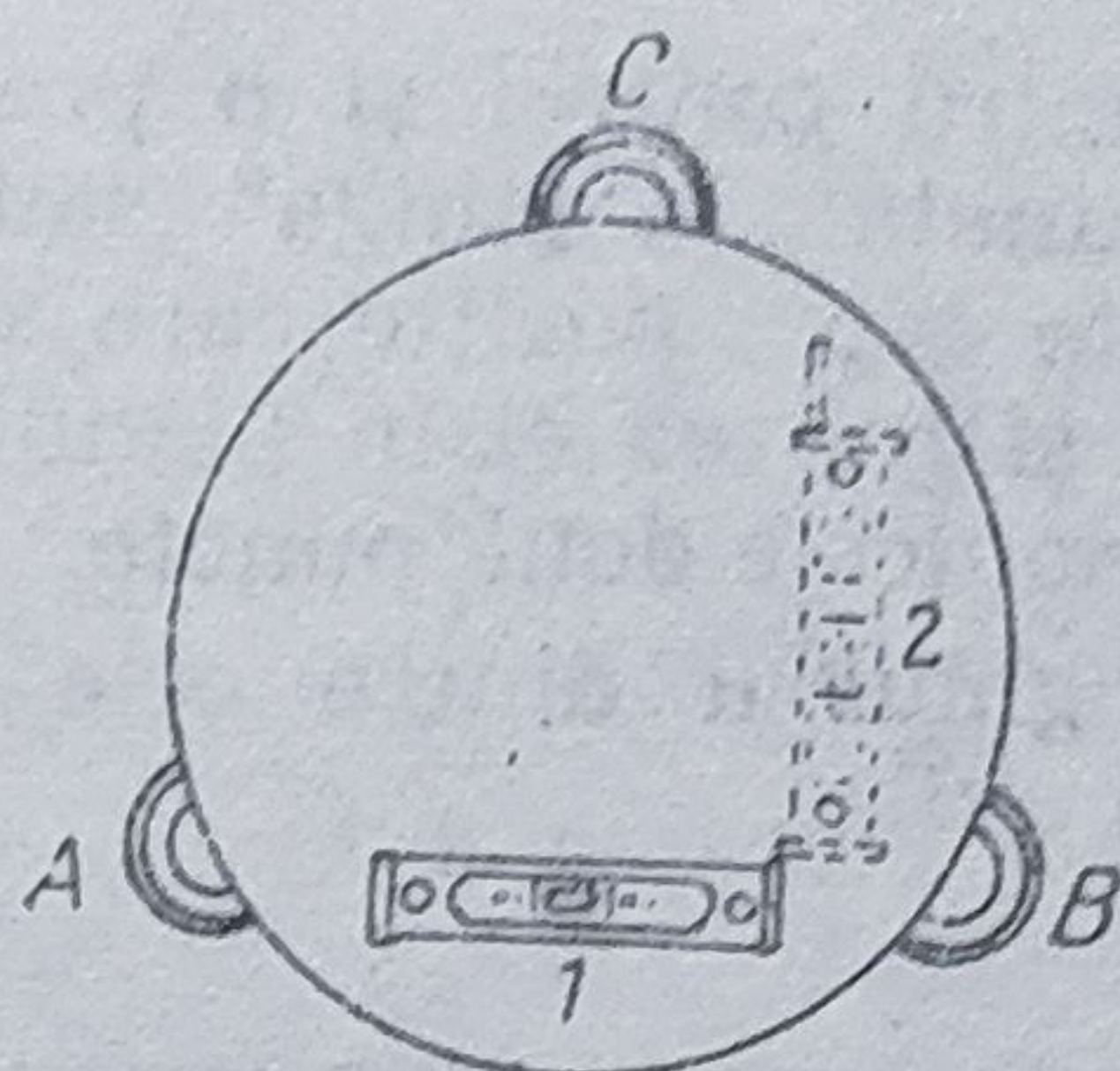


Fig. 116. Calarea teodolitului.

Nivela fiind calată pe două planuri perpendiculare unul pe celălalt, trebuie să fie orizontală pe orice plan de calare (pe toate direcțiile). Aceasta se realizează numai în cazul că nivela este rectificată, respectiv când directoarea nivelei este paralelă cu planul orizontal al locului (fig. 116).

Cînd aparatul dispune de două nivele montate la cercul orizontal al aparatului, perpendiculare una pe alta, nu mai este necesară rotirea aparatului cu  $100^\circ$ .

**Măsurarea unghiurilor cu teodolitul.** După ce aparatul este pus în stare de funcționare, deci este centrat și calat în punctul  $S$ , pentru a măsura un unghi definit de vîrfurile  $O$  și de direcțiile  $D_1$  și  $D_2$ , care trec prin punctele  $A$ , respectiv  $B$  din teren, mărimea unghiulară de măsurat este proiecția  $AOB$  în planul orizontal (planul limbului) (fig. 117).

Inițial se îndreaptă luneta aparatului spre  $A$  și se punctează; se efectuează lectura pe aparat, la ambele microscopie, pe direcția  $D_1$ . În continuare se eliberează mișcarea particulară a aparatului și se vizează punctul  $B$ , citindu-se din nou la microscopie.

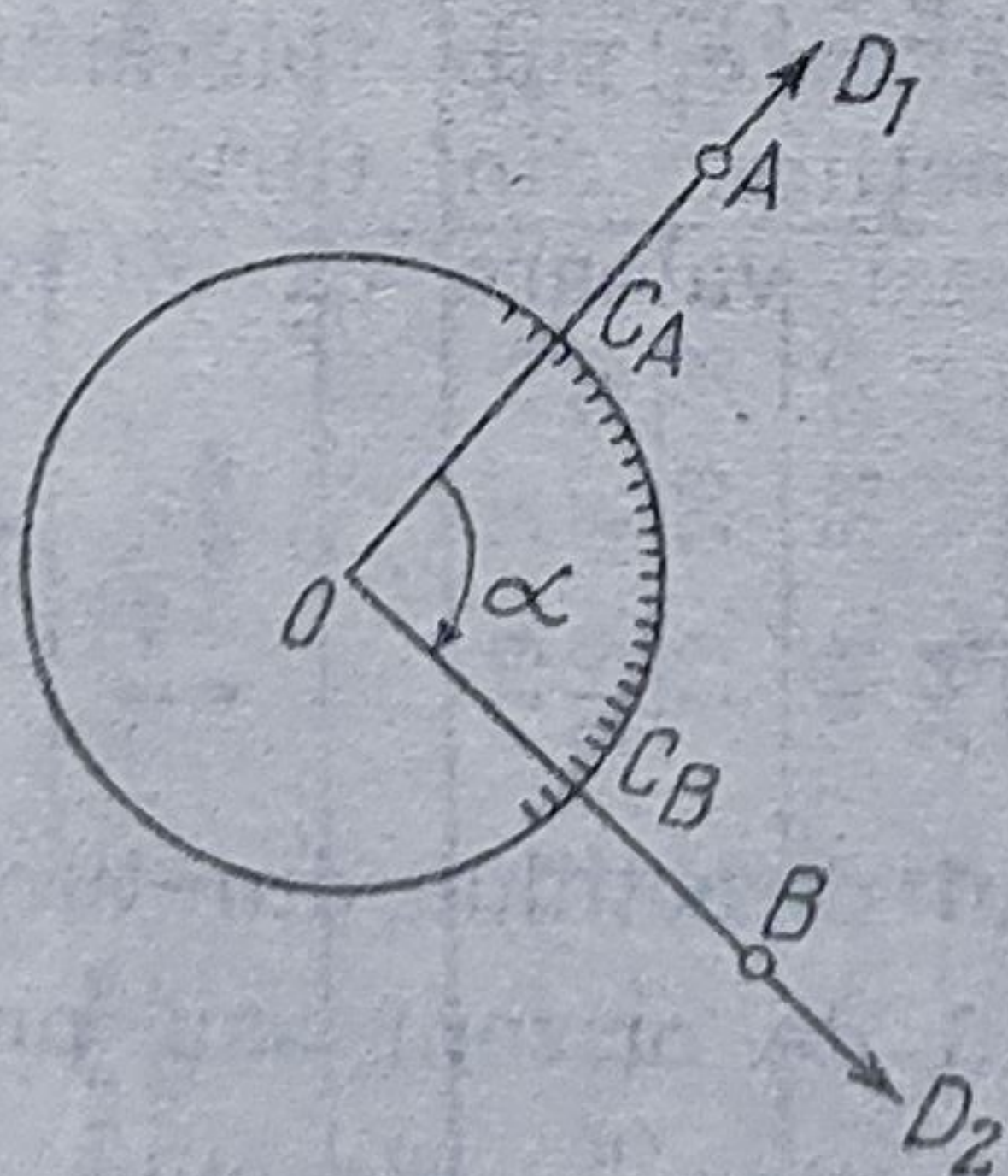


Fig. 117. Măsurarea unui unghi izolat.

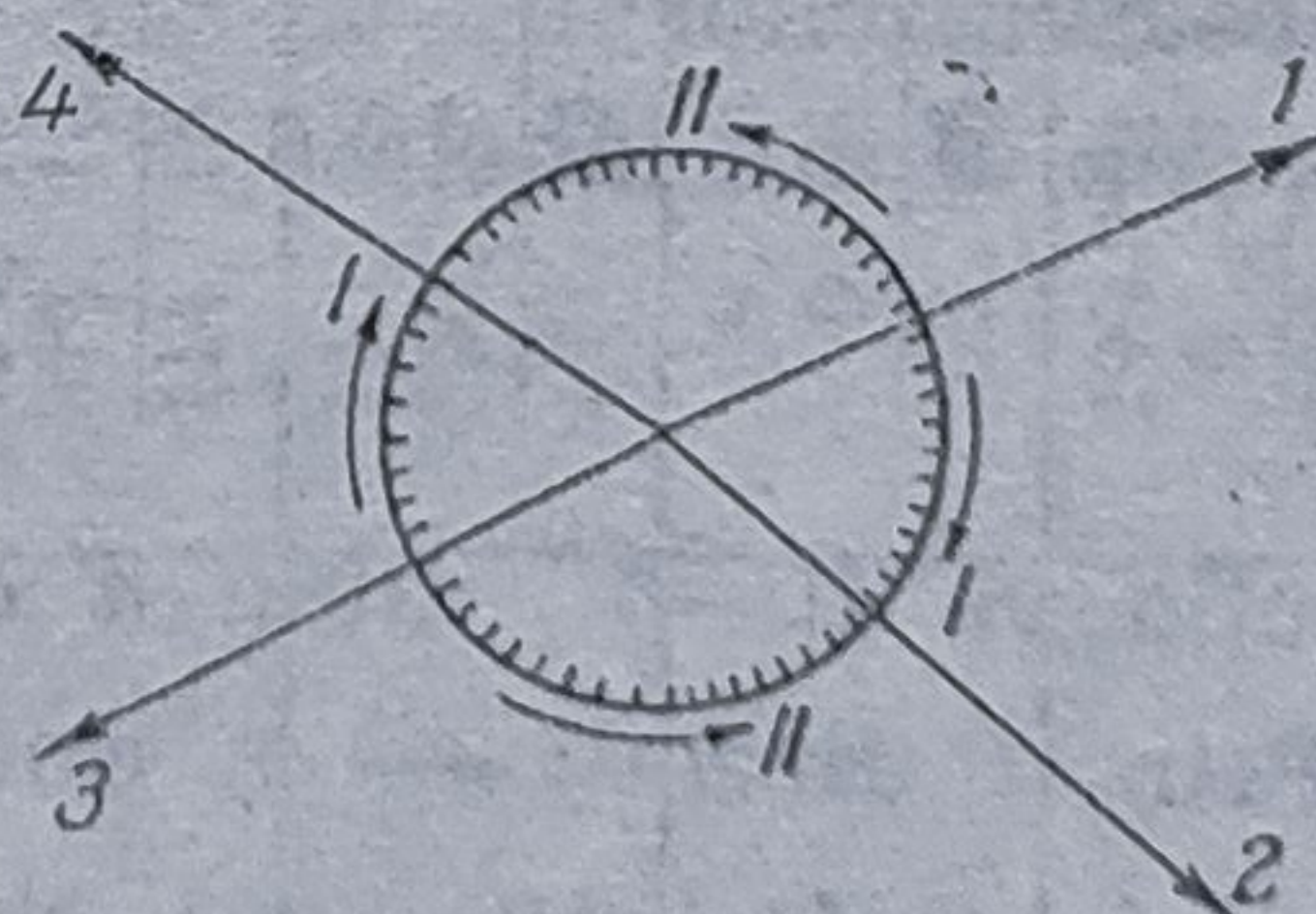


Fig. 118. Măsurarea unghiurilor orizontale prin tur de orizont.



Pentru control și o precizie mai mare, unghiul izolat se măsoară și cu luneta „la stînga” sau în poziția a doua a lunetei, sau cu luneta „peste cap”, poziție care se obține prin răsturnarea lunetei în plan vertical și rotirea ei în planul orizontal cu  $180^\circ$  ( $200''$ ), după care se vizează din nou cele două puncte.

Unghiul  $\alpha$  dintre cele două direcții se obține prin diferența celor două citiri :

$$\alpha = C_B - C_A.$$

Un exemplu se poate urmări în tabelul următor :

Citiri	Poziția I	Poziția a II-a	Media	$\alpha = C_B - C_A$
A	146°75'80''	346°76'00''	146°75'90''	= 34°65'45''
B	181°41'30''	381°41'40''	181°41'35''	

Cînd în jurul unui punct de stație se măsoară mai multe unghiuri, se folosește *turul de orizont* (fig. 118).

Se vizează și se citesc pe rînd direcțiile 1, 2, 3... și se *închide* turul de orizont pe direcția de plecare. Se repetă turul de orizont cu luneta în poziția a II-a.

Citirea finală pe direcția de plecare diferă, de obicei, de citirea inițială ; apare astfel *eroarea unghiulară de închidere*, ca diferență între citirea finală și citirea inițială.

$$e_u = C_f - C_i.$$

Datele obținute în teren se trec în ordine în carnetul de observații (carnetul de teren), ca în tabela 6.

Eroarea unghiulară de închidere, dacă este sub toleranța admisă, se repartizează proporțional tuturor direcțiilor din turul de orizont, în așa fel ca citirea finală să aibă aceeași valoare ca citirea inițială (egalizarea vizărilor).

În exemplul din tabela 6,

$$e_u = 0^\circ 00' 07''.$$

Corecția va fi  $\frac{e_u}{n}$ , unde  $n$  este numărul direcțiilor din turul de orizont. Primei direcții — a doua din turul de orizont sau prima după direcția de referință — i se aplică corecția  $\frac{e_u}{n}$  direcției următoare  $\frac{2 e_u}{n}$ , apoi  $\frac{3 e_u}{n}$  ș.a.m.d., iar ultimei direcții  $\frac{n e_u}{n}$ , adică tocmai eroarea, cu semn schimbat. În felul acesta se realizează egalizarea vizărilor



Turul de orizont și compensarea acestuia

Stația	Puncte vizate	Citiri orizontale		Media citirilor	Tur de orizont compensat	Orientări $\theta_0 = \theta_{SR} - C_{SR}$ $\theta = \theta_0 + C$	Schite și calcule
		poziția I a lunetei	poziția II a lunetei				
1	2	3	4	5	6	7	
S	R	19, 20 16 219, 20 20 <u>19, 20 18</u>	219, 20 20 19, 20 26 <u>219, 20 23</u>	19, 20 18 23 <u>19, 20 20</u>	19, 20 20	39, 17 20	
	1	44, 53 90 244, 53 84 <u>44, 53 87</u>	244, 53 80 44, 53 86 <u>244, 53 83</u>	44, 53 87 83 <u>44, 53 85</u>	44, 53 84	64, 50 84	
	2	96, 42 38 296, 42 42 <u>96, 42 40</u>	296, 42 48 96, 42 42 <u>296, 42 45</u>	96, 42 40 45 <u>96, 42 42</u>	96, 42 40	116, 39 40	
	3	114, 15 96 314, 16 00 <u>114, 15 98</u>	314, 15 90 114, 16 00 <u>314, 15 95</u>	114, 15 98 95 <u>114, 15 96</u>	114, 15 93	134, 12 93	
	4	190, 29 18 390, 29 24 <u>190, 29 21</u>	390, 29 22 190, 29 16 <u>390, 29 19</u>	190, 29 21 19 <u>190, 29 20</u>	190, 29 16	210, 26 16	
	5	209, 86 14 9, 86 20 <u>209, 86 17</u>	9, 86 18 209, 86 24 <u>9, 86 21</u>	209, 86 17 21 <u>209, 86 19</u>	209, 86 14	229, 83 14	$e_u = C_f - C_i$ $e_u = 19, 20 27 - 19, 20 20$
	6	299, 01 06 99, 01 10 <u>299, 01 08</u>	299, 01 07 99, 01 01 <u>299, 01 04</u>	299, 01 08 04 <u>299, 01 06</u>	299, 01 00	318, 98 00	$e_u = 0,0007$ $\theta_0 = \theta_{SR} - C_{SR}$
	R	19, 20 24 219, 20 26 <u>19, 20 25</u>	219, 20 30 19, 20 28 <u>219, 20 29</u>	19, 20 25 29 <u>19, 20 27</u>	19, 20 20	19, 17 20	$\theta_0 = 39, 17 20 - 19, 20 20$ $\theta_0 = 19, 97 00$



sau compensarea turului de orizont. Toleranța la închiderea turului de orizont este  $T = e \sqrt{n}$ , unde  $e$  este eroarea unei singure măsurători iar  $n$  numărul vizărilor.

După obținerea citirilor medii compensate, pentru aflarea unghiului a două direcții consecutive din turul de orizont, se face diferența între vizarea din dreapta și cea din stânga (privind din punctul de stație).

*Exemplu.* Se cere unghiul dintre direcțiile S-3 și S-4 și unghiul S-4, S-5; vom avea :

$$\begin{array}{rcl} & 210,2616 & 229,8314 \\ & \underline{134,1293} & \underline{210,2616} \\ \text{S-3, S-4} & = 76,1323 & \text{S-4, S-5} = 19,5698. \end{array}$$

În cazul că aparatul dispune de mișcare generală (neînregistratoare), după ce se fixează diviziunea zero pe aparat și se vizează pe rând cele două direcții, citirea pe direcția a doua ne va da direct valoarea unghiului dintre cele două direcții.

*Exemplu.* Stația S. Puncte vizate în teren A și B :

$$C_A = 0^g 00^c 00^{cc}$$

$$C_B = 48^g 18^c 76^{cc}$$

$$\alpha = 48^g 18^c 76^{cc}$$

Cînd la măsurarea unghiurilor orizontale se cere o precizie mai mare, acestea se măsoară de mai multe ori, folosind *metoda reiterației* și *metoda repetiției*.

**Reiterația** constă în vizarea, cu origini diferite ale limbului, asupra direcțiilor din turul de orizont. Intervalul dintre două reiterații nu se ia întîmplător, ci se calculează în funcție de numărul microscopelor aparatului și de cel al reiterațiilor. Astfel, la un aparat cu  $m$  microscopie, cînd vrem să efectuăm un tur de orizont cu  $r$  reiterații, originile vor fi :

$400 \frac{1}{m \cdot r}$ . Dacă  $m=2$  și  $r=4$ , atunci  $\frac{400}{2 \cdot 4} = 50^g$ , adică originile vor fi  $0^g$ ,  $50^g$ ,  $100^g$  și  $150^g$  (fig. 119).

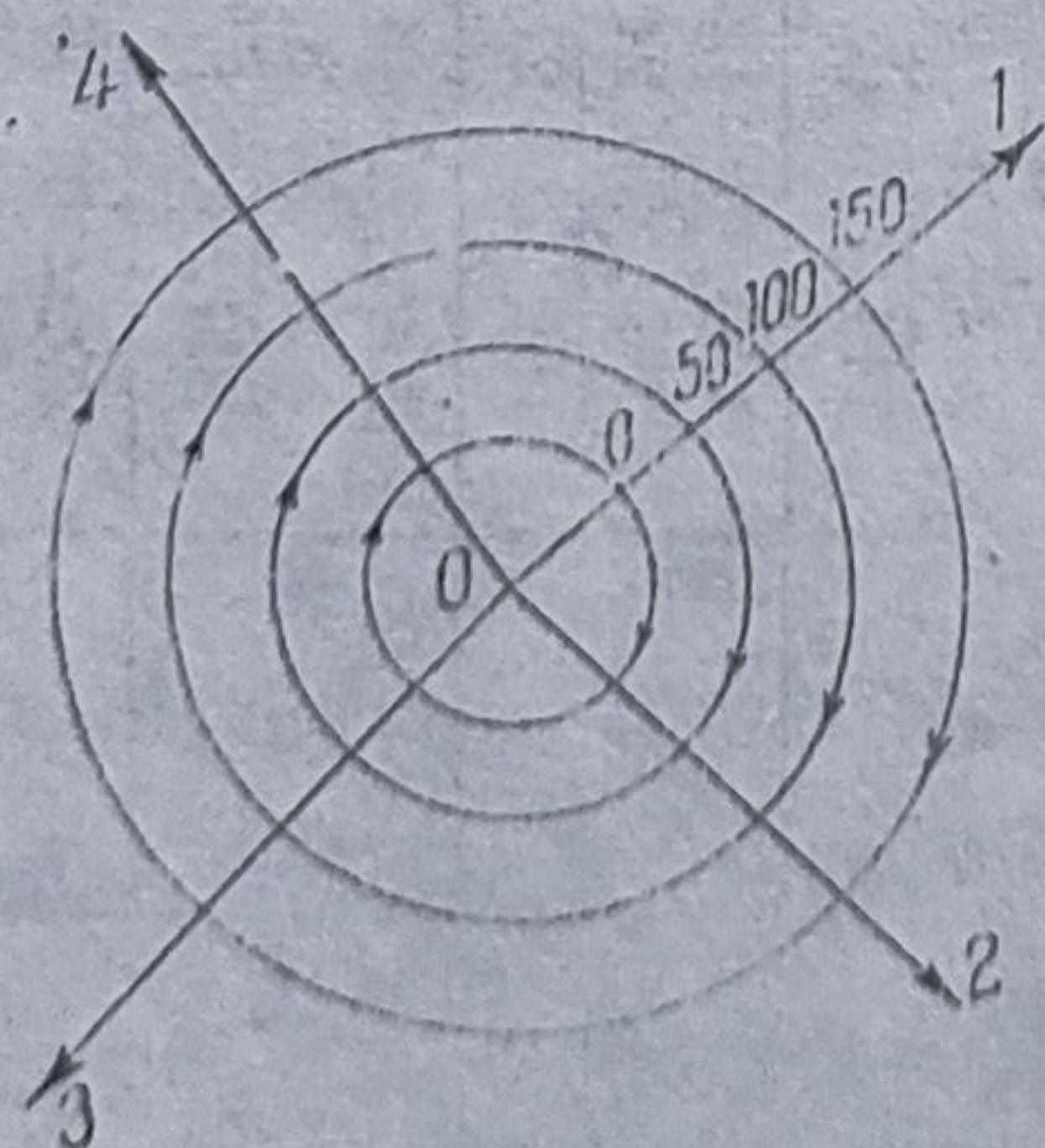


Fig 119. Reiterația.



Deoarece măsurarea unghiurilor se face cu luneta în două poziții și cu citiri la două microscopie, turul de orizont se execută cu o reiterație  $\left(\frac{400}{2.1}\right) = 200^g$  ceea ce este suficient în lucrările de topografie.

Cînd aplicăm reiterația la turul de orizont, înainte de a efectua mediile generale se face închiderea și apoi compensarea fiecărui tur de orizont. După compensare se iau valorile fiecărui unghi rezultat din reiterații. Se face apoi media reiterațiilor și se obține valoarea unghiului. Aparatele cu care se execută turul de orizont cu reiterații trebuie să dispună de mișcare generală (neînregistratoare).

**Repetiția** se utilizează la măsurarea unghiurilor izolate (astăzi destul de rar).

Avînd unghiul  $ASB$  (fig. 120), se vizează  $A$  și se obține  $C_A$ ; cu ajutorul mișcării particulare (înregistratoare) se vizează punctul  $B$  și se obține  $C_B$ .

Fixînd mișcarea particulară, se vizează punctul  $A$ , utilizînd mișcarea generală, fără să se citească; se fixează din nou mișcarea generală și se vizează înregistrator punctul  $B$ .

Astfel, valoarea unghiului  $ASB$  se cumulează de două ori în aparat. Operația se repetă în același mod pînă se obține precizia cerută. Ea se încheie prin  $n$  vizări pe punctul  $B$ , și printr-o citire  $C_B$ :

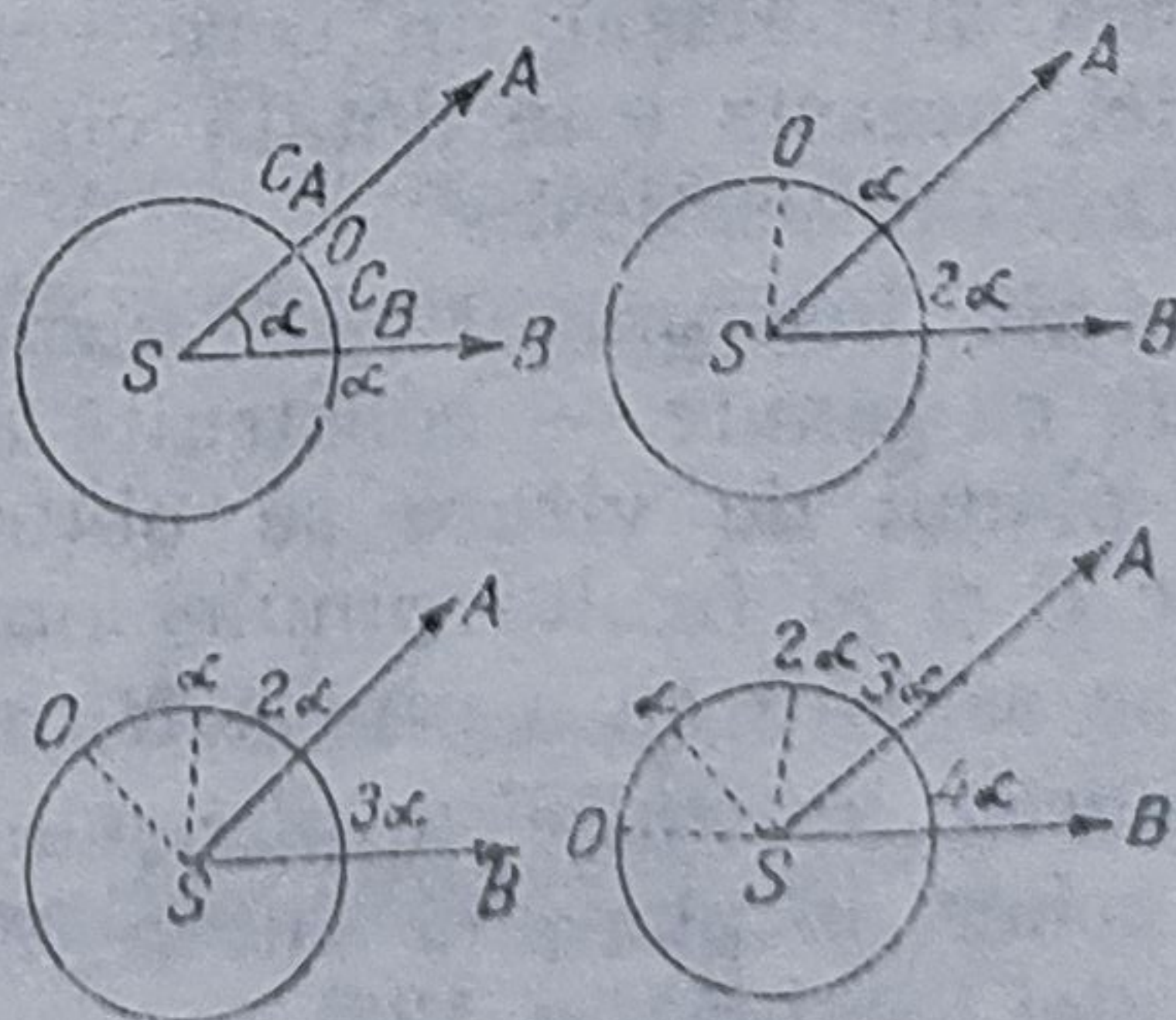
$$\sphericalangle ASB = \frac{(C_B - C_A) + \text{multiplu de } 400^g}{n}$$

Erorile care intervin la măsurarea unghiurilor sînt: eroarea de centrare a aparatului în stație ( $e_c$ ), eroarea de centrare a semnalelor ( $e_s$ ), eroarea de punctare ( $e_p$ ), eroarea de citire a gradațiilor ( $e_g$ ), eroarea de divizare a limbului ( $e_d$ ).

Dacă nu ținem cont de erorile de construcție și de reglaj ale teodolitului, eroarea unei vizări ( $E_1$ ) va fi:

$$E_1 = \pm \sqrt{e_c^2 + e_s^2 + e_p^2 + e_g^2 + e_d^2}$$

Fig. 120. Repetiția.





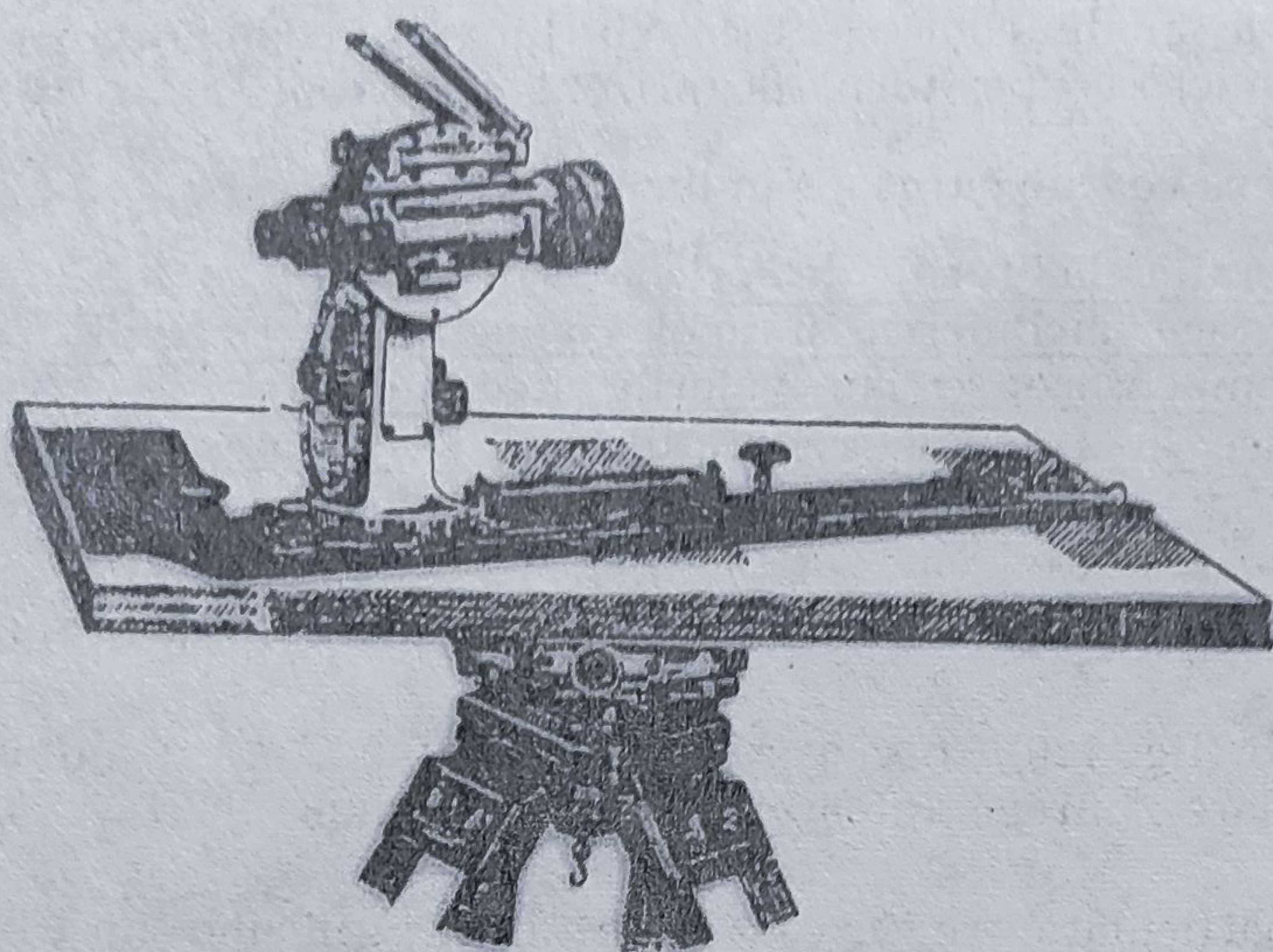


Fig. 121. Planșeta și alidada cu lunetă.

În cazul metodei reiterației, cu luneta în două poziții, când se repetă de  $n$  ori numărul măsurărilor și considerând nule erorile  $e_o$  și  $e_s$  (erorile de centrare a aparatului și semnalului), avem :

$$E_r = \pm \sqrt{\frac{e_p^2 + e_g^2 + e_d^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{1}{n}(e_p^2 + e_g^2 + e_d^2)}.$$

Goniografele, formate dintr-o planșetă cu trepied și un instrument de vizare (fig. 121), sînt instrumente care redau grafic, prin vizare asupra a două sau mai multe puncte din teren, unghiurile orizontale într-un punct de stație  $S$ , raportat pe planșetă.

Planșeta propriu-zisă este o măsuță de lemn fixată cu ajutorul unui suport de metal la un trepied ; instrumentul de vizare poate fi o alidadă (o riglă metalică) la care este atașată o lunetă. Alidada, dacă dispune de fire reticulare stadimetrice, se numește *alidadă-stadimetru*, iar dacă are atașat un cerc vertical, *alidadă-eclimetru*. Pentru calarea alidadei, aceasta este dotată cu două nivele, una atașată riglei, iar cealaltă cercului vertical.

Un alt instrument de vizare la planșetă este alidada simplă — *alidada cu pinule* — construită din lemn sau metal inoxidabil (fig. 122), unde planul de vizare se obține prin intermediul ferestruicii pinulei ocular  $P$  și al firului pinulei obiectiv  $P'$ . Orizontalitatea alidadei cu pinule se asigură cu o nivelă  $N$ , montată la corpul ei orizontal.

Punerea în stație a planșetei — centrajul — se face cu ajutorul unui echer de planșetă sau compas de stație, care permite determinarea verticalei locului (fig. 123).



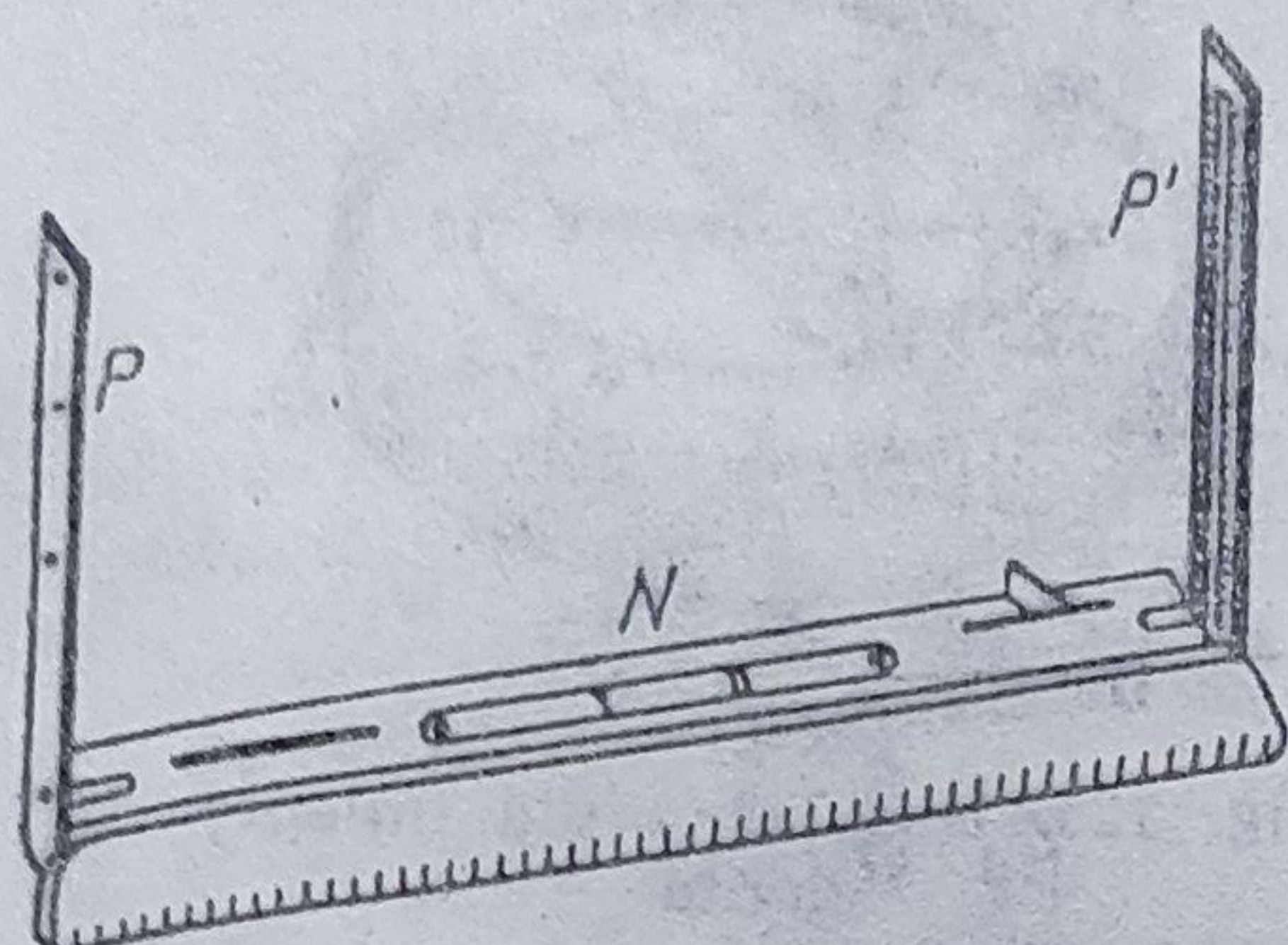


Fig. 122. Alidada cu pinule.

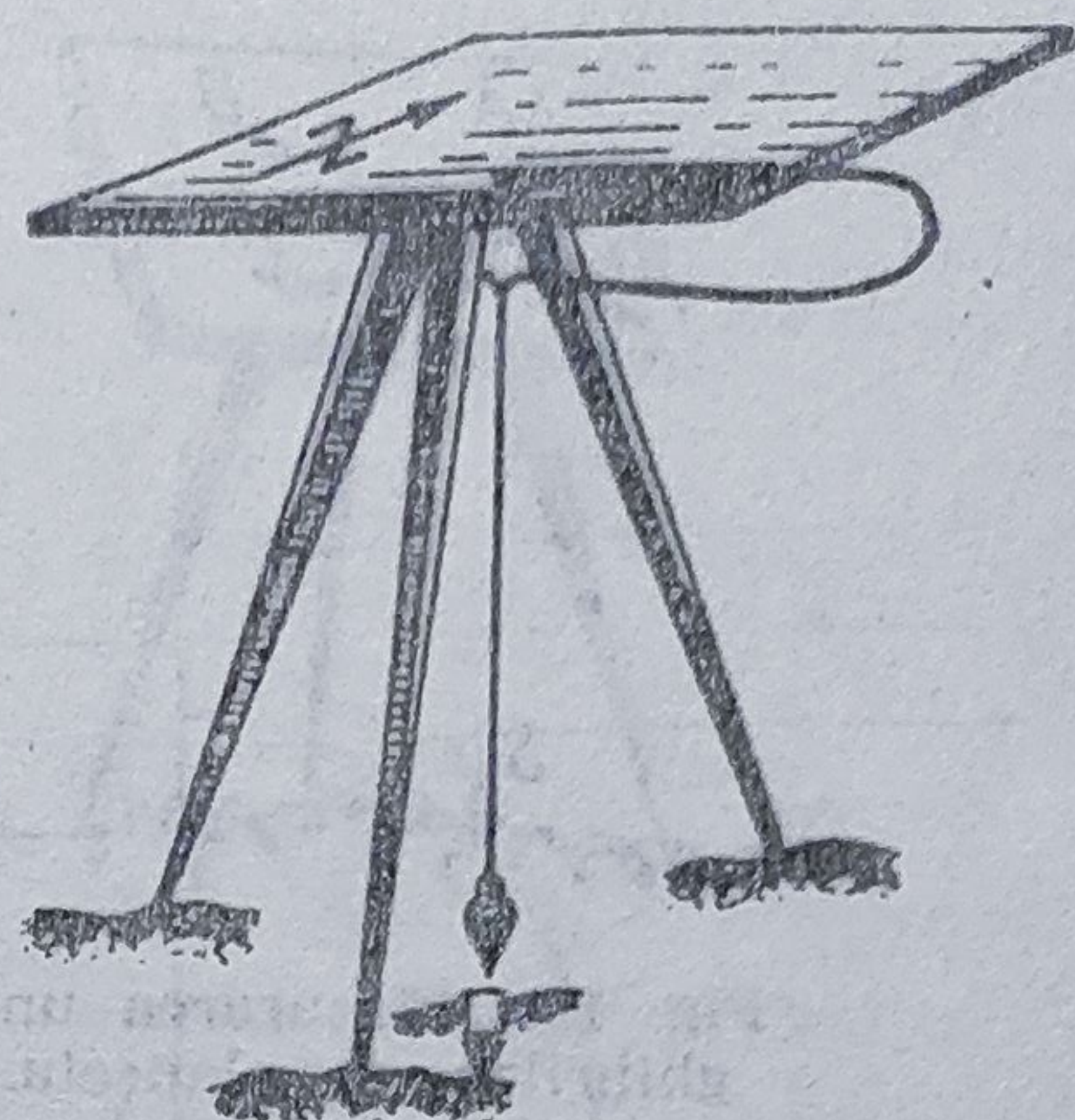


Fig. 123. Centrarea planșetei.

Calarea planșetei se face cu nivela independentă în același mod ca la teodolite (se utilizează două planuri de calare).

Pentru orientarea planșetei se utilizează instrumentul numit *declinator* (fig. 124), format dintr-un ac amagnetic introdus într-o cutie paralelipedică de lemn sau metal amagnetic. Acul oscilează în dreptul unui limb care nu cuprinde decât câteva grade, de o parte și de alta față de linia de credință a declinatorului, materializată prin diviziunile zero, la cele două capete.

**Măsurarea unghiurilor cu planșeta.** Se materializează pe planșetă, printr-un ac cu gămălie, punctul de stație  $s$ ; se așază alidada cu linia de credință peste acest punct și se vizează punctul  $A$  din teren, trăsând vizarea de-a lungul alidadei. Se rotește apoi alidada în jurul punctului  $s$  și se vizează punctul  $B$ ; se trasează vizarea. Pe planșetă apare astfel grafic unghiul  $AsB$  care se măsoară cu raportorul (fig. 125).

În cazul mai multor direcții în jurul stației, se efectuează un tur de orizont, prin vizarea succesivă a tuturor punctelor ( $C, D$ ).

În timpul operațiilor de măsurare, planșeta trebuie să rămână fixă; se va evita deplasarea măsuței, utilizarea acesteia ca masă de scris, lovirea picioarelor trepiedului etc.

Fig. 124. Declinatorul.





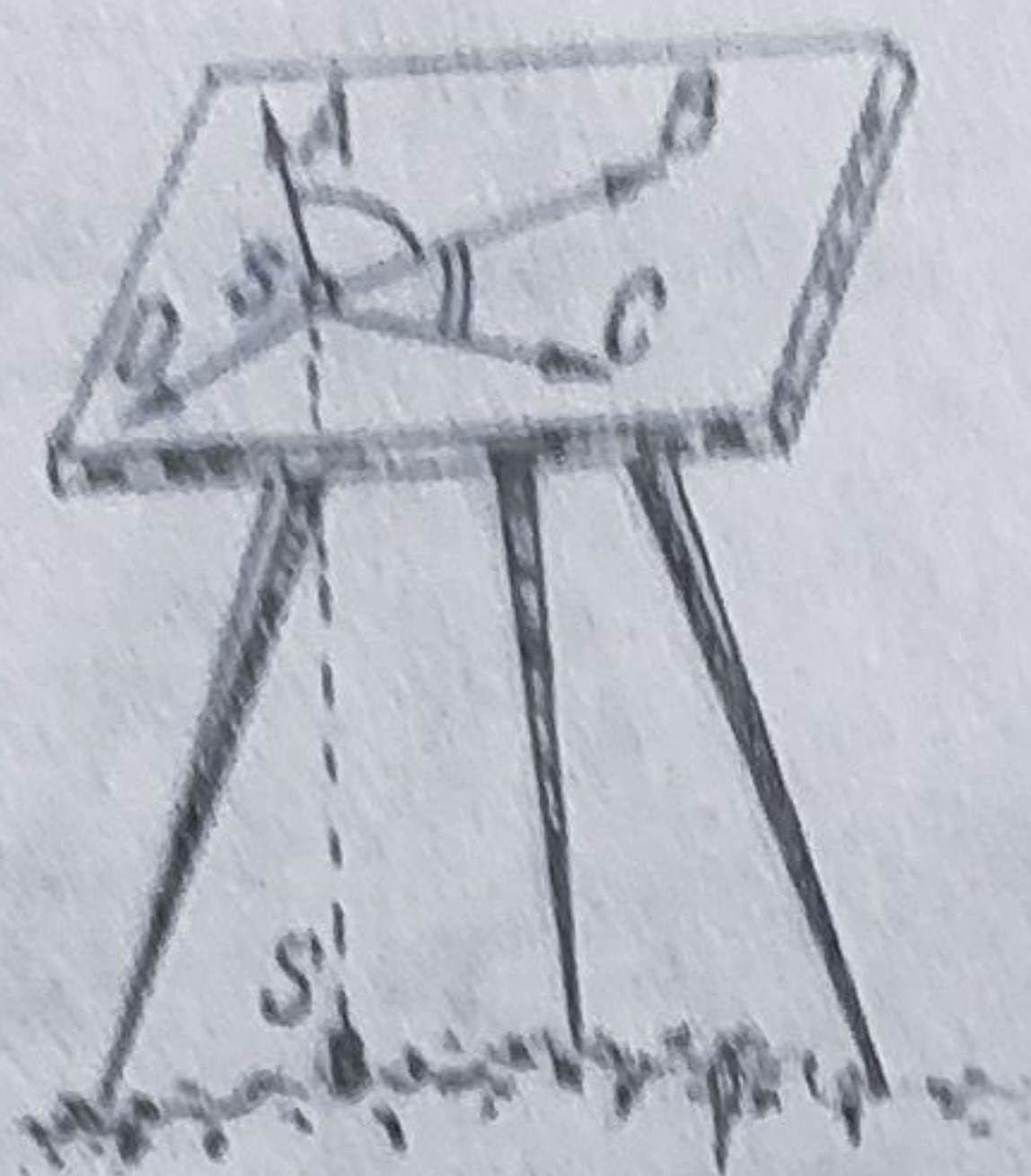


Fig. 125. Măsurarea unghiurilor cu planșeta.

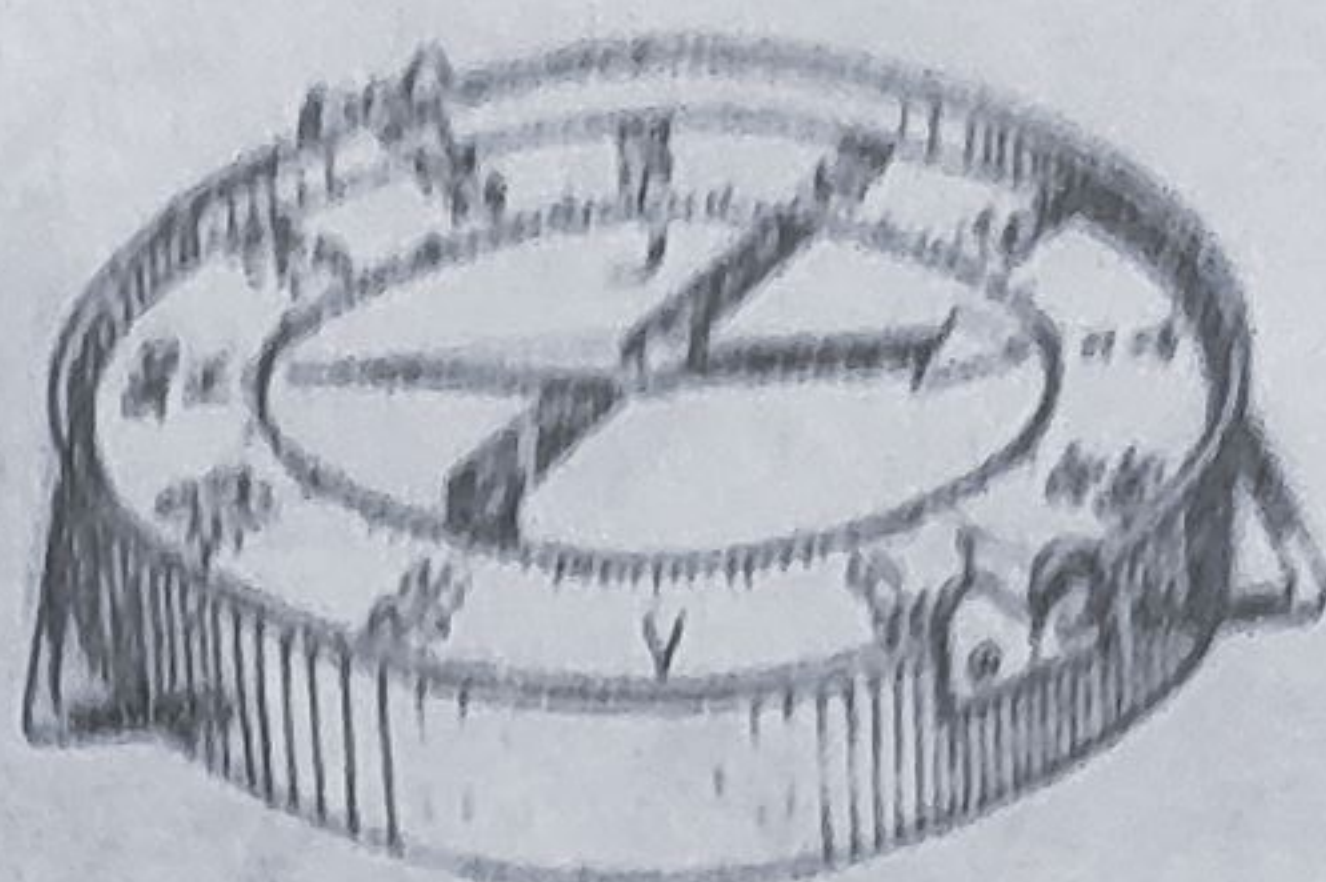


Fig. 126. Busola simplă independentă.

3) **Busolele** sînt instrumente care permit măsurarea unghiurilor față de direcția nordului magnetic, indicată de vârful acului. Unghiurile măsurate sînt azimutele magnetice ale direcțiilor din teren. Corectate cu unghiul de declinație magnetică ( $\delta$ ) și unghiul de convergență a meridianelor ( $c$ ), azimutele magnetice pot fi transformate în azimute geografice ( $\theta_g$ ) sau orientări ( $\theta$ ) (III, 6).

Busolele pot fi utilizate independent sau atașate aparatelor topografice (busolele topografice).

*Busola simplă independentă*, de diferite tipuri (fig. 126 și 127), se folosește în ridicările de perpendiculare și la ridicările expeditivă și de recunoaștere. Ea este alcătuită dintr-un ac magnetic oscilant în jurul unui pivot și o cutie metalică antimagnetică, cu un limb gradat sexagesimal, centezimal sau în miimi.

Sistemul de vizare la busola simplă este alcătuit din vîrf sau cătare și creștătură (ca la armele de vînătoare), sau din două fante, în capacul busolei, care permit luarea liniei de vizare.

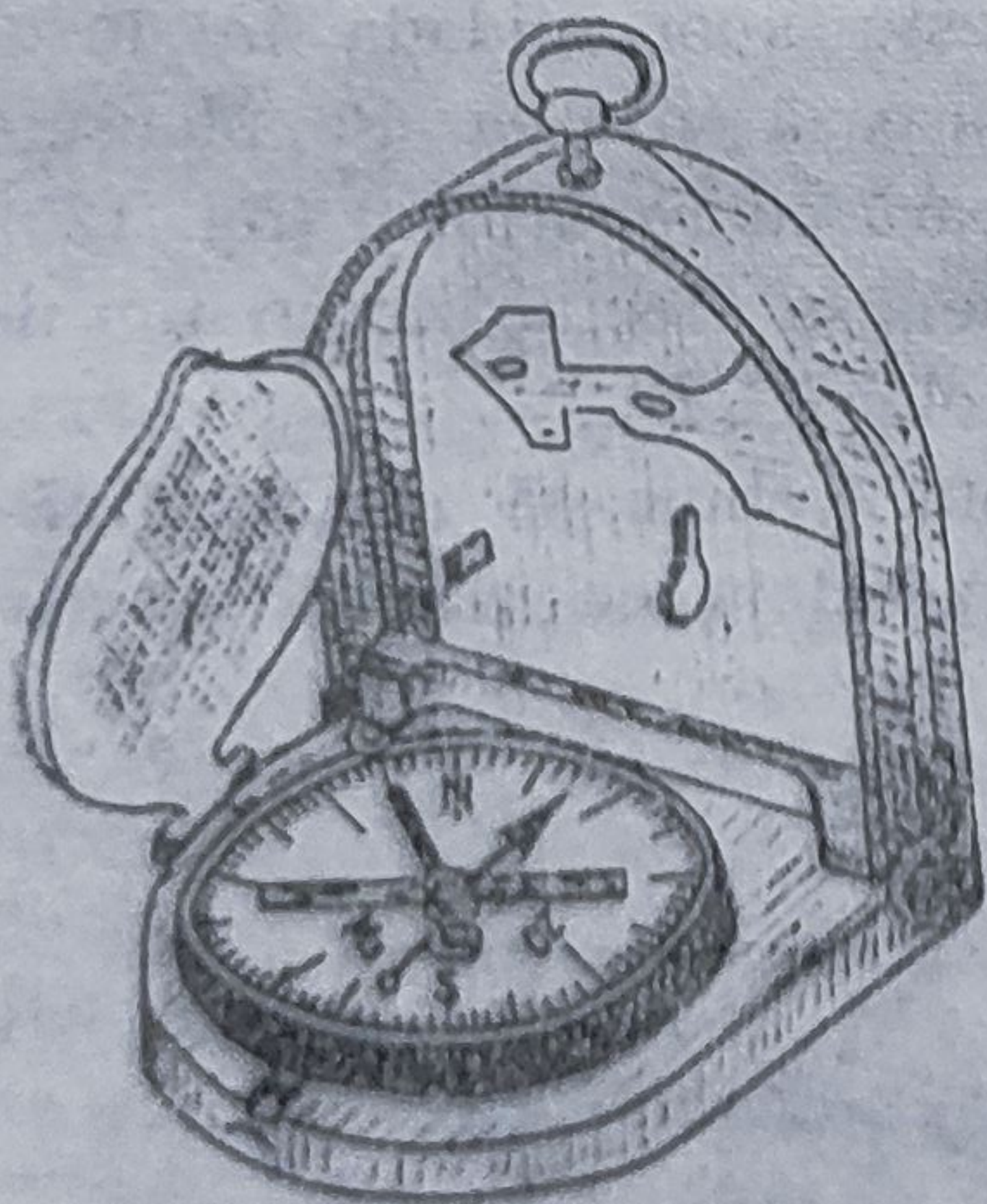


Fig. 127. Busola simplă Bézard.

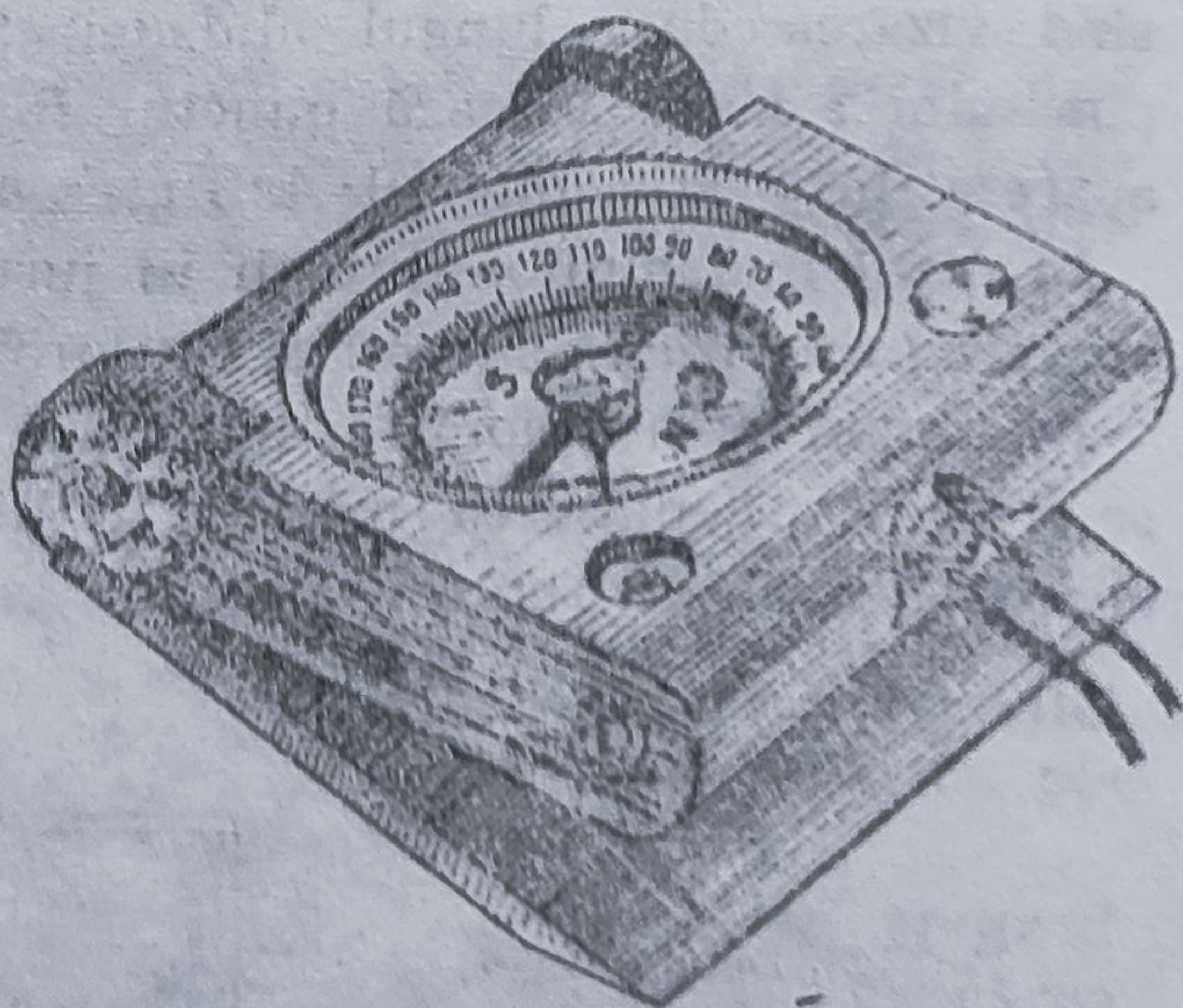


Fig. 128. Busola geologică.



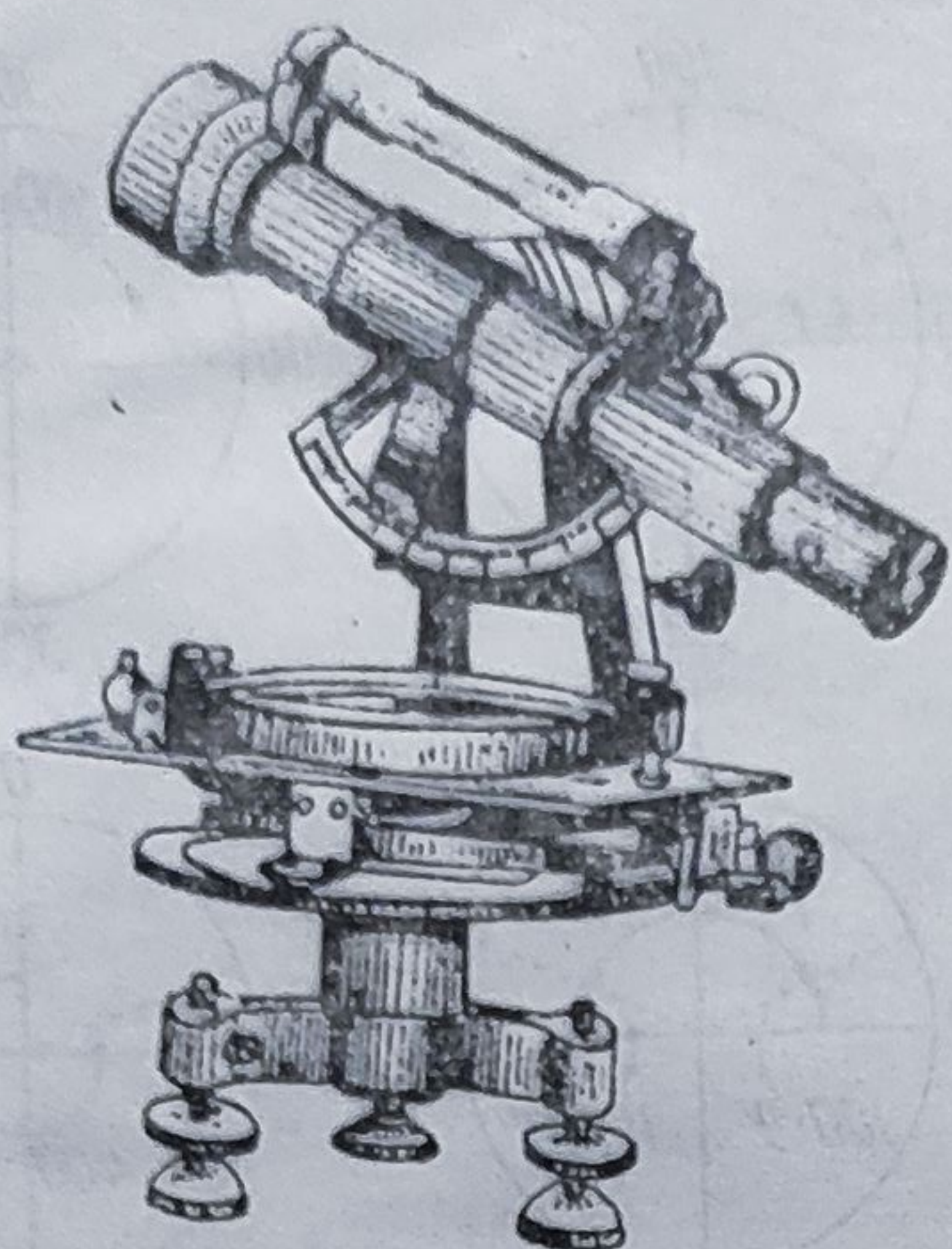


Fig. 129. Busola topografică.

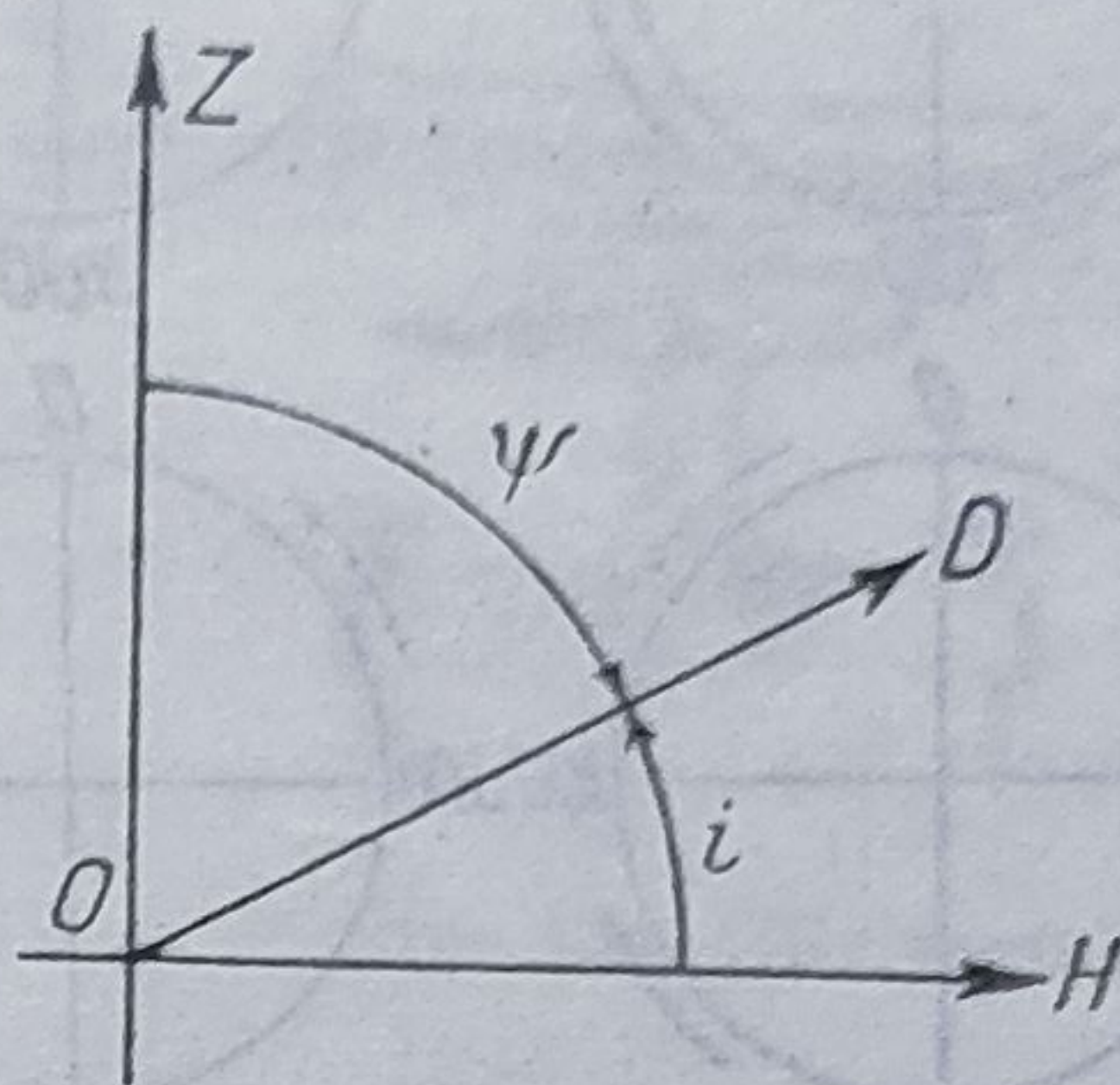


Fig. 130. Măsurarea unghiurilor verticale.

Unghiul a două direcții din teren se stabilește prin diferența dintre azimutele magnetice ale celor două direcții. Unele busole (geologice) dispun și de un clinometru, care permite măsurarea unghiurilor verticale (fig. 128)

Busola topografică are aspectul unui teodolit la care cercul orizontal (limbul și cercul alidadă) este înlocuit cu cadrul circular al unei busole (fig. 129). Punerea în stație, calarea și vizarea se fac ca și la celelalte teodolite.

Aparatele moderne cu busolă, teodolitele busolă (exemplu Wild T<sub>0</sub>), care dispun și de limb, prin fixarea acului magnetic pot fi utilizate ca teodolitele obișnuite.

b. **Măsurarea unghiurilor verticale.** Unghiurile verticale se măsoară cu ajutorul cercurilor verticale ale teodolitelor (eclimetrele), cu eclimetrele simple (clinometrele) sau cu instrumentele care dau direct panta terenului (clizimetrele).

**Eclimetrele.** Un unghi vertical se poate măsura plecând fie de la planul orizontal al locului  $OH$  și atunci se obțin *unghiuri de înclinare* ( $i$ ) fie de la planul vertical  $OZ$  (zenit), când se obțin *unghiuri zenitale* ( $\psi$ ) (fig. 130).

La teodolite, originea gradațiilor pe eclimetre poate fi în plan orizontal, când se măsoară direct unghiurile de înclinare, sau în plan vertical pentru obținerea directă a unghiurilor zenitale (fig. 131).

Pe de altă parte, gradațiile pot fi numerotate continuu ( $0-400^\circ$ ) sau discontinuu ( $0^\circ-100^\circ-0^\circ$ ). În figura 132 se dau exemple de citiri pe cercurile verticale.

Pentru a obține o precizie mai mare și pentru înlăturarea erorilor de construcție, de divizare a cercului vertical, de vizare și de citire, măsurarea se face prin dubla citire a unui unghi, în două poziții, „la dreapta



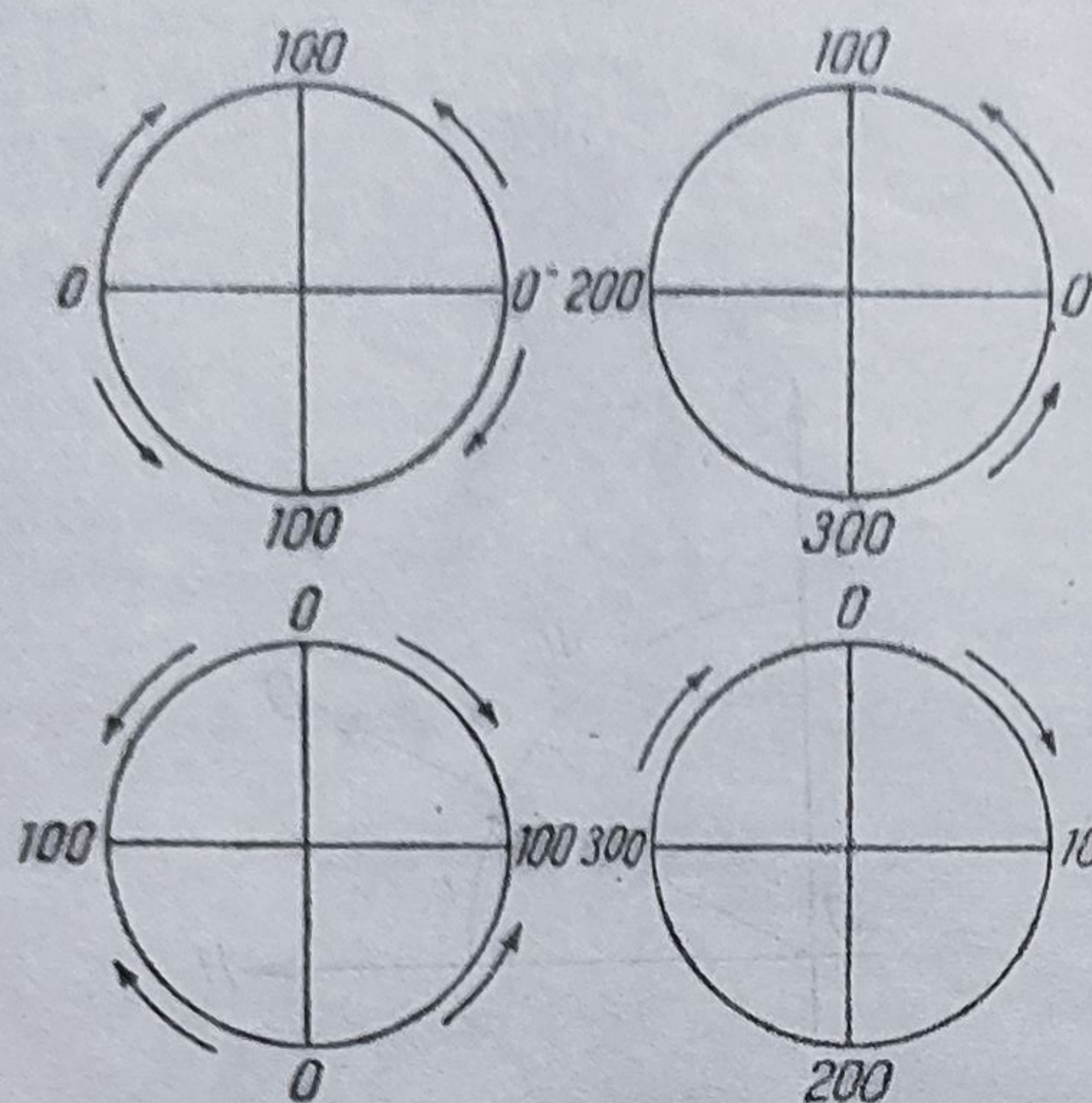


Fig. 131. Gradațiile eclimetrului.

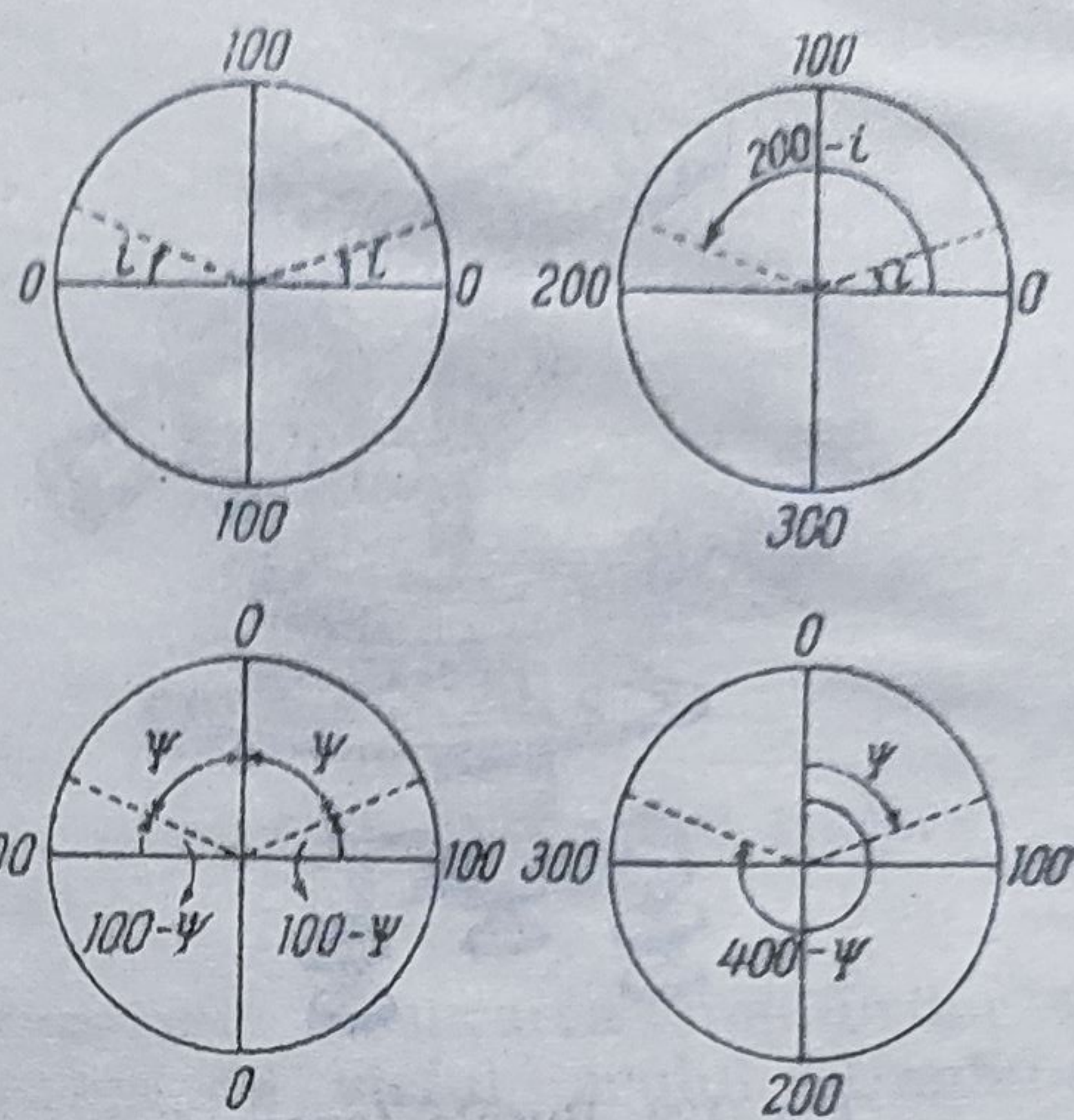


Fig. 132. Citirea pe cercurile verticale.

și la stînga", considerînd, prin construcția aparatului, că cercul vertical se află în stînga lunetei, iar prin răsturnarea lunetei și rotirea cu  $200^\circ$  trece în dreapta acesteia.

Unghiul vertical ( $\alpha$ ) citit pe aparat este egal cu unghiul de înclinare a terenului ( $i$ ) dacă se vizează pe o stadie la o înălțime egală cu înălțimea ( $a=s$ ) (fig. 133).

**Clinometrele** sînt eclimetre simple, cu care se măsoară unghiurile de înclinare în operațiile expeditivă (apar atașate și la busolele geologice). Sînt formate dintr-un semicerc de lemn, divizat în grade, cu indexul  $0^\circ$  la mijlocul semicercului (fig. 134), fiind susținute de un picior. (Se pot ține și în mînă.)

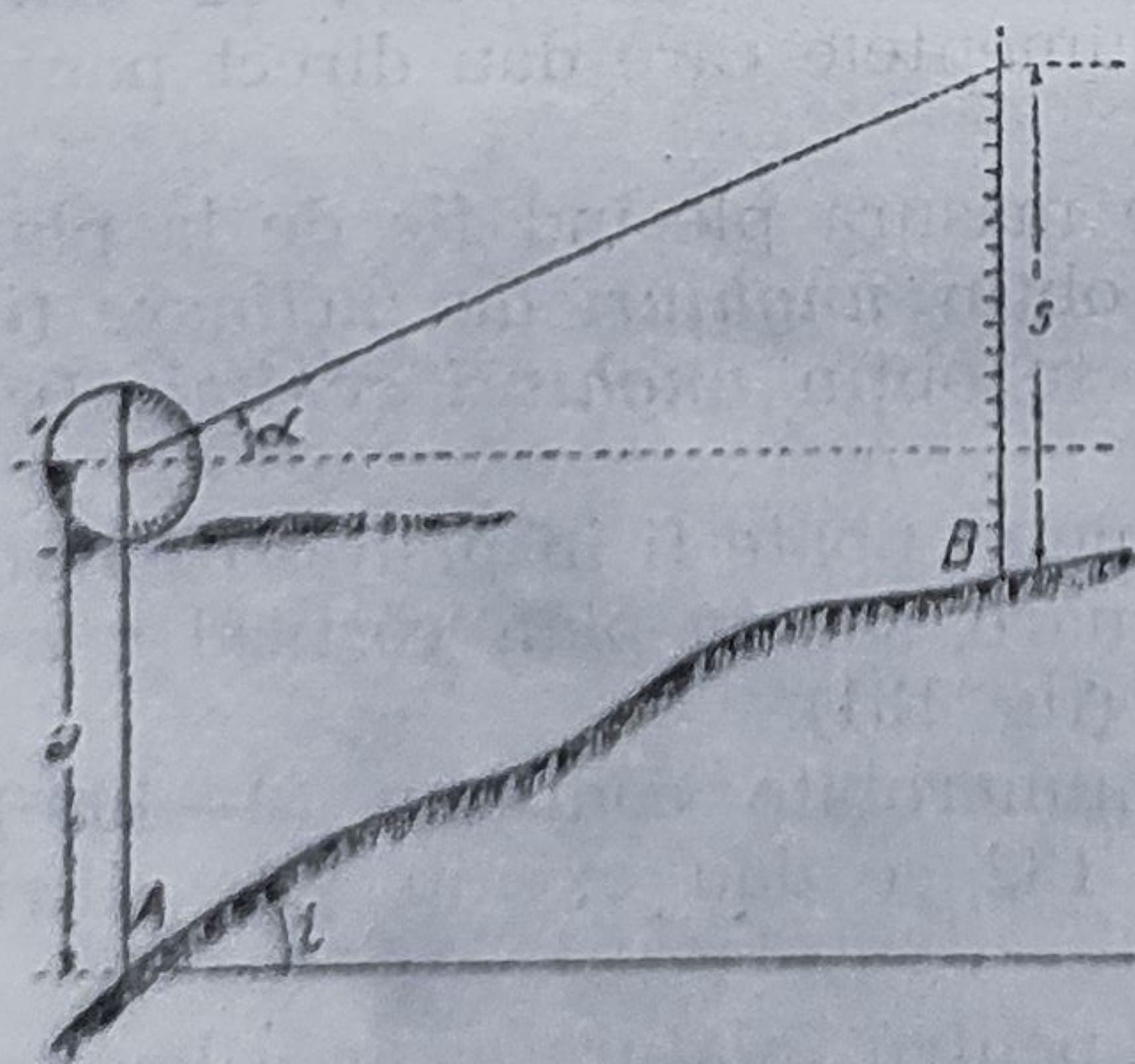
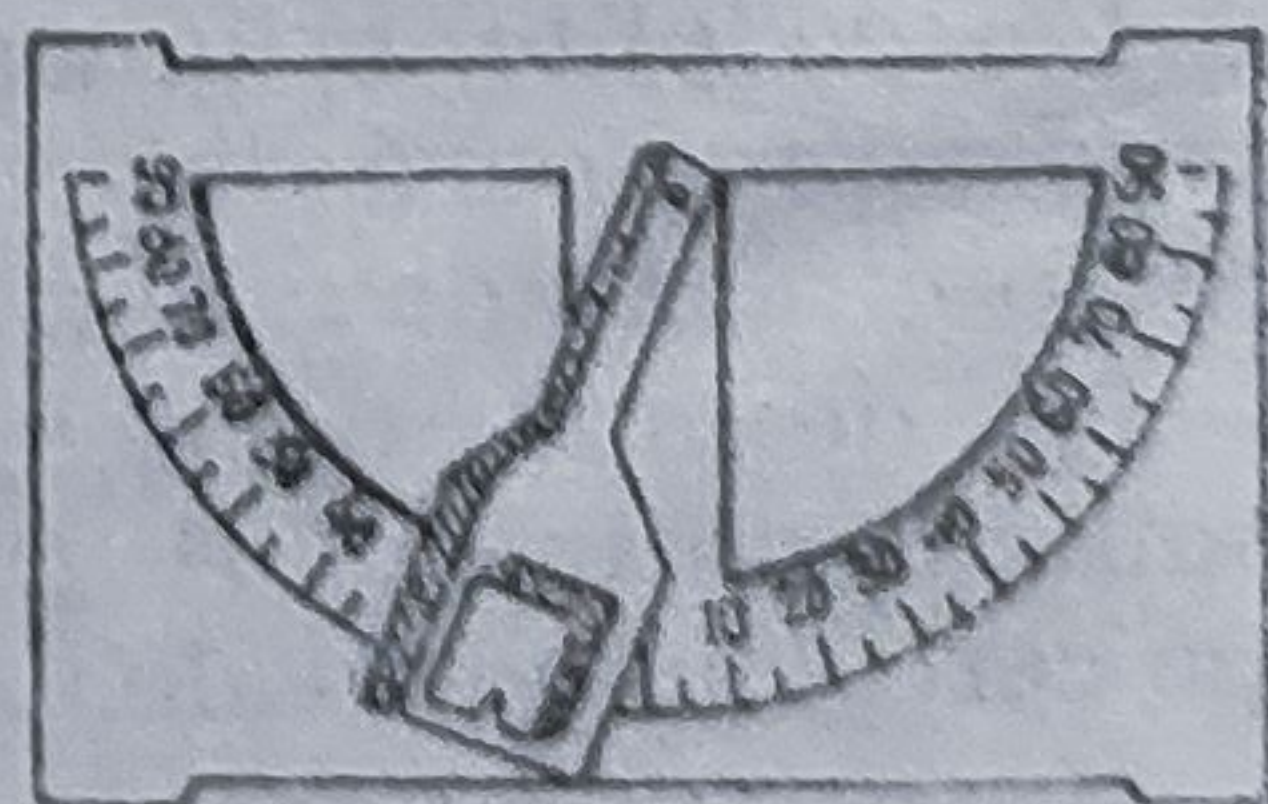
Fig. 133. Măsurarea unghiurilor verticale, cînd  $a=s$ .

Fig. 134. Clinometrul.



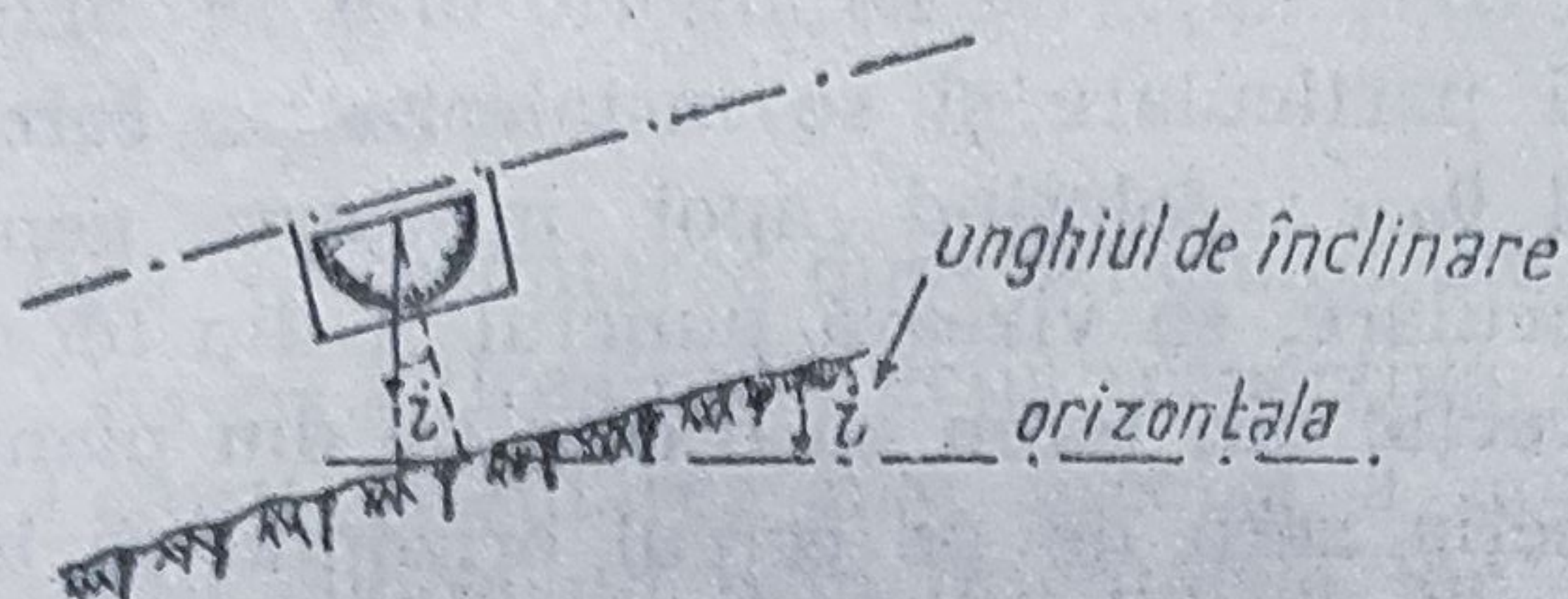


Fig. 135. Măsurarea unghiurilor verticale cu clinometrul.

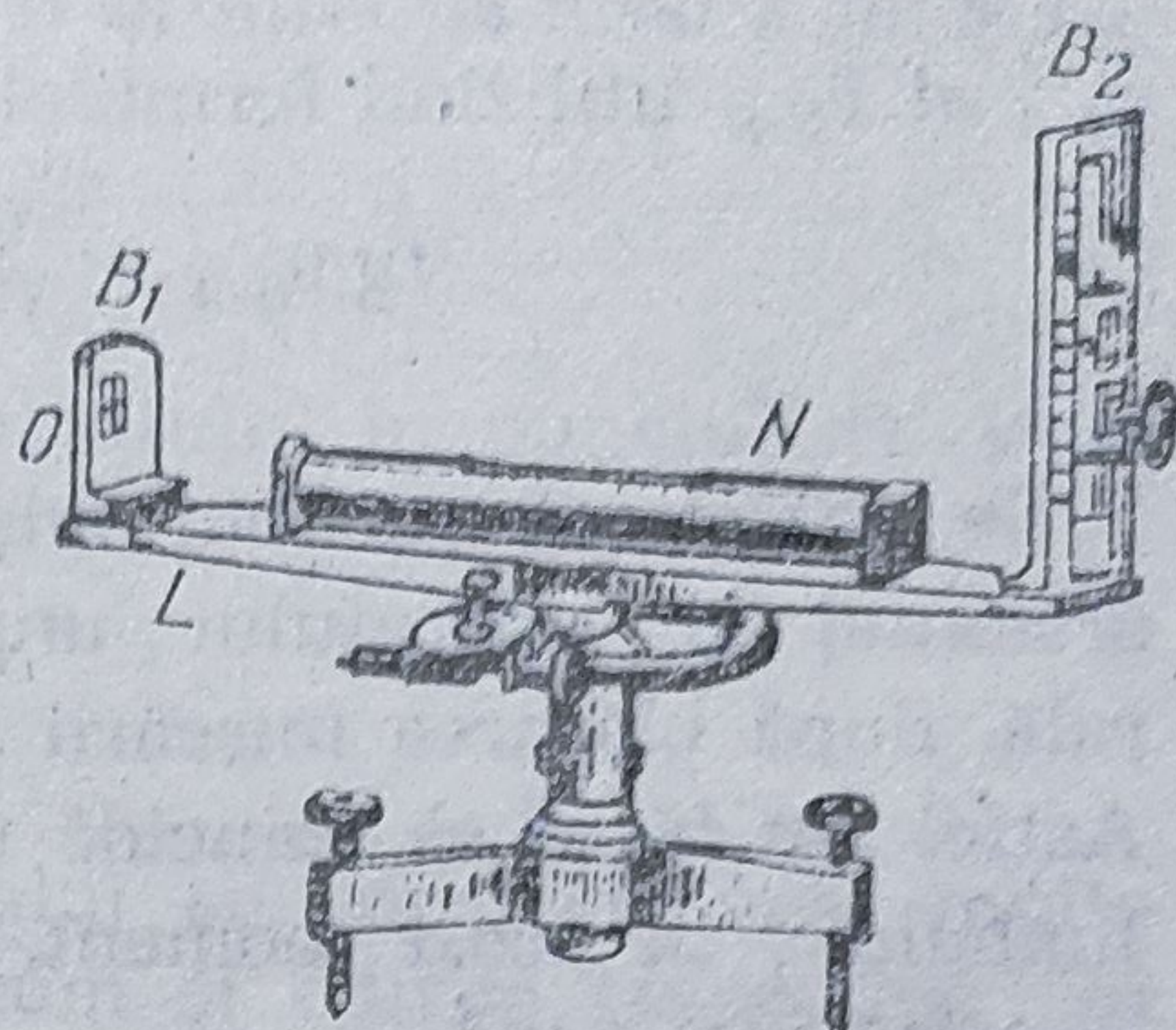


Fig. 136. Clizimetrul.

Pentru determinarea unghiului vertical, se îndreaptă clinometrul cu diametrul paralel cu linia de teren și se vizează la înălțimea instrumentului (sau a operatorului, dacă eclimetrul se ține în mână) (fig. 135).

*Clizimetrele* dau direct tangenta unghiului de înclinare, respectiv panta terenului.

Un clizimetru se compune dintr-o riglă orizontală  $L$  cu două brațe la cele două extremități, perpendiculare pe riglă ( $B_1$  și  $B_2$ ), ca la alidada cu pinule ; de asemenea, dispune de o nivelă  $N$  (fig. 136).

Pinula ocular este fixă, în timp ce pinula obiectiv, formată dintr-o fereastră cu două fire reticulare perpendiculare unul pe celălalt, se poate deplasa în sens vertical.

Valoarea pantei se citește în  $\text{cm/m}$  sau în  $\text{mm/m}$ , la gradațiile marcate pe una din laturile verticale ale ferestrei din brațul  $B_2$ .

### § 3. Orientarea aparatelor topografice

**a. Orientarea teodolitelor.** Un teodolit este orientat când citirile pe diferite direcții din jurul stației sînt egale cu orientările topografice (azimutele) ce trec prin stație și punctele ce definesc direcțiile considerate ; în acest caz, direcția 0 (zero) în coincidență (limb și vernier) corespunde cu direcția nordului (magnetic, geografic).

Teodolitele se pot orienta în stație pe puncte cunoscute sau pe direcții cunoscute.

Aparatele moderne, care dispun și de mișcarea generală (neînregistratoare), se orientează astfel :

*Pe puncte cunoscute* atunci cînd se dau coordonatele punctului de stație și coordonatele a cel puțin două puncte.



Fie  $S (X_S, Y_S)$ ,  $A (X_A, Y_A)$  și  $B (X_B, Y_B)$ . Se calculează orientările  $\theta_{S-A}$  și  $\theta_{S-B}$  utilizând formulele :

$$\lg \theta_{S-A} = \frac{X_A - X_S}{Y_A - Y_S} \text{ și } \lg \theta_{S-B} = \frac{X_B - X_S}{Y_B - Y_S}$$

Se eliberează șurubul mișcării particulare și se instalează pe cercul orizontal al aparatului unghiul  $\theta_{S-A}$  ; folosind apoi mișcarea generală, după blocarea mișcării particulare, se vizează punctul  $A$  din teren. Astfel am făcut să coincidă o direcție din teren cu o direcție din planul limbului ; în acest moment, direcția zero de pe cercul orizontal se îndreaptă spre nord.

Se fixează mișcarea generală și se eliberează mișcarea particulară, vizând apoi punctul  $B$  din teren. Citirea efectuată pe cercul orizontal trebuie să fie egală cu orientarea calculată  $\theta_{S-B}$  (a doua direcție este utilizată pentru verificare). În figura 137,  $\theta_{S-A} = 114^\circ 30'$  și  $\theta_{S-B} = 235^\circ 00'$ .

Pe direcții cunoscute (se dau direct orientările a una sau două direcții,  $\theta_1$  și  $\theta_2$ ).

În acest caz, se procedează în mod analog, orientările direcțiilor fiind deja calculate sau măsurate.

Spre deosebire de primul caz, aparatul se poate instala și într-un punct necunoscut, cu condiția ca să se afle pe direcția cunoscută prin orientarea ei.

Unele aparate de tip mai vechi (Süss, Starke etc.) nu dispun de mișcare generală ; la acestea, limbul este fix, în jurul lui deplasându-se concentric și tangent cercul alidadă cu vernierele.

Pentru a orienta un astfel de aparat (pe puncte sau direcții cunoscute), este necesar să se determine unghiul cu care este dezorientat aparatul,

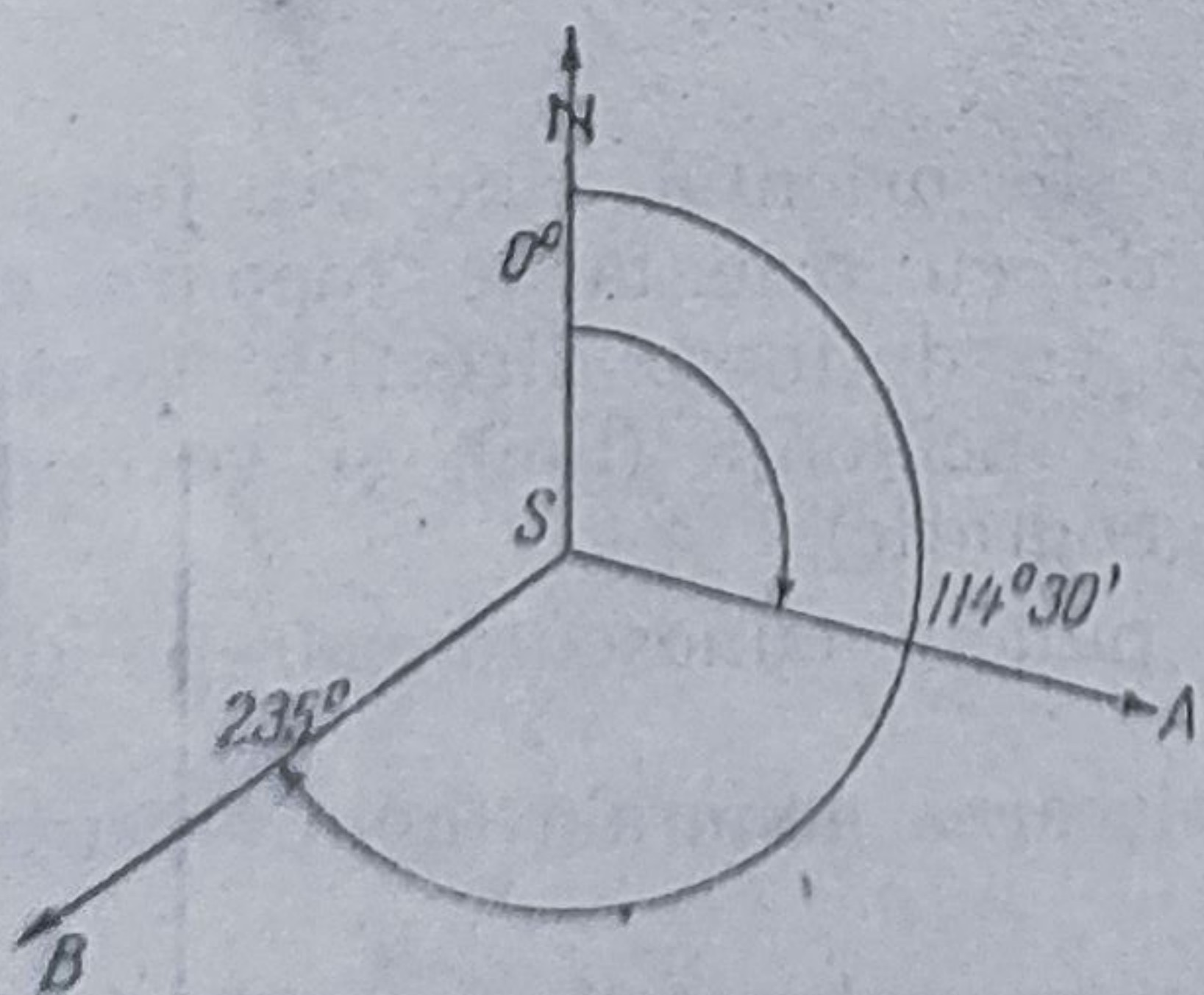


Fig. 137. Orientarea gonfometruului.

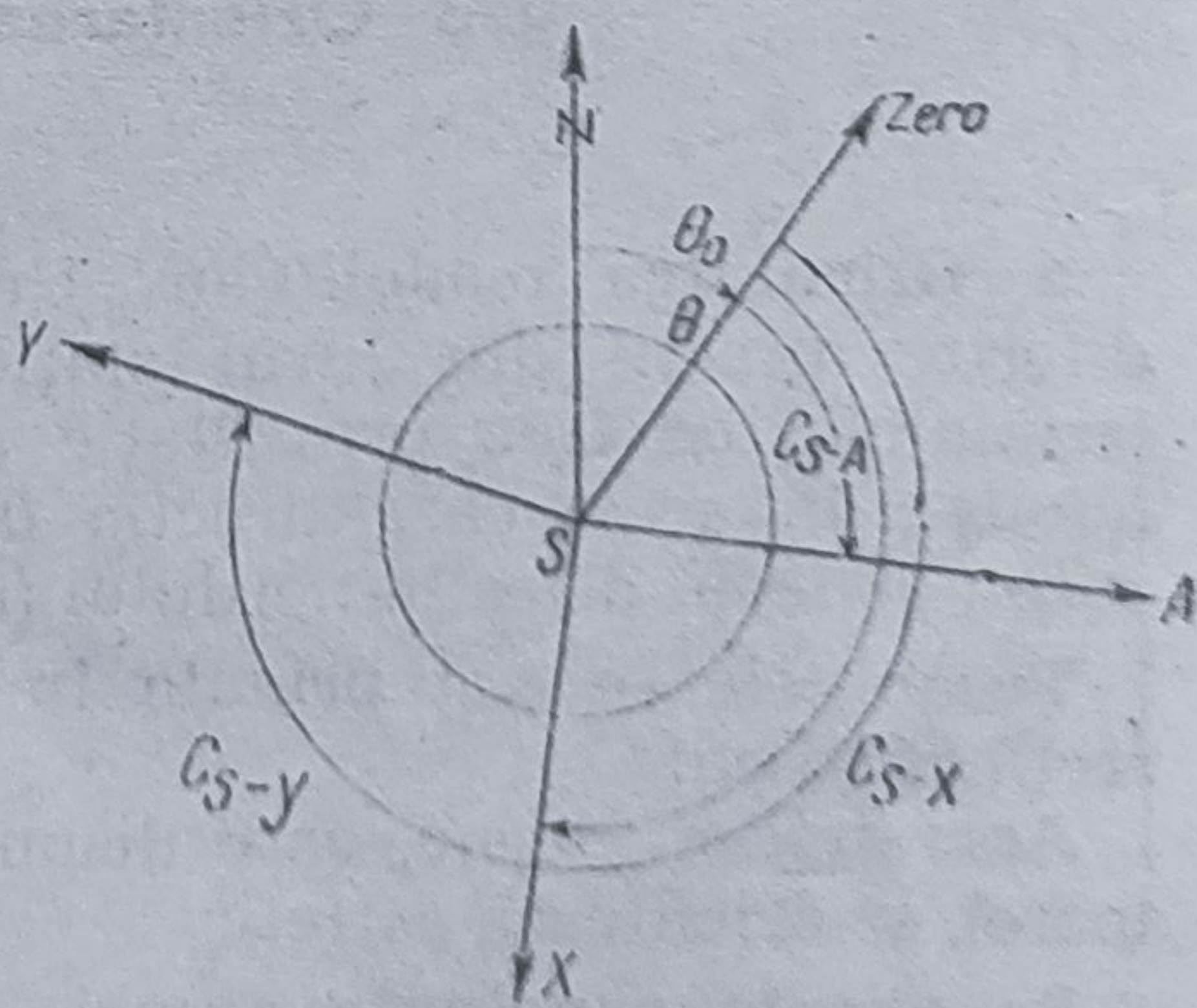


Fig. 138. Determinarea modulului stației.



respectiv unghiul format de direcția nordului și direcția zero a aparatului (fig. 138). Se vede că

$$\theta_0 = \theta_{S-A} - C_{S-A},$$

unde  $\theta_0$  este orientarea direcției zero a aparatului în punctul dat (modulul stației);

$\theta_{S-A}$  — orientarea direcției cunoscute;

$C_{S-A}$  — citirea pe direcția respectivă.

Pentru orientarea mai precisă a aparatului se consideră mai multe direcții cunoscute prin orientările lor, precum și citirile respective; în acest caz se calculează  $\theta_0$  mediu (modulul mediu), cu ajutorul căruia se transformă citirile în orientări. Astfel,

$$\theta'_0 = \theta_{S-A} - C_{S-A}$$

$$\theta''_0 = \theta_{S-B} - C_{S-B}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\theta^n_0 = \theta_{S-N} - C_{S-N}$$

$$\theta_0 \text{ mediu} = \frac{\theta'_0 + \theta''_0 + \dots + \theta^n_0}{n}$$

Pentru transformarea citirilor pe direcțiile necunoscute în orientări, modulul stației se adaugă la fiecare citire:

$$\theta_{S-X} = \theta_0 \text{ mediu} + C_{S-X}$$

$$\theta_{S-Y} = \theta_0 \text{ mediu} + C_{S-Y}.$$

b. **Orientarea goniografelor** se efectuează goniometric sau cu declinatorul. Orientarea goniometrică se face, ca și la teodolite, pe puncte și pe direcții cunoscute.

*Pe puncte cunoscute.* Se dau punctele  $S, A, B, C$ , prin coordonatele lor și se raportează pe o planșetă topografică (fig. 139) la o scară convenabilă; se așază alidada cu linia de credință pe direcția  $SA$  de pe planșetă și se rotește planșeta în stația  $S$ , pînă cînd planul de vizare trece prin punctul  $A$  din teren. Planșeta este deja orientată.

Verificarea orientării se face așezînd alidada succesiv peste punctele  $SB$  și  $SC$ ; planșeta rămînînd fixă, planul vertical de vizare trebuie să treacă prin punctul  $B$ , respectiv  $C$ .

Cînd nu se realizează coincidența simultană a vizărilor, înseamnă că au intervenit erori care se datoresc centrajului defectuos al aparatului, raportării greșite a punctelor pe planșetă, erorilor de vizare, de așezare a alidadei etc.



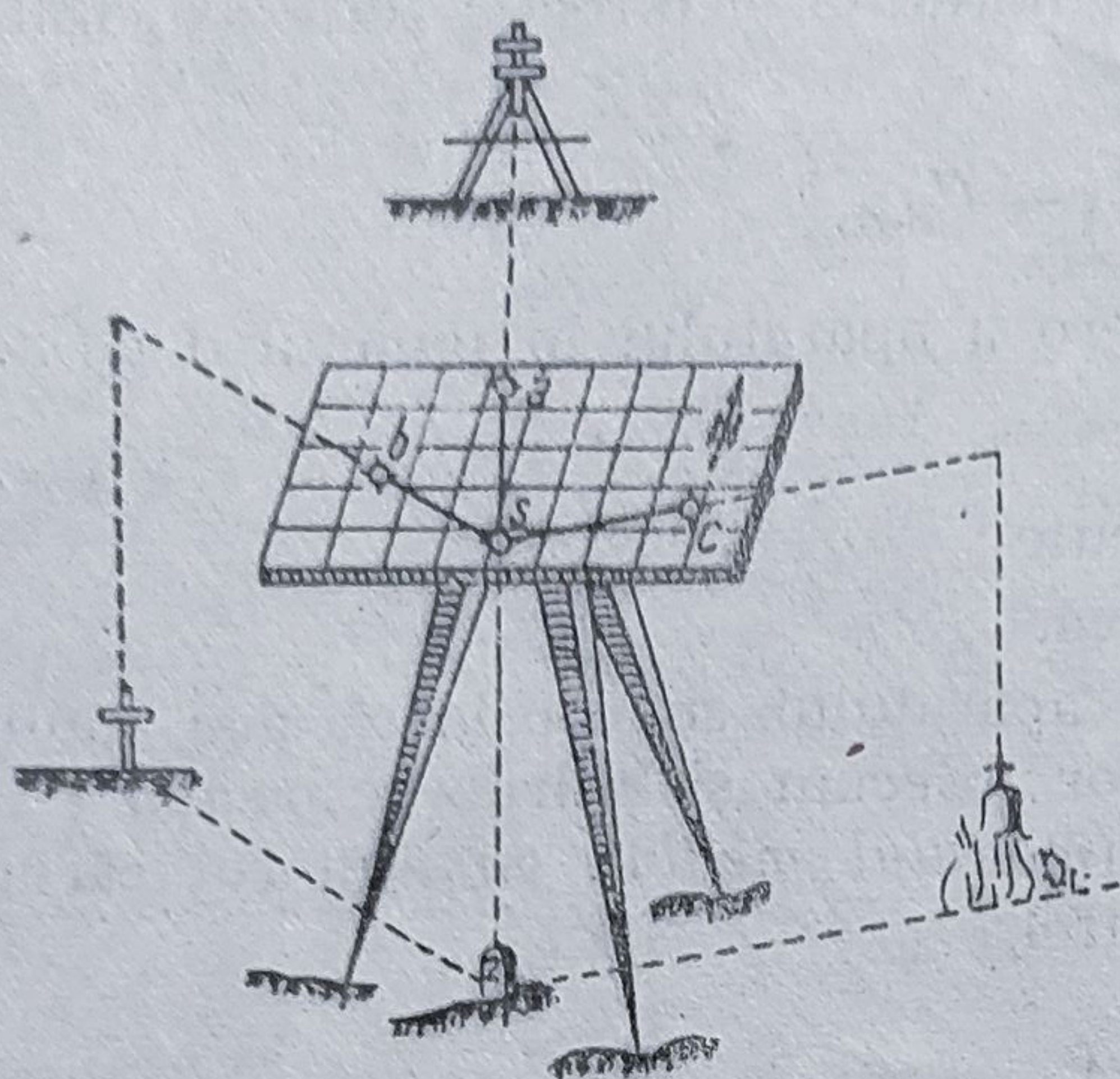


Fig. 139. Orientarea planșetei pe puncte cunoscute.

Pe direcții cunoscute. Planșeta, instalată într-un punct de intersecție a mai multor direcții din teren sau la extremitatea unei direcții de referință, raportată pe planșetă (fig. 140), se așază alidada pe direcția reper sau pe una din celelalte direcții și se rotește planșeta pînă cînd planul vertical de vizare trece printr-un punct ce materializează direcția respectivă. Verificarea se face prin vizare pe alte 2—3 direcții ce trec prin punctul de stație.

Orientarea planșei cu declinatorul. O planșetă se poate orienta cu declinatorul după ce în prealabil a fost declinată, adică după ce s-a determinat declinația convențională în punctul de stație (în cazul orientării pe puncte și pe direcții cunoscute) sau declinația magnetică (în cazul orientării față de meridianul geografic).

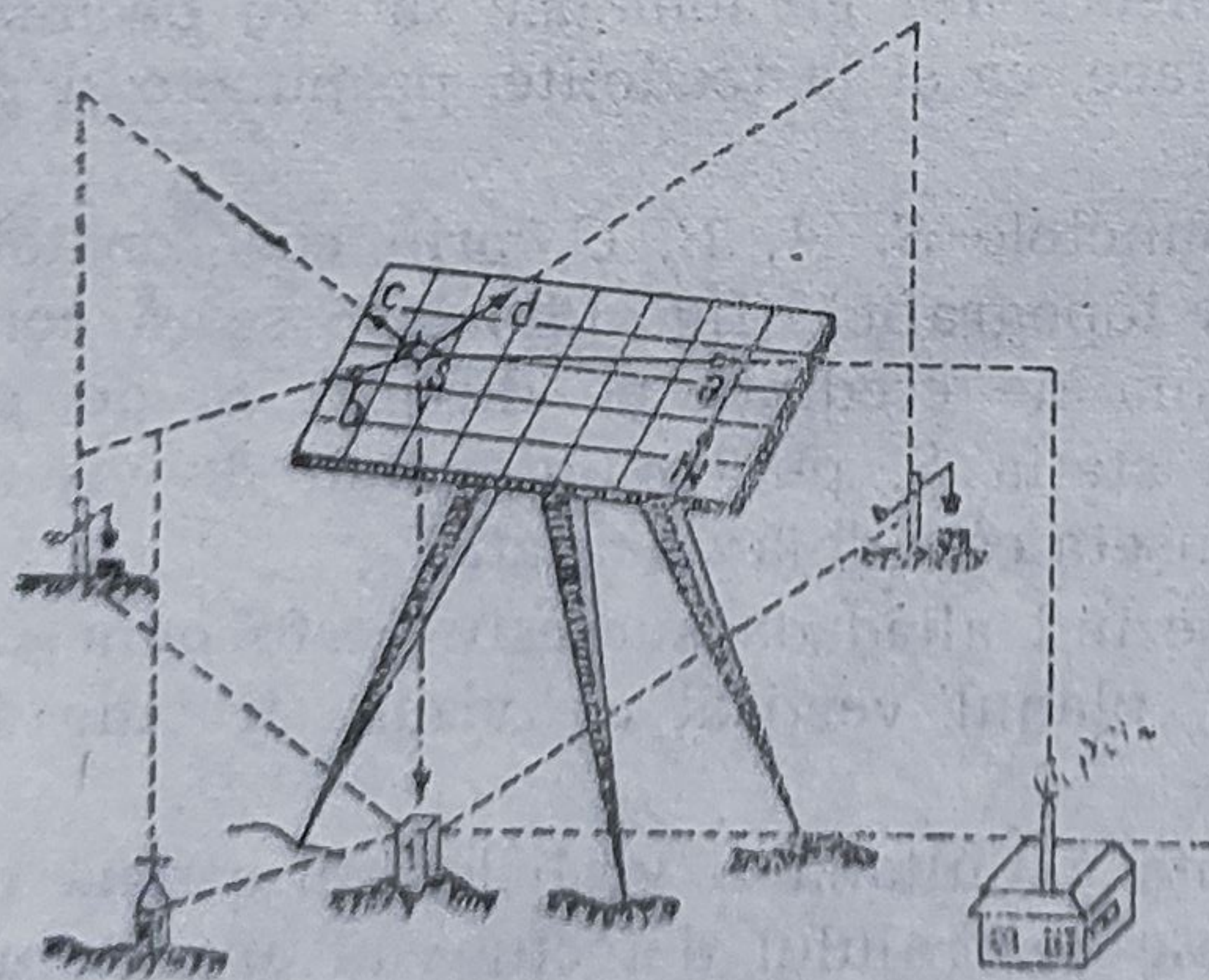


Fig. 140. Orientarea planșetei pe direcții cunoscute.

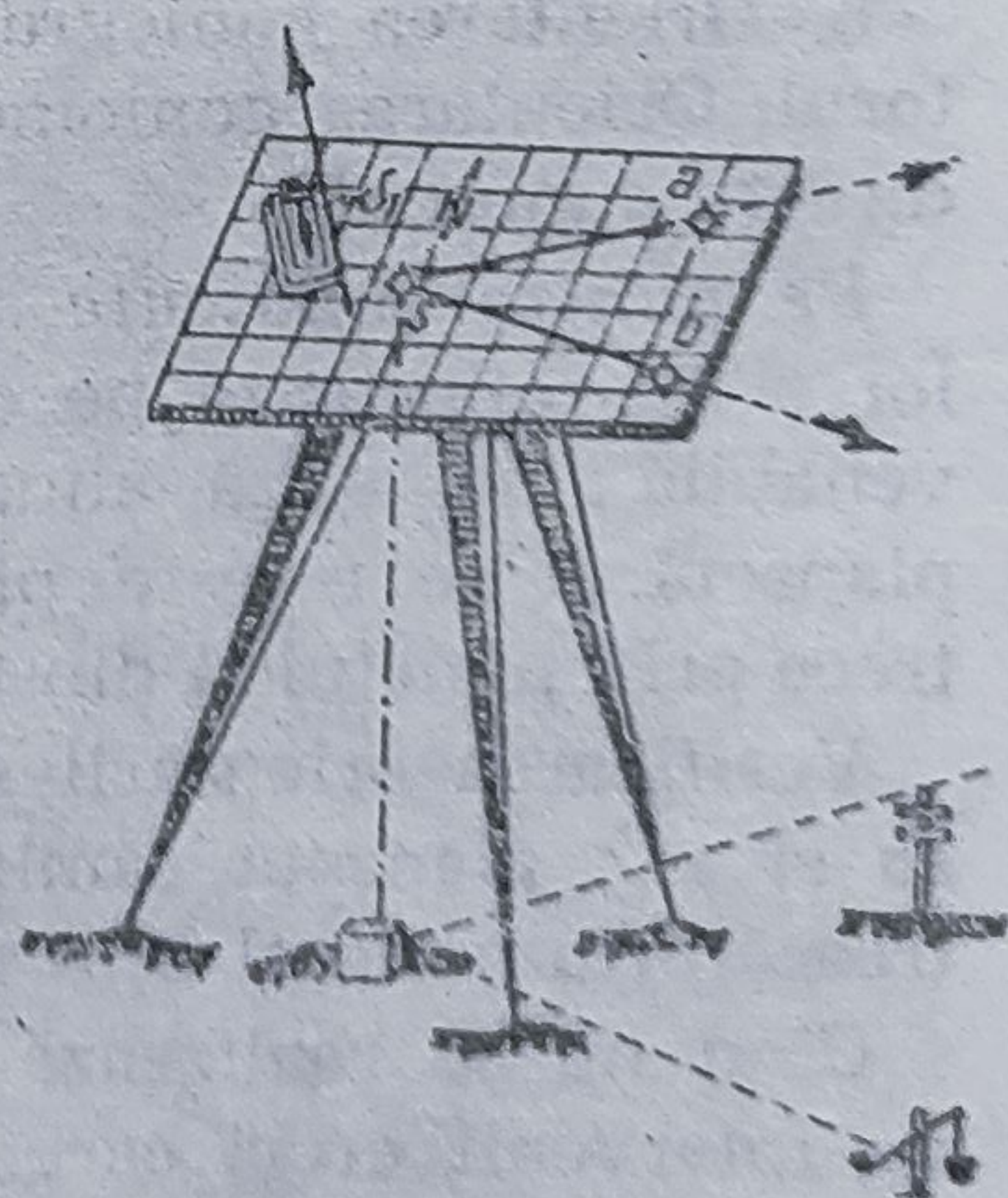


Fig. 141. Declinarea planșetei.



După ce planșeta se orientează pe puncte sau direcții cunoscute (A și B), planșeta rămânând fixă, se așază declinatorul și se rotește în plan orizontal pînă cînd acul magnetic își oprește oscilațiile în dreptul reperelor de pe declinator. Pe planșetă, în lungul cutiei declinatorului, se trasează direcția nord-sud magnetic. Unghiul format de această direcție cu meridianul canevasului (caroiajului) este declinația convențională  $\delta_1$  (fig. 141).

Cu planșeta declinată ne putem orienta în alt punct, unde nu avem posibilitatea orientării pe puncte sau direcții cunoscute. Pentru aceasta se așază declinatorul cu marginea cutiei pe linia trasată anterior și se rotește planșeta pînă cînd acul magnetic vine în dreptul reperelor de pe declinator; atunci direcția meridianelor de pe planșetă va indica direcția nordului canevasului (caroiajului) în punctul dat.



## Planimetria

### § 1. Determinarea planimetrică a punctelor

A determina planimetric un punct necunoscut din teren înseamnă a-i afla, pe cale grafică sau prin calcul, coordonatele rectangulare sau polare, pornind de la un punct sau mai multe puncte determinate și raportate pe minuta topografică.

Coordonatele unui punct necunoscut se pot determina fie prin legarea de puncte de același ordin, fie independent de alte puncte analoge necunoscute.

Ținând cont de etapele de desfășurare a ridicărilor topografice, de modul de lucru și de elementele măsurate în cadrul operațiilor topografice, deosebim trei categorii de metode :

— metode care necesită numai măsurători de unghiuri : *triangulația și intersecțiile* ;

— metode care necesită măsurători de unghiuri și de distanțe : *drumuirea (poligonația) și radierea (metoda polară)* ;

— metode care necesită numai măsurători de distanțe : *metoda cu metrul (intersecția liniară), metoda alinimentelor și metoda echerică (a coordonatelor).*

### § 2. Metode planimetrice care necesită numai măsurători de unghiuri

a. **Triangulația.** Triangulația este metoda de determinare a punctelor de sprijin ale hărții.

Punctele care formează vîrfurile triangulațiilor de diferite ordine (I—V), sînt materializate în teren prin semnale permanente și borne (IV, 1).

După importanța punctelor de sprijin (de bază), ale hărții, deosebim triangulații geodezice (I, II, III) și triangulații topografice (IV, V) (III, 7).



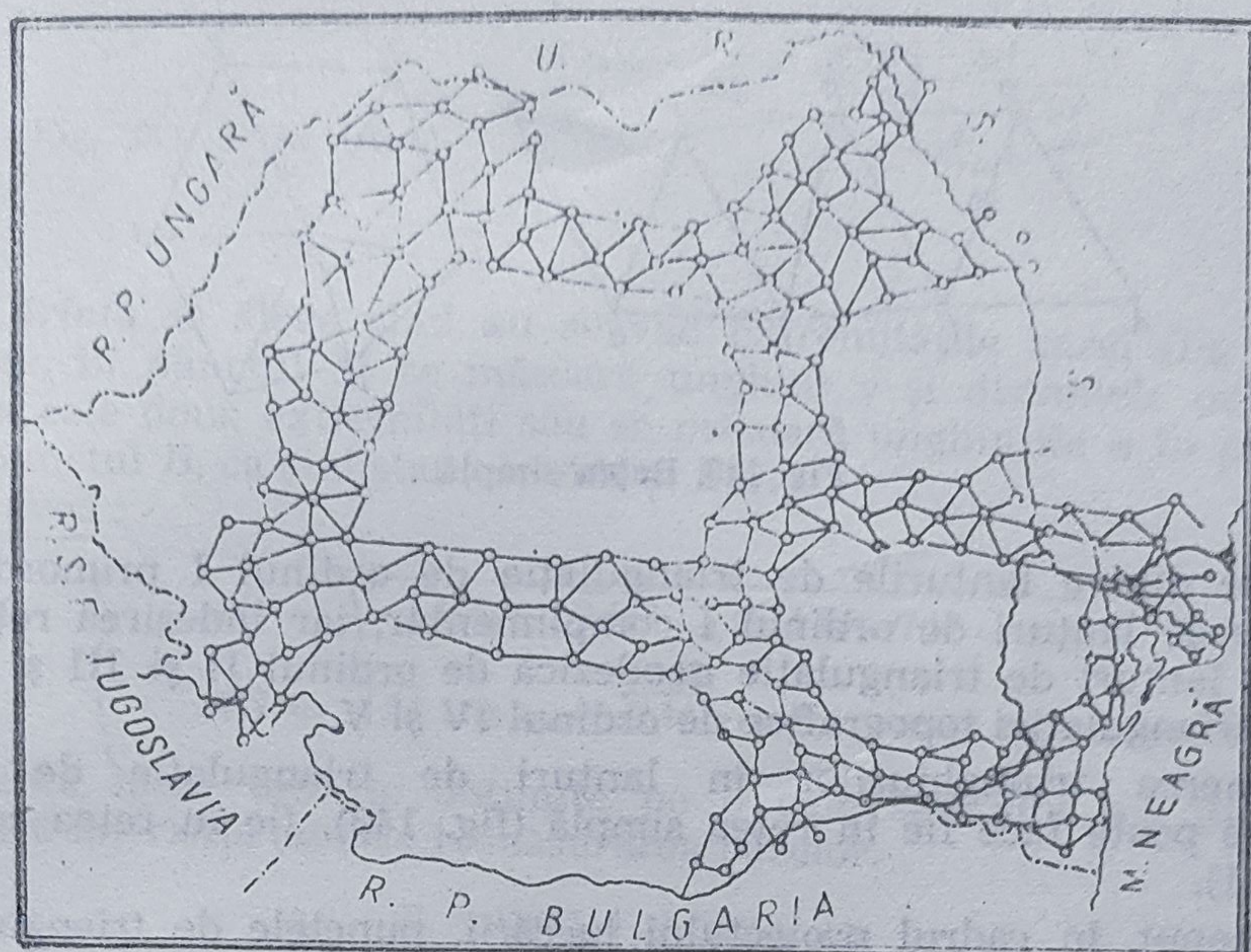


Fig. 142. Rețeaua de triangulație (convențională) a țării noastre.

La determinarea punctelor geodezice de ordin superior, care se află la distanțe mari unele de altele (5—50 km), se ține cont de sfericitatea Pământului. La determinarea punctelor de triangulație de ordin inferior, puțin distanțate între ele (500 m — 2 km), suprafața terestră se consideră plană.

Rețeaua de sprijin, osatura geodezică și topografică a hărții, asigură unitatea ridicărilor și posibilitatea de control.

Țara noastră dispune de șase lanțuri de triangulație primordiale de ordinul I, trei în lungul meridianelor și trei în lungul paralelelor, sprijinite pe 10 baze de triangulație (fig. 142).

Lanțurile pe meridian sînt :

— lanțul de triangulație din vest, peste Cîmpia Someșului, Munții Apuseni, Munții Banatului ;

— lanțul central de triangulație, dispus în lungul Carpaților Orientali, regiunea orașelor Brașov și București ;

— lanțul estic, care începe în deltă și se continuă pe litoral.

Pe paralele, lanțurile se desfășoară astfel :

— lanțul nordic ;

— lanțul de paralelă în lungul Carpaților Meridionali, regiunea orașului Brașov și Dobrogea de nord ;

— lanțul dunărean în sudul țării.



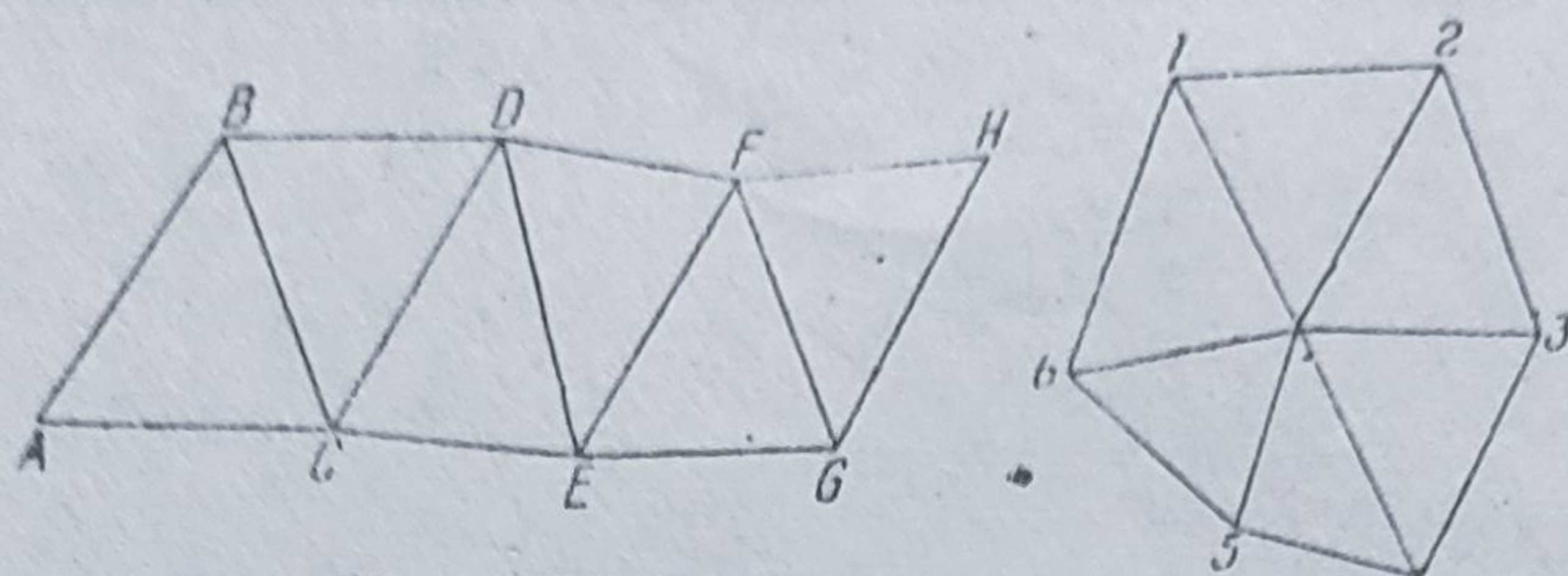


Fig. 143. Rețea simplă.

Spațiile dintre lanțurile de triangulație de ordinul I primordial sînt acoperite de lanțuri de ordinul I complementar, iar îndesirea rețelei s-a făcut cu lanțuri de triangulație geodezică de ordinul II și III și de lanțuri ale triangulației topografice de ordinul IV și V.

Dispunerea triunghiurilor în lanțuri de triangulație de diferite ordine se poate face fie în rețea simplă (fig. 143), fie în rețea complexă (v. fig. 41).

La început, în cadrul proiectului lucrării, punctele de triangulație se stabilesc pe un document cartografic executat anterior, urmărindu-se vizibilitatea, posibilitatea de amplasare a stațiilor în punctele respective, echilateralitatea triunghiurilor etc.

În cadrul recunoașterii terenului se verifică condițiile ce trebuie îndeplinite de punctele de triangulație și se plantează bornele și semnalele. După aceea, se trece la executarea triangulației, care prevede determinarea (măsurarea și orientarea) bazei de triangulație și măsurarea unghiurilor triunghiurilor de diferite ordine. Pentru geometrizarea rețelei se efectuează compensarea triangulației.

Determinarea bazei de triangulație. Baza (de triangulație) este una din laturile unui triunghi ale triangulațiilor de diferite ordine <sup>1</sup>.

Baza principală a triangulației țării noastre are la o extremitate punctul fundamental, reprezentat printr-un observator astronomic, ale cărui coordonate geografice s-au determinat prin metode astronomice, iar la cealaltă extremitate primul punct geodezic.

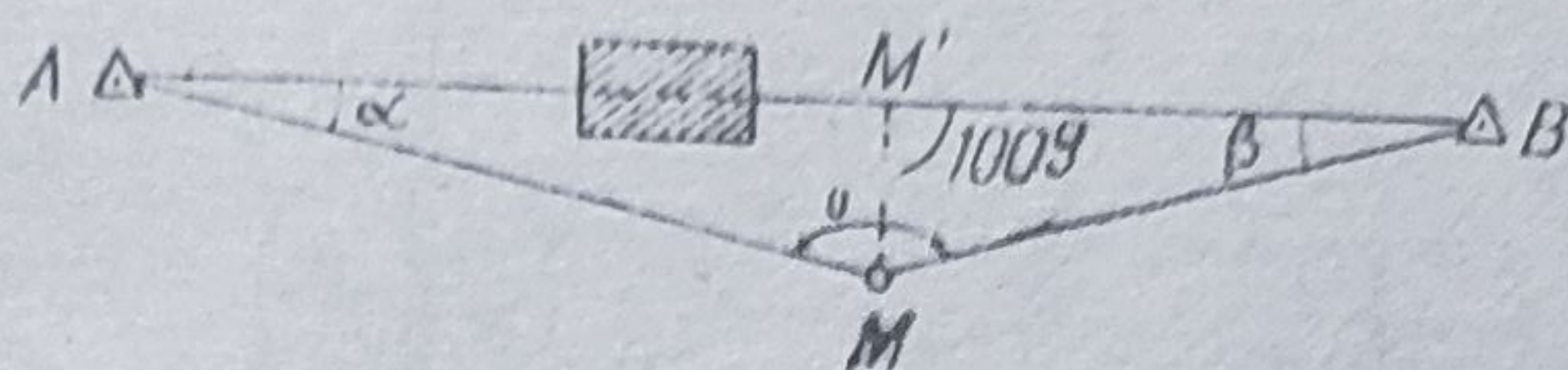
O bază de triangulație se alege într-un teren cît mai orizontal, unghiul de înclinare să nu depășească  $3-4^\circ$ , pentru a se evita erorile care apar în măsurarea unghiurilor de înclinare și la reducerea la orizont; terenul trebuie să fie stabil, fără obstacole (vizibilitate reciprocă între cele două extremități).

Cînd în teren nu se găsește un loc potrivit pentru instalarea bazei, de lungimea unei laturi a triunghiului, se măsoară o bază frîntă sau o bază mai scurtă, care se amplifică apoi la mărimea laturei triunghiului respectiv.

<sup>1</sup> În continuare se dau operațiile de măsurare, calcul și reprezentare pentru triangulațiile locale.



Fig. 144. Baza frîntă.



Baza frîntă se alege cînd nu se vîd extremitățile bazei (fig. 144). În acest caz, în punctul  $M$  se măsoară unghiul  $\gamma$  și distanțele de la acest punct la cele două extremități sau se măsoară unghiurile  $\alpha$  în punctul  $A$  și  $\beta$  în punctul  $B$ , ca și distanțele  $AM$  și  $BM$ .

Vom avea :

sau

$$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2 - 2 AM \cdot BM \cdot \cos \gamma}$$

→ T. m.

$$AB = AM \cos \alpha + BM \cos \beta.$$

→ 2 Δ drept

Diferența între valorile obținute pe o cale sau alta nu trebuie să depășească toleranța admisă la măsurarea bazelor.

$$T = 0,03 + 0,002 \sqrt{D}.$$

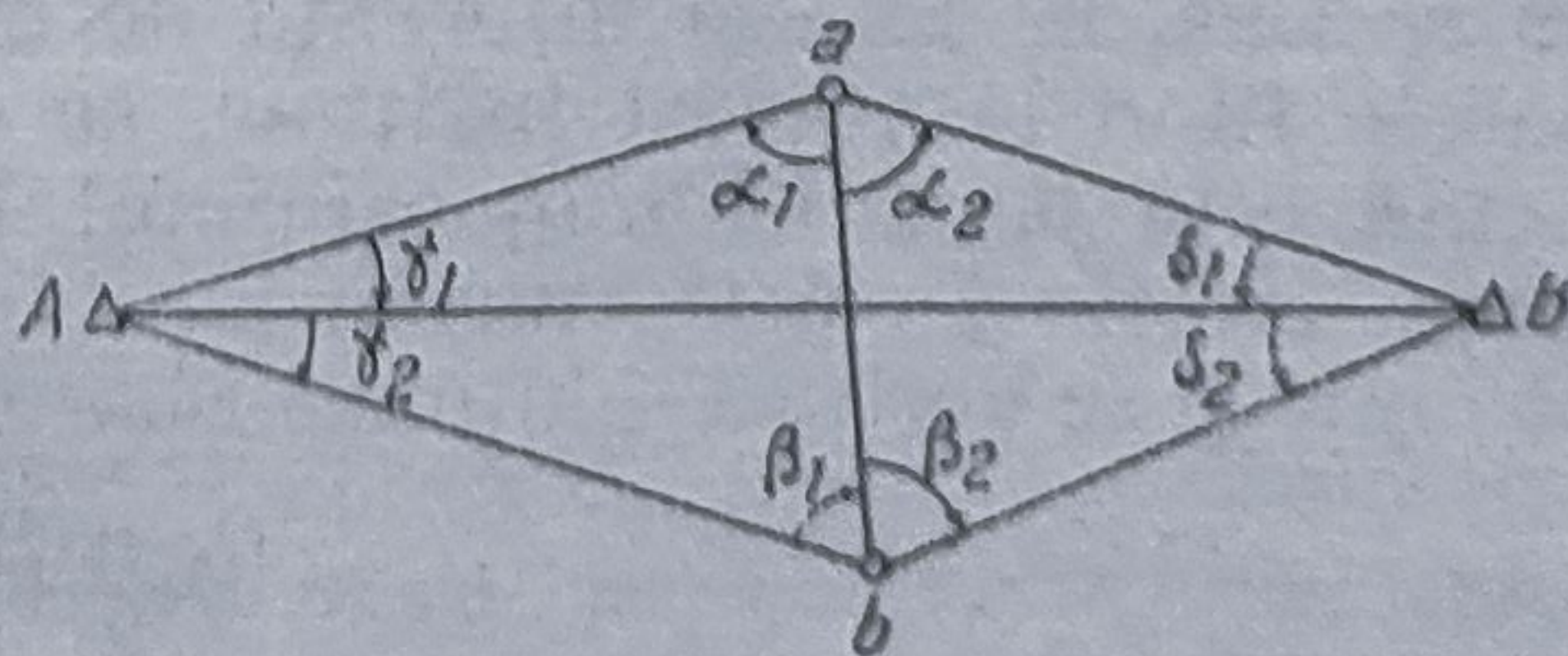
**Baza scurtă.** Se face apel la o bază scurtă cînd terenul nu permite desfășurarea unei baze frînte (în terenurile accidentate) și cînd nu se poate măsura o latură de triangulație. Atunci se alege o bază  $ab$  mai mică decît lungimea laturei  $AB$ , pe cît posibil perpendiculară pe aceasta și din ale cărei extremități să se poată vedea vîrfurile triunghiului (extremitățile laturei la care se face transmiterea) (fig. 145).

Cu ajutorul formulelor de calcul prin teorema sinusurilor, atunci cînd se măsoară baza scurtă  $ab$  și unghiurile  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$  și  $\delta_1, \delta_2$ , se poate calcula lungimea laturei  $AB$  (40) [385].

Baza de triangulație se măsoară cu maximum de precizie, pe cale directă, cu firul invar sau panglica de oțel, întrucît de precizia măsurării bazei depinde precizia întregii lucrări.

**Orientarea bazei de triangulație.** Baza de triangulație se orientează prin determinarea unghiului pe care îl face cu una din direcțiile nord. Întrucît direcția cea mai „stabilă” este direcția nordului geografic, se măsoară azimutul geografic al bazei de triangulație; pentru determinarea azimutului magnetic sau a orientării topografice trebuie cunoscute declinația magnetică ( $\delta$ ), respectiv convergența meridianelor ( $c$ ).

Fig. 145. Amplificarea bazei de triangulație.





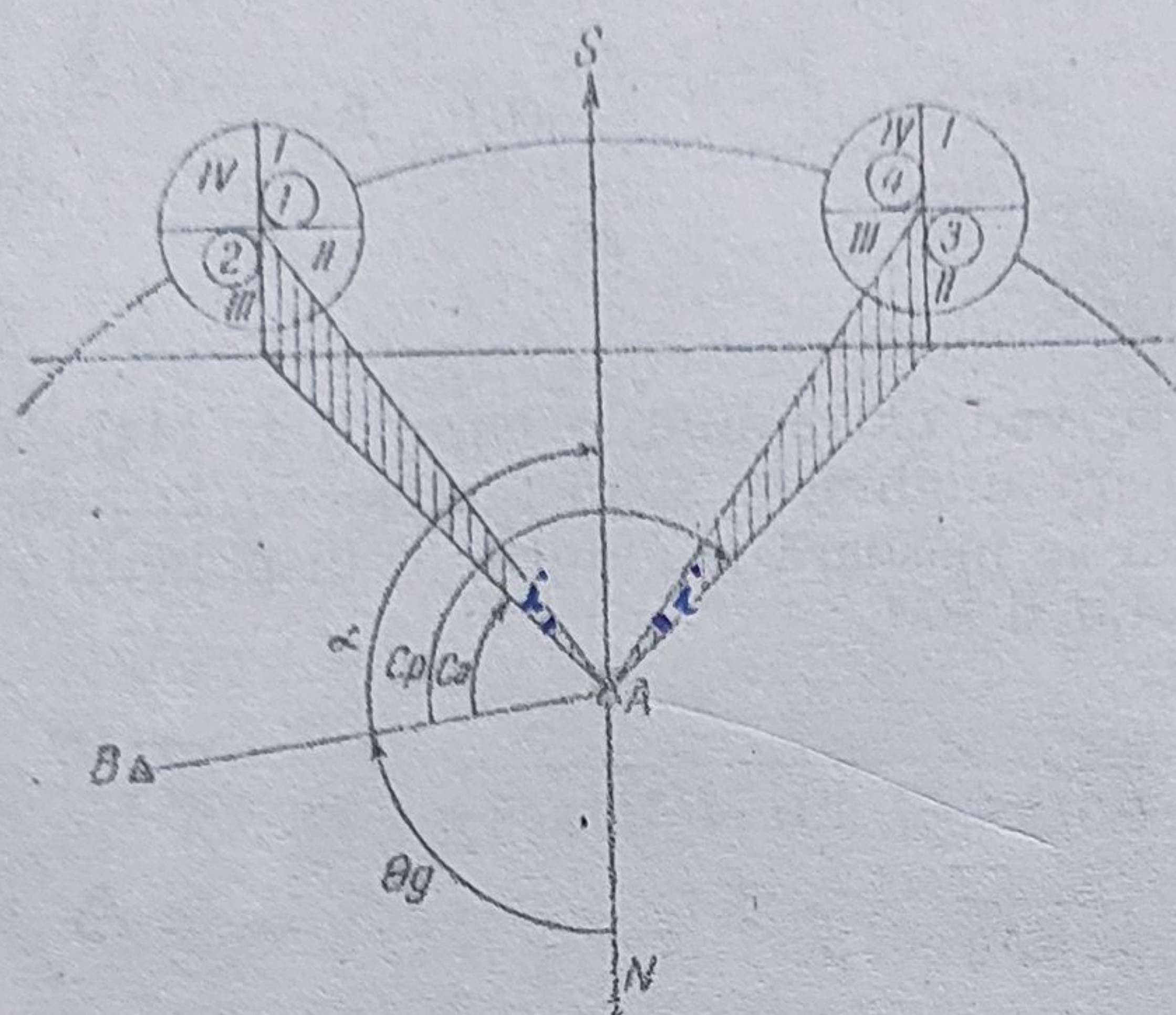


Fig. 146. Orientarea bazei prin vizări pe Soare.

Cînd se cunosc coordonatele rectangulare ale extremităților bazei de triangulație, orientarea se poate calcula în funcție de coordonate :

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta y}.$$

În teren se determină de obicei direcția meridianei locului prin observații pe un astru (Soare, Steaua polară sau o stea oarecare).

Dăm mai jos determinarea orientării bazei prin vizări pe Soare (fig. 146).

Fie baza de triangulație AB. Se instalează un teodolit în stația A și se vizează Soarele înainte de trecerea lui la meridian (în jurul orei 9).

Se înregistrează în carnet unghiul orizontal, unghiul vertical și ora.

Pentru obținerea unghiului orizontal se vizează Soarele tangent la fițele reticulare în cadranul I și se citește  $C_1$ ; după cîteva minute se citește a doua oară pe Soare  $C_2$ , cînd acesta trece, în mișcarea sa aparentă, din cadranul I în cadranul III (în sens invers față de realitate, din cauza inversiunii imaginilor); se verifică unghiul vertical care trebuie să rămîna același și se înregistrează ora. Citirile orizontale se obțin în ambele poziții ale lunetei, la ambele microscopie.

Media celor două citiri,  $C_1$  și  $C_2$ , ne va da citirea antemeridiană  $C_a$ ;

$$C_a = \frac{C_1 + C_2}{2}.$$

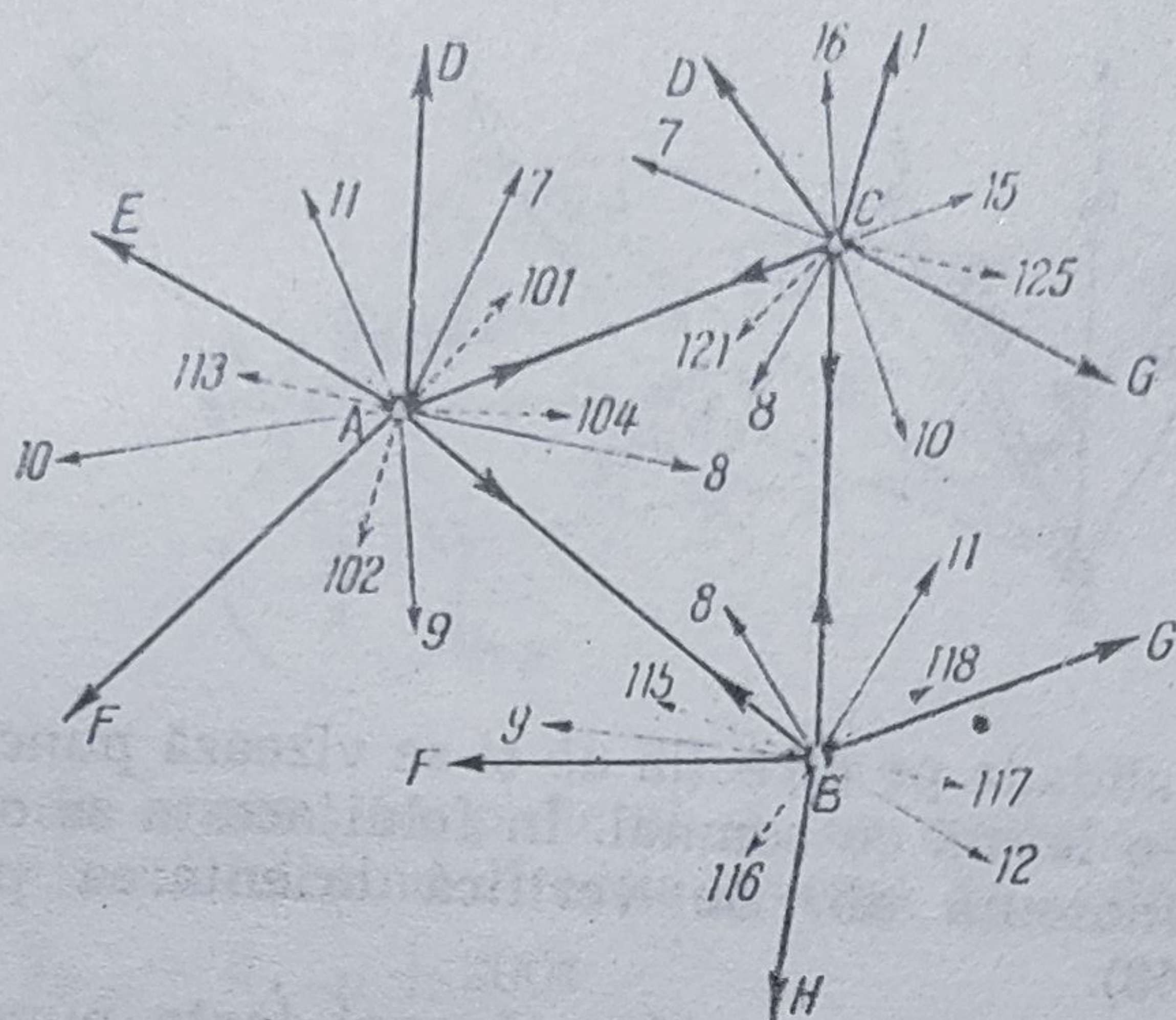
După amiază, la aceeași diferență de ore față de ora 12, în jurul orei 15, Soarele fiind la aceeași înălțime, se efectuează în același mod două citiri, cînd este prins întîi în cadranul II, apoi în cadranul IV.

Se obțin citirile  $C_3$  și  $C_4$ , media lor fiind citirea postmeridiană  $C_p$ ; se rotează orele și se verifică înălțimea Soarelui :

$$C_p = \frac{C_3 + C_4}{2}.$$



Fig. 147. Schița punctelor la triangulație.



Cele patru vizări fiind simetrice două câte două față de direcția sud, obținem :

$$\alpha = \frac{C_a + C_p}{2}$$

sau

$$\alpha = \frac{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}{4}$$

Azimutul geografic al bazei de triangulație este deci

$$\theta_g = 200g - \alpha.$$

Acest unghi se corectează cu corecția de declinație a Soarelui care se extrage din calendarele astronomice, corecția de refracție atmosferică și corecția de paralaxă.

**Măsurarea unghiurilor.** Unghiurile triunghiurilor de diferite ordine se măsoară cu teodolitul folosind metoda turului de orizont cu 2—4 reiterații.

În fiecare stație, unghiurile se înregistrează pe baza unei schițe a punctelor și a vizărilor din fiecare punct (fig. 147); citirile se trec în carnetul de teren.

Pentru triangulațiile locale, toleranța admisă este  $T = 5'' \sqrt{n}$ , unde  $5''$  este eroarea medie a unei direcții, iar  $n$ , numărul direcțiilor vizate.

Unghiurile se pot obține și grafic, prin vizarea la planșetă cu ajutorul unei alidade.

**Executarea triangulației.** Triangulația se poate executa cu planșeta și teodolitul.

**Cu planșeta.** Avînd raportată pe planșetă baza de triangulație  $ab$ , se instalează aceasta în punctul  $A$  din teren, se centrează și se calează. Se



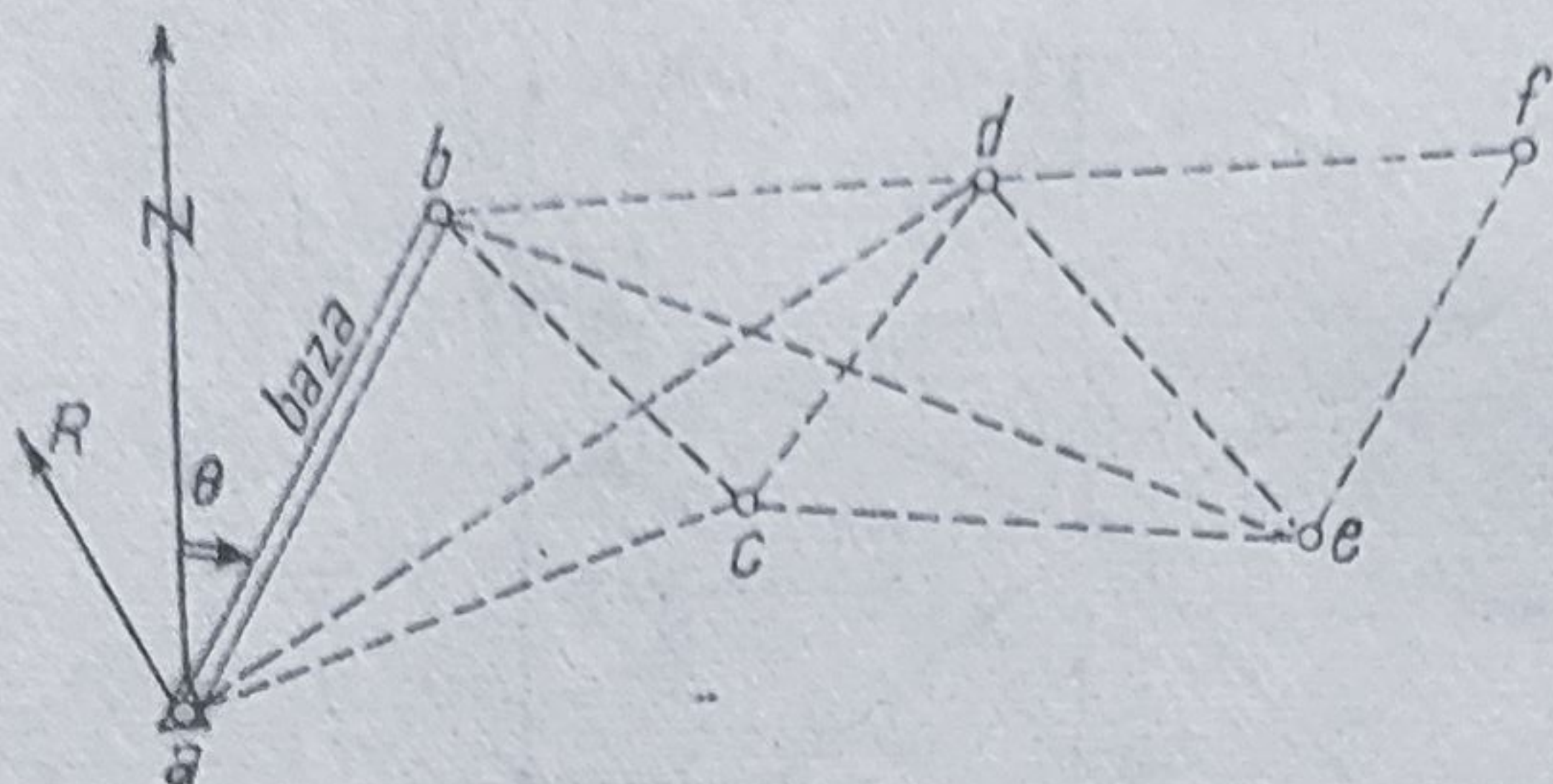


Fig. 148. Executarea triangulației la planșetă.

așază alidada pe direcția  $ab$  și se vizează punctul  $B$  din teren, materializat printr-o bornă cu semnal. În felul acesta se orientează planșeta pe direcția cunoscută  $ab$ . Se verifică orientarea prin vizare pe direcția  $aR$  (fig. 148).

După orientare se vizează apoi toate punctele vizibile din stație, nu numai cele din imediata apropiere, trasându-se vizările în lungul liniei de credință a alidadei, pe toată lungimea acesteia. La sfârșit se verifică orientarea planșetei, vizînd din nou pe  $B$ . Se deplasează apoi aparatul în punctul  $B$ , unde se instalează și se vizează, pentru orientare, direcția inversă  $BA$ , apoi punctele care formează vîrfurile triunghiurilor imediate ( $C, D$ ) și după aceea celelalte puncte.

Tot așa, cu stații în fiecare vîrf, se trasează întreaga rețea a punctelor, care apar la intersecția vizărilor orientate.

Pentru determinarea coordonatelor rectangulare ale punctelor, plecînd de la coordonatele unei extremități a bazei, se duce un sistem de axe rectangulare și se măsoară coordonatele grafice relative, care amplificate cu scara dau coordonatele reale relative.

Pentru a afla coordonatele reale absolute, coordonatele reale relative se adaugă cu semnul respectiv la coordonatele originii sistemului de axe rectangulare.

Pentru un punct oarecare  $M$ ,

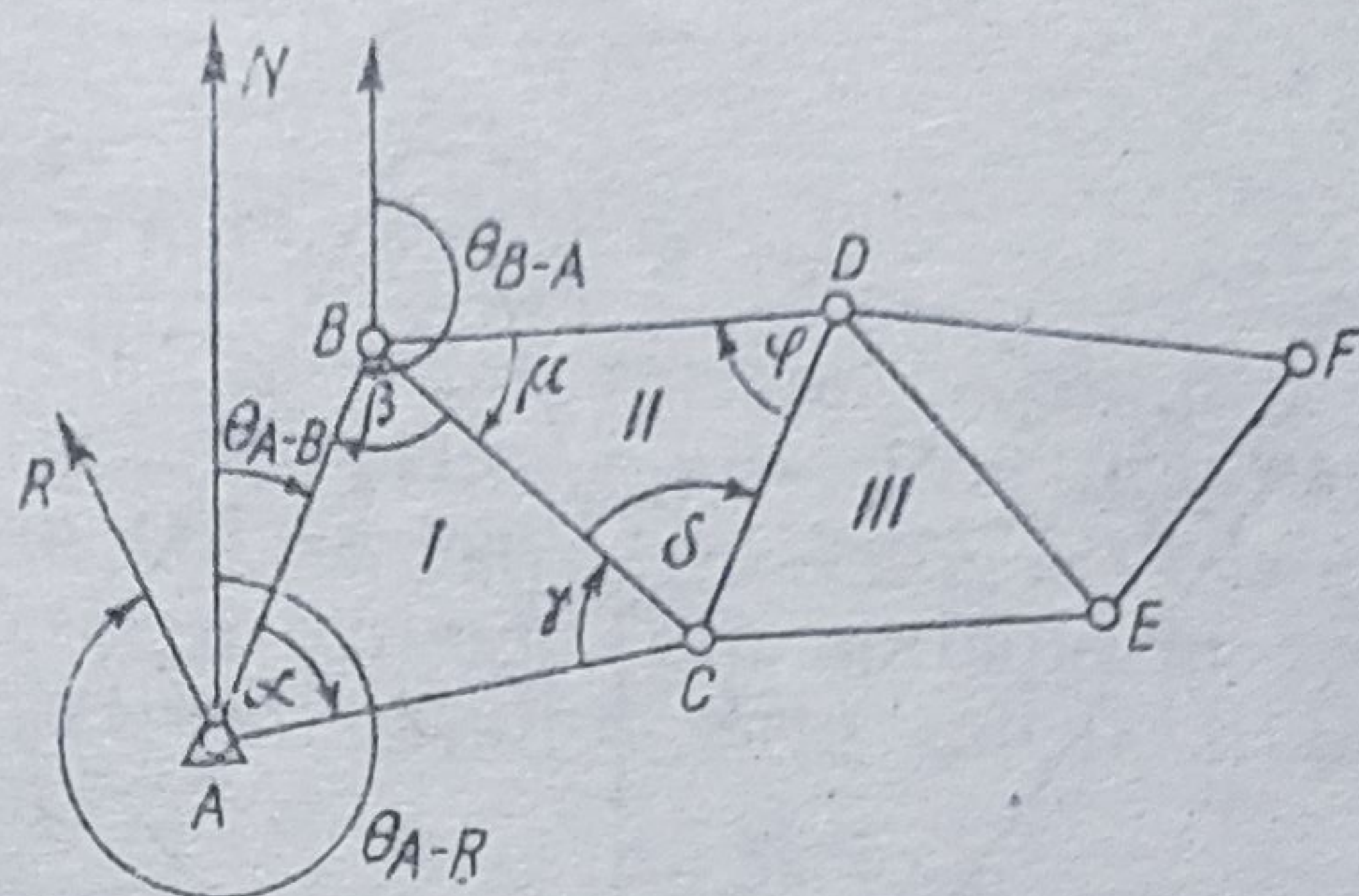
$$\begin{aligned} X_M &= X_A + \Delta X; \\ Y_M &= Y_A + \Delta Y. \end{aligned}$$

Datorită erorilor care intervin în timpul desfășurării triangulației și care cresc pe măsură ce ne depărtăm de bază, triangulația grafică se utilizează la determinarea punctelor geodezice inferioare și numai în rare cazuri la puncte geodezice de ordinul III.

*Executarea triangulației cu teodolitul.* Se instalează teodolitul într-un punct extrem al bazei ( $A$ ) și se orientează prin vizare asupra celeilalte extremități ( $B$ ); după ce s-a înregistrat pe aparat orientarea bazei, verificarea orientării se face prin vizarea punctului  $R$ , care cu punctul de stație formează direcția  $AR$ , de orientare cunoscută  $\theta_{A-R}$ . În cazul că aparatul nu dispune de mișcare generală, se calculează modulul mediu al stației  $\theta_0$  (fig. 149).



Fig. 149. Executarea triangulației cu teodolitul.



După efectuarea turului de orizont în punctul A, se deplasează aparatul în punctul B și se orientează folosind direcția inversă  $\theta_{B-A}$ , unde

$$\theta_{B-A} = \theta_{A-B} \pm 200^g$$

sau în cazul aparatului fără mișcare generală,

$$\theta_o^B = \theta_{A-B} \pm 200^g - C_{B-A}.$$

Triunghiurile rețelei de triangulație pot fi dispuse în poligon cu punct central sau în patrulater.

După efectuarea turului de orizont în fiecare stație și compensarea acestora, pentru obținerea unei rețele geometrice se face compensarea triangulației, fie riguros și atunci se aplică *metoda celor mai mici pătrate*, fie empiric; compensarea rețelei de triangulație se face, mai ales la triangulațiile locale, prin calcul empiric, folosind metoda Lehagre-Brönnimann.

1) Compensarea triangulației dispuse în poligon cu punct central (fig. 150). Dacă triunghiurile au un vîrf comun O, unghiurile  $\gamma$  la centru și  $\alpha$  și  $\beta$  celelalte unghiuri în fiecare triunghi, etapele de compensare într-o astfel de rețea sînt următoarele:

- suma unghiurilor în fiecare triunghi să fie  $200^g$ ;
- suma unghiurilor în jurul punctului central să fie  $400^g$ ;
- între laturile și sinusurile unghiurilor opuse să existe un raport de egalitate (acordul laturilor).

Compensarea întâi: suma unghiurilor într-un triunghi să fie egală cu  $200^g$ . În triunghiul I;

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 200^g.$$

În cazul că suma diferă de  $200^g$ , eroarea rezultată se repartizează egal celor trei unghiuri:

$$\epsilon_1 = 200^g - (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1).$$

Unghiurile corectate vor deveni:

$$\alpha'_1 = \alpha_1 \pm \frac{\epsilon_1}{3}; \beta'_1 = \beta_1 \pm \frac{\epsilon_1}{3}; \gamma'_1 = \gamma_1 \pm \frac{\epsilon_1}{3}.$$



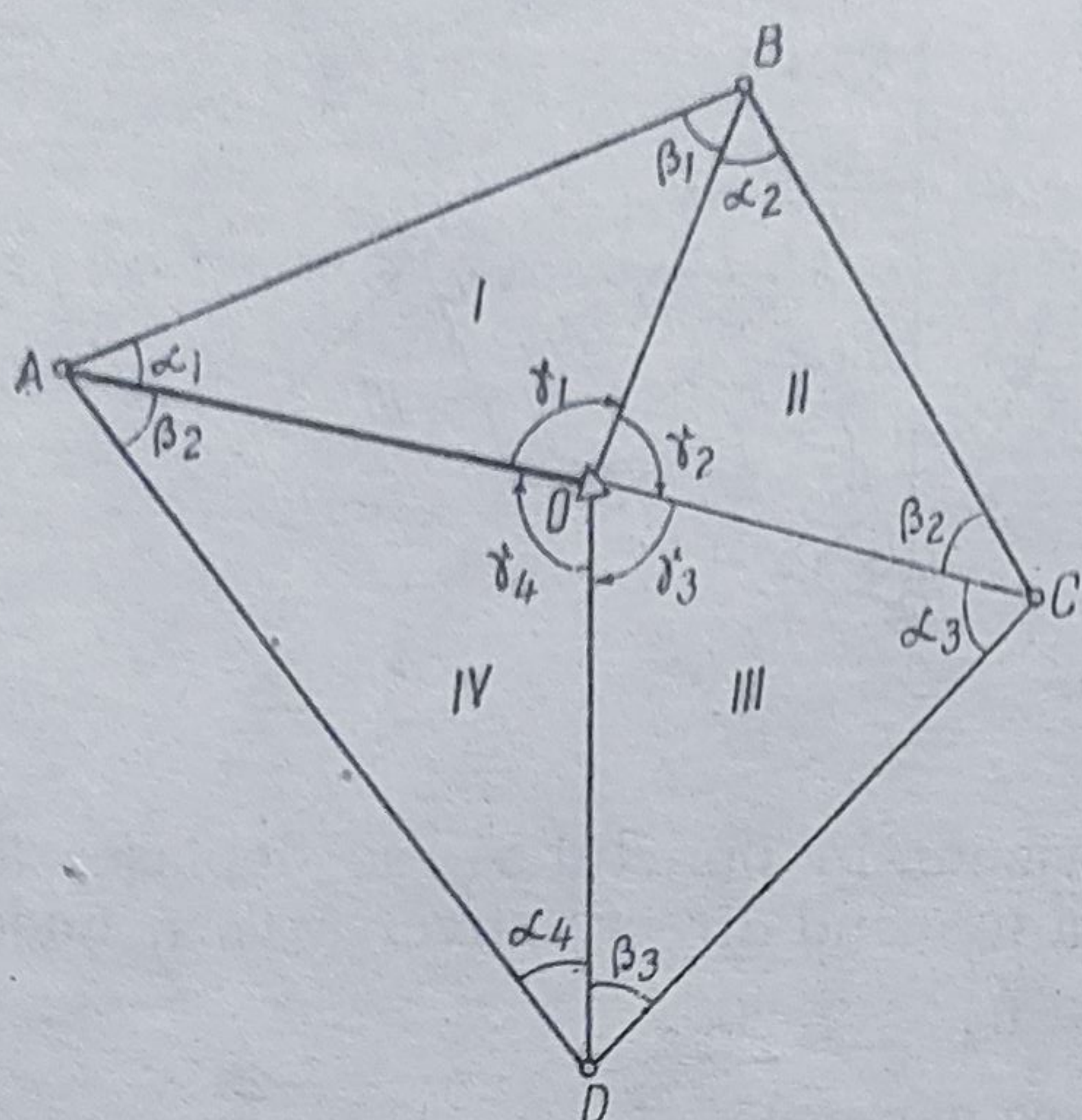


Fig. 150. Compensarea triangulației în poligon cu punct central.

Compensarea a doua : suma unghiurilor la centru  $\gamma$  să fie egală cu  $400^\circ$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n = 400^\circ.$$

La început, această condiție a fost îndeplinită la executarea și compensarea turului de orizont în stația O. În urma compensării întâi, s-a modificat suma unghiurilor din jurul punctului central, de aceea :

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n = 400^\circ \pm \varepsilon_2,$$

unde  $\varepsilon_2$  este eroarea de compensare, iar  $n$  numărul unghiurilor la centru.

Corecția ce trebuie aplicată unghiurilor la centru se află împărțind eroarea la numărul unghiurilor.

Unghiurile  $\gamma$  vor deveni :

$$\gamma_1'' = \gamma_1' \pm \frac{\varepsilon_2}{n}$$

$$\gamma_2'' = \gamma_2' \pm \frac{\varepsilon_2}{n}$$

.....

$$\gamma_n'' = \gamma_n' \pm \frac{\varepsilon_2}{n}.$$

Prin aplicarea compensării a II-a, se dereglează compensarea întâi ; de aceea, pentru a menține compensarea întâi și a realiza suma unghiurilor egală cu  $400^\circ$ , corecția aplicată unghiurilor la centru se repartizează egal și de semn contrar, celorlalte două unghiuri, în fiecare triunghi.



Astfel, în triunghiul I vom avea :

$$\alpha_1'' = \alpha_1' \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_2}{n} \text{ și } \beta_1'' = \beta_1' \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_2}{n}.$$

Compensarea a treia sau acordul laturilor reclamă egalitatea dintre laturile triunghiurilor și sinusurile unghiurilor opuse. Practic, plecînd de la exemplul din figura 164, unde OA se consideră baza de triangulație măsurată și calculînd laturile fiecărui triunghi, din aproape în aproape, valoarea laturii OA din triunghiul IV, obținută prin calcul, trebuie să fie egală cu OA măsurată în teren.

Teorema sinusurilor ne dă :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}, \frac{OB}{OC} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2}, \frac{OC}{OD} = \frac{\sin \beta_3}{\sin \alpha_3}, \frac{OD}{OA} = \frac{\sin \beta_4}{\sin \alpha_4}.$$

Înmulțind relațiile membru cu membru, se obține :

$$\frac{OA \cdot OB \cdot OC \cdot OD}{OB \cdot OC \cdot OD \cdot OA} = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin \beta_2 \cdot \sin \beta_3 \cdot \sin \beta_4}{\sin \alpha_1 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \sin \alpha_3 \cdot \sin \alpha_4}.$$

Notînd produsul sinusurilor unghiurilor  $\beta$  cu  $P \sin \beta$  și produsul sinusurilor unghiurilor  $\alpha$  cu  $P \sin \alpha$ , după simplificare avem :

$$\frac{P \sin \beta}{P \sin \alpha} = 1 \text{ sau } P \sin \beta = P \sin \alpha.$$

În realitate, produsul sinusurilor unghiurilor de același nume nu sînt egale, de aceea se aplică o corecție  $\epsilon_3$ , unde

$$\epsilon_3 = \frac{P \sin \beta - P \sin \alpha}{P \sin \alpha S_\alpha + P \sin \beta S_\beta},$$

unde  $P \sin \alpha$  și  $P \sin \beta$  reprezintă produsul sinusurilor de același nume, iar  $S_\alpha$  și  $S_\beta$  suma unor rapoarte :

$$\frac{\Delta \alpha_1}{\sin \alpha_1} + \frac{\Delta \alpha_2}{\sin \alpha_2} + \dots + \frac{\Delta \alpha_n}{\sin \alpha_n} = \sum \frac{\Delta \alpha_n}{\sin \alpha_n} = S_\alpha$$

și

$$\frac{\Delta \beta_1}{\sin \beta_1} + \frac{\Delta \beta_2}{\sin \beta_2} + \dots + \frac{\Delta \beta_n}{\sin \beta_n} = \sum \frac{\Delta \beta_n}{\sin \beta_n} = S_\beta,$$

unde  $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \dots, \Delta \alpha_n$  și  $\Delta \beta_1, \Delta \beta_2, \dots, \Delta \beta_n$  sînt diferențele tabulare (diferențe extrase din tabelele de valori naturale), care rezultă din raportul  $\frac{\sin 1''}{\sin \alpha}$  și  $\frac{\sin 1''}{\sin \beta}$ . Aceste rapoarte sînt numite creșteri ale valorii naturale.

Prin aplicarea corecției  $\epsilon_3 = \frac{P \sin \beta - P \sin \alpha}{P \sin \alpha S_\alpha + P \sin \beta S_\beta}$ , numitorul fiind pozitiv, numărătorul este acela care impune semnul corecției. Dacă  $P \sin \beta < P \sin \alpha$  semnul fracției va fi negativ, iar corecțiile ce se vor aplica unghiurilor  $\beta$  pozitive și invers, dacă  $P \sin \beta > P \sin \alpha$ , corecțiile aplicate unghiurilor  $\beta$  vor fi negative.



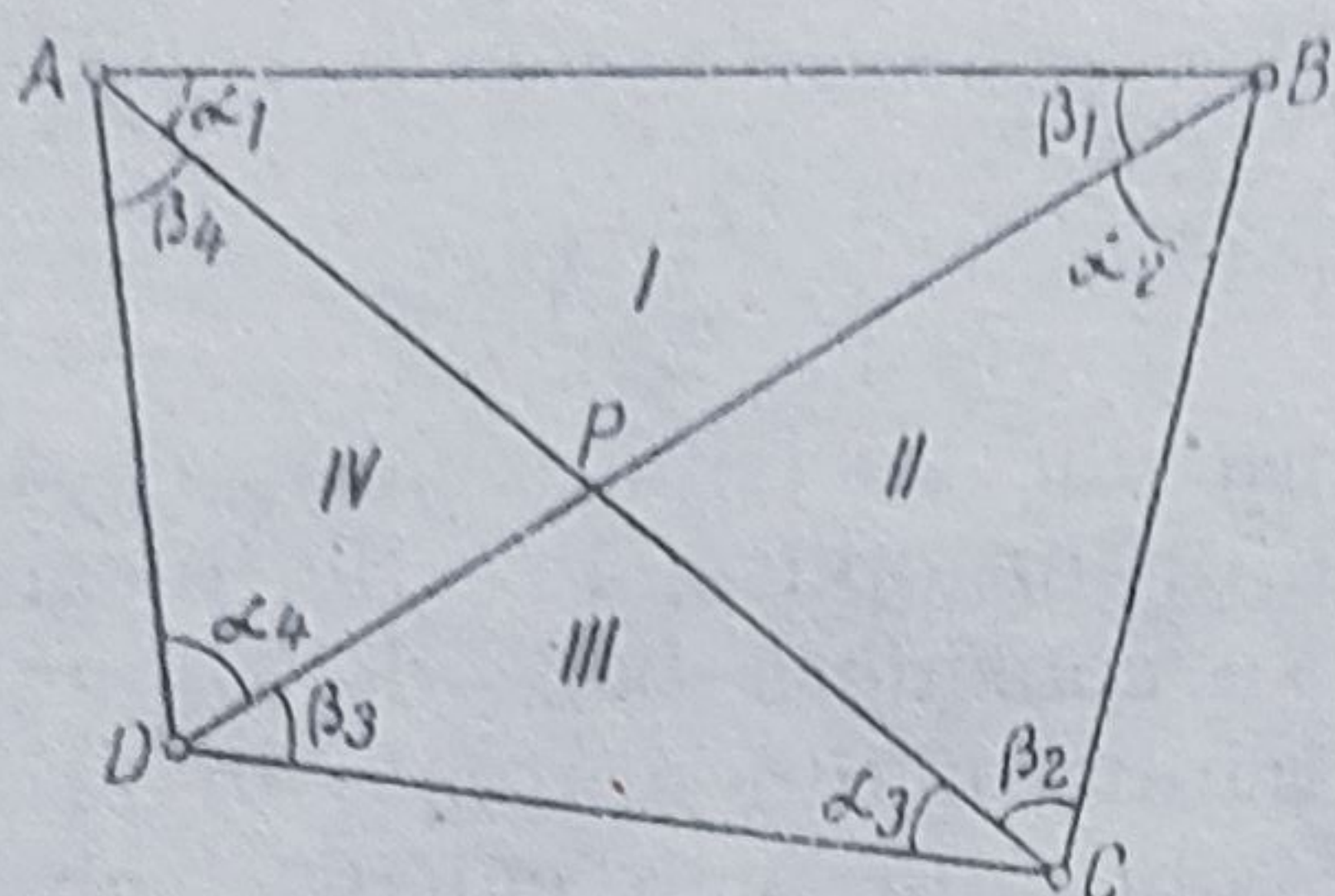


Fig. 151. Compensarea triangulației în patrulater.

După compensarea a treia, unghiurile  $\alpha$  și  $\beta$  vor deveni :

$$\alpha_1''' = \alpha_1'' \pm \varepsilon_3 \text{ și } \beta_1''' = \beta_1'' \pm \varepsilon_3.$$

După ce se aplică corecția  $\varepsilon_3$  unghiurilor  $\alpha$  și  $\beta$ , se obțin orientările definitiv compensate.

Pentru verificare, după aplicarea corecției se va vedea ca  $P \sin \beta = P \sin \alpha$ .

Dacă rețeaua de triunghiuri are o mai mare desfășurare, metoda se aplică în continuare, însă unghiurile deja compensate rămân definitive.

Restul rețelei se compensează după primul poligon.

Toleranțele admise la cele trei compensări sînt :

$$T_1 = 48''; T_2 = 16'' \sqrt{n_u}; T_3 = 8'' \sqrt{n_t}$$

unde  $n_u$  este numărul unghiurilor la centru, iar  $n_t$  numărul triunghiurilor poligonului.

În tabela 7 se dă un exemplu de compensare a triangulației cu punct central (40) [416].

2) Compensarea triangulației dispuse în patrulater. Cînd rețeaua de triunghiuri este formată dintr-un patrulater (fig. 151) sau dintr-un lanț de patrulatere, se măsoară toate unghiurile dintre laturi și diagonalele patrulaterului.

Compensarea întâi. Suma unghiurilor  $\alpha$  și  $\beta$  să fie egală cu  $400^g$  :

$$\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3 + \beta_3 + \alpha_4 + \beta_4 = 400^g.$$

În caz de neconcordanță,

$$\varepsilon_1 = 400^g - (\Sigma \alpha + \Sigma \beta).$$

Eroarea se împarte la numărul unghiurilor (8), deci :

$$\alpha_1' = \alpha_1 \pm \frac{\varepsilon_1}{8} \quad \beta_1' = \beta_1 \pm \frac{\varepsilon_1}{8}$$

$$\alpha_2' = \alpha_2 \pm \frac{\varepsilon_1}{8} \quad \beta_2' = \beta_2 \pm \frac{\varepsilon_1}{8}$$

$$\alpha_3' = \alpha_3 \pm \frac{\varepsilon_1}{8} \quad \beta_3' = \beta_3 \pm \frac{\varepsilon_1}{8}$$

$$\alpha_4' = \alpha_4 \pm \frac{\varepsilon_1}{8} \quad \beta_4' = \beta_4 \pm \frac{\varepsilon_1}{8}.$$



Compensarea a doua. În patrulater, diagonalele separă triunghiurile care sînt două cîte două opuse la vîrf (Triunghiurile I—III și II—IV).

Deoarece suma unghiurilor într-un triunghi este egală cu  $200^g$  și triunghiurile au două cîte două unghiuri opuse la vîrf, rezultă :

$$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_3 + \beta_3;$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = \alpha_4 + \beta_4.$$

Deoarece apar diferențe, acestea se pun în evidență scriind relațiile :

$$\pm \varepsilon_2 = \alpha_1 + \beta_1 - \alpha_3 - \beta_3 \text{ și}$$

$$\pm \varepsilon_2' = \alpha_2 + \beta_2 - \alpha_4 - \beta_4.$$

Corecțiile se repartizează cu semn schimbat, în mod egal fiecărui unghi, pentru fiecare grupă de unghiuri. Astfel,

$$\alpha_1'' = \alpha_1' \pm \frac{\varepsilon_2}{4} \quad \alpha_2'' = \alpha_2' \pm \frac{\varepsilon_2'}{4}$$

$$\beta_1'' = \beta_1' \pm \frac{\varepsilon_2}{4} \quad \beta_2'' = \beta_2' \pm \frac{\varepsilon_2'}{4}$$

$$\alpha_3'' = \alpha_3' \pm \frac{\varepsilon_2}{4} \quad \alpha_4'' = \alpha_4' \pm \frac{\varepsilon_2'}{4}$$

$$\beta_3'' = \beta_3' \pm \frac{\varepsilon_2}{4} \quad \beta_4'' = \beta_4' \pm \frac{\varepsilon_2'}{4}$$

După compensarea a doua vom avea :

$$\alpha_1'' + \beta_1'' = \alpha_3'' + \beta_3'' \text{ și}$$

$$\alpha_2'' + \beta_2'' = \alpha_4'' + \beta_4''.$$

Compensarea a treia se face ca și în cazul poligonului cu punct central. Demonstrativ, se consideră punctul  $P$  la intersecția diagonalelor și latura  $PA$ , o semidiagonală, ca bază a triangulației. Legea sinusurilor ne dă, ca și în cazul precedent :

$$\frac{PA}{PB} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}; \quad \frac{PB}{PC} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2}; \quad \frac{PC}{PD} = \frac{\sin \beta_3}{\sin \alpha_3}; \quad \frac{PD}{PA} = \frac{\sin \beta_4}{\sin \alpha_4}.$$

Produsul membru cu membru al acestor relații ne dă

$$P \sin \beta = P \sin \alpha.$$

Dacă această condiție nu este satisfăcută, se va căuta corecția  $\varepsilon_3$ , utilizînd aceeași relație :

$$\pm \varepsilon_3 = \frac{P \sin \beta - P \sin \alpha}{P \sin \alpha S\alpha + P \sin \beta S\beta}.$$



### Compensarea triangulației

Compensarea unghiurilor						
Triunghiuri	Unghiuri	Unghiuri compensate în stație	Compensarea I	Unghiuri compensate I	Compensarea a II-a	Unghiuri compensate II
1	2	g c cc	4	g c cc	6	g c cc
1	2	3	4	5	6	7
I	$\alpha_1$	44 85 32		44 85 32		44 85 32
	$\beta_1$	77 43 92		77 43 92	+1	77 43 93
	$\gamma_1$	77 70 77	-1	77 70 76	-1	77 70 75
		200 00 01	-1	200 00 00		200 00 00
II	$\alpha_2$	66 43 59	-1	66 43 58		66 43 58
	$\beta_2$	80 78 69	-1	80 78 68		80 78 68
	$\gamma_2$	52 77 75	-1	52 77 74		52 77 74
		200 00 03	-3	200 00 00		200 00 00
III	$\alpha_3$	63 16 81	+2	63 16 83	+1	63 16 84
	$\beta_3$	39 08 44	+2	39 08 46		39 08 46
	$\gamma_3$	97 74 68	+3	97 74 71	-1	97 74 70
		199 99 93	+7	200 00 00		200 00 00
IV	$\alpha_4$	69 20 57	+1	69 20 58		69 20 58
	$\beta_4$	79 98 04	+2	79 98 06		79 98 06
	$\gamma_4$	50 81 35	+1	50 81 36		50 21 36
		199 99 96	+4	200 00 00		200 00 00
V	$\alpha_5$	43 32 47		43 32 47	+1	43 32 48
	$\beta_5$	35 72 07		35 72 07		35 72 07
	$\gamma_5$	120 95 45	+1	120 95 46	-1	120 95 45
		199 99 99	+1	200 00 00		200 00 00
		Σ 400 00 03				
		cor = -3				



Tabela 7

(poligon cu punct central) (40)

rilor compensate

Unghiuri $\alpha$			Unghiuri $\beta$			Compensarea a III-a	Unghiuri defi- nitive com- pensarea III		
$\frac{\sin \alpha}{\cos. \sin \alpha}$	$\Delta \alpha =$ $\sin 1''$	$\frac{\sin 1''}{\sin \alpha}$	$\frac{\sin \beta}{\cos. \sin \beta}$	$\Delta \beta =$ $\sin 1''$	$\frac{\sin 1''}{\sin \beta}$		g	c	cc
8	9	10	11	12	13				
647 692 —1	1,20	1,852	937 861 +1	0,54	0,575	—1 +1	44	85	31
							77	43	94
							77	70	75
							200	00	00
864 206 —1	0,79	0,914	954 803 +0	0,47	0,492	—1 +1	66	43	57
							80	78	69
							52	77	74
							200	00	00
837 256 —1	0,86	1,027	576 092 +1	1,28	2,221	—1 +1	63	16	83
							39	08	47
							97	74	70
							200	00	00
885 274 —1	0,73	0,825	950 962 +0	0,48	0,504	—1 +1	69	20	57
							79	98	07
							50	81	36
							200	00	00
629 217 —1	1,22	1,938	532 117 —1	1,33	2,499	—1 +1	43	32	47
							35	72	08
							120	95	45
							200	00	00
$e_3 = \frac{P_\beta P_\alpha}{P_\beta S_\beta + P_\alpha S_\alpha} \cdot 10^6 = \frac{-4,558}{3,354} = -1'' , 359 \approx -1''$									
0,261	048 920	6,5560	0,261 044	362	6,291				
	$P_\alpha$	$S_\alpha$	$P_\beta$		$S_\beta$				



Toleranțele admise la compensarea triangulației în patrulater sînt :

$$T_1 = 56^{\text{cc}}; T_2 = 28^{\text{cc}}; T_3 = 14^{\text{cc}}.$$

Calcularea laturilor triangulației. Avînd unghiurile definitiv compensate și lungimea bazei de triangulație măsurată cu precizie, valorile laturilor se obțin prin teorema sinusurilor. În triunghiul ABC (fig. 152) avem:

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}.$$

Primul raport fiind cunoscut,  $\frac{AB}{\sin \gamma} = K_1$  (modulul triunghiului 1), *baza de triang.*  
celelalte două laturi vor fi :

$$\begin{cases} BC = K_1 \sin \alpha; \\ AC = K_1 \sin \beta. \end{cases}$$

În triunghiul alăturat BCD, latura BC este deja determinată, iar unghiurile se cunosc (prin măsurare).

Modulul triunghiului 2 va fi  $K_2 = \frac{BC}{\sin \omega}$ .

$$CD = K_2 \sin \mu$$

$$BD = K_2 \sin \varphi \quad \text{s.a.m.d.}$$

Calcularea orientărilor laturilor. Laturile triunghiurilor triangulațiilor de diferite ordine se orientează în funcție de orientarea bazei de triangulație (sau în funcție de orientarea unei laturi oarecare), deja determinată în teren.

Cînd se cunoaște orientarea acestei laturi în sens direct, de exemplu de la A la B (fig. 153), orientarea inversă va fi egală cu orientarea directă modificată cu  $200^{\text{g}}$ .

$$\theta_{B-A} = \theta_{A-B} + 200^{\text{g}}.$$

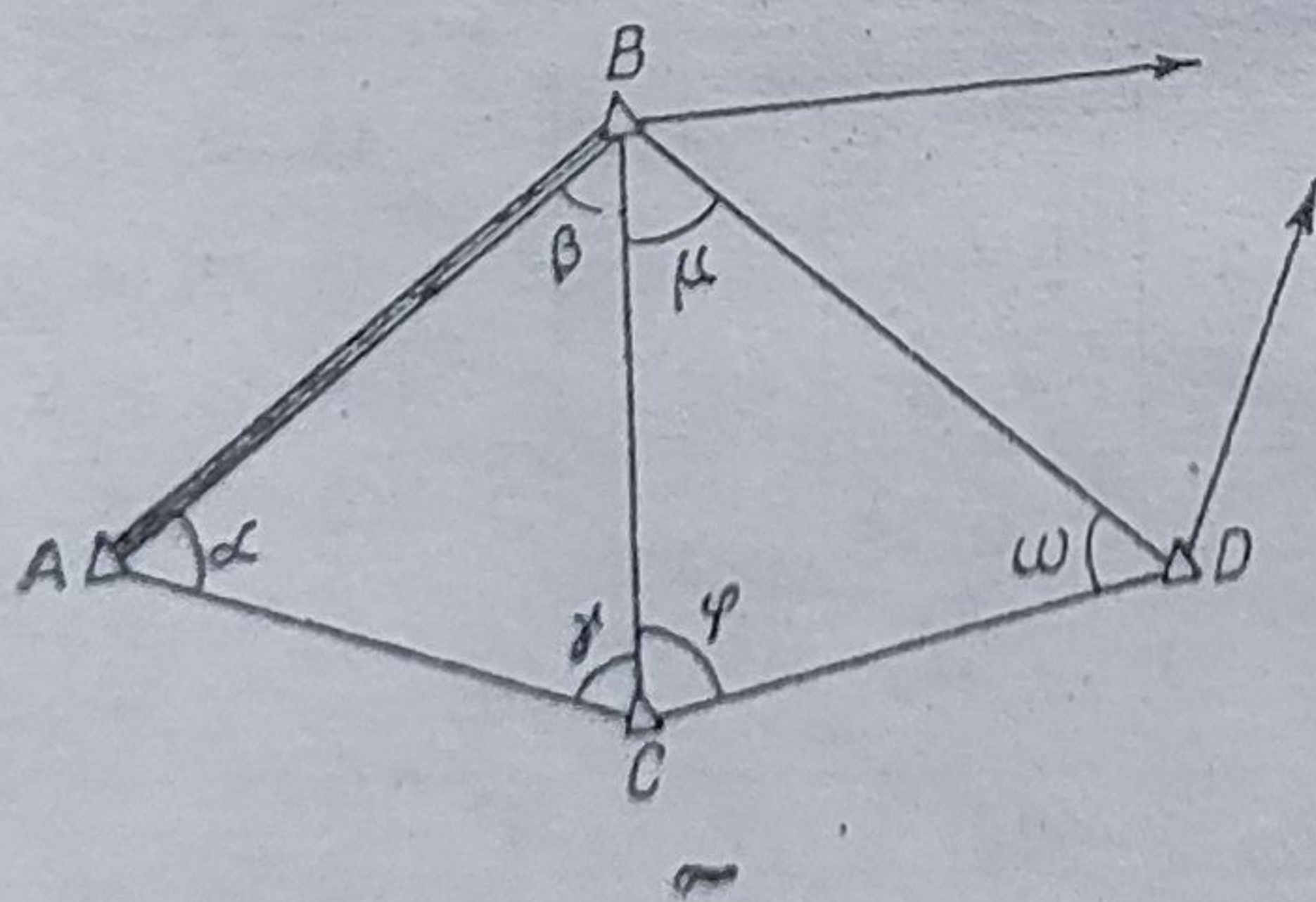


Fig. 152. Calculul laturilor triangulației.

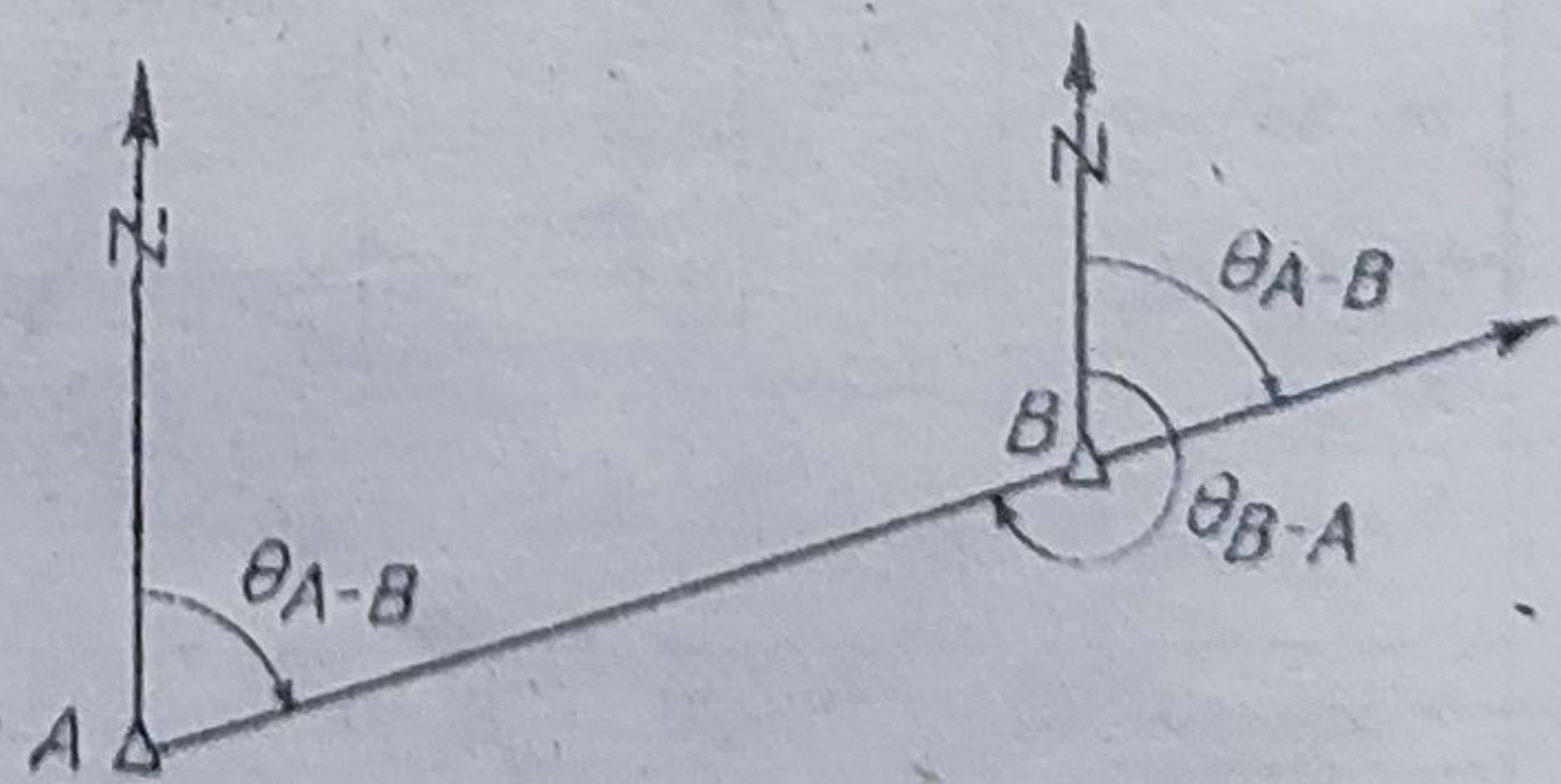


Fig. 153. Calculul orientării inverse.



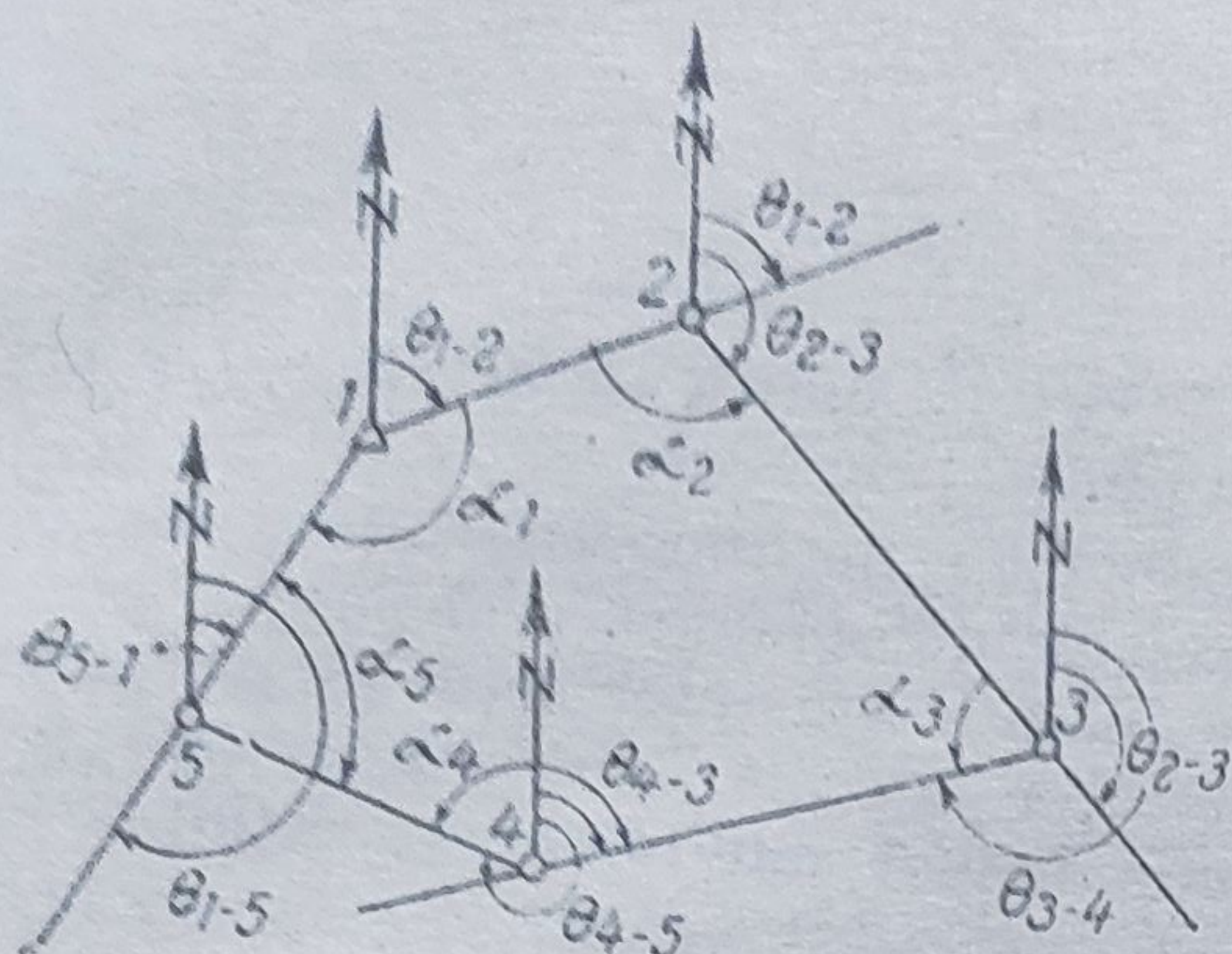


Fig. 154. Orientarea laturilor triangulațiilor dispuse în poligon.

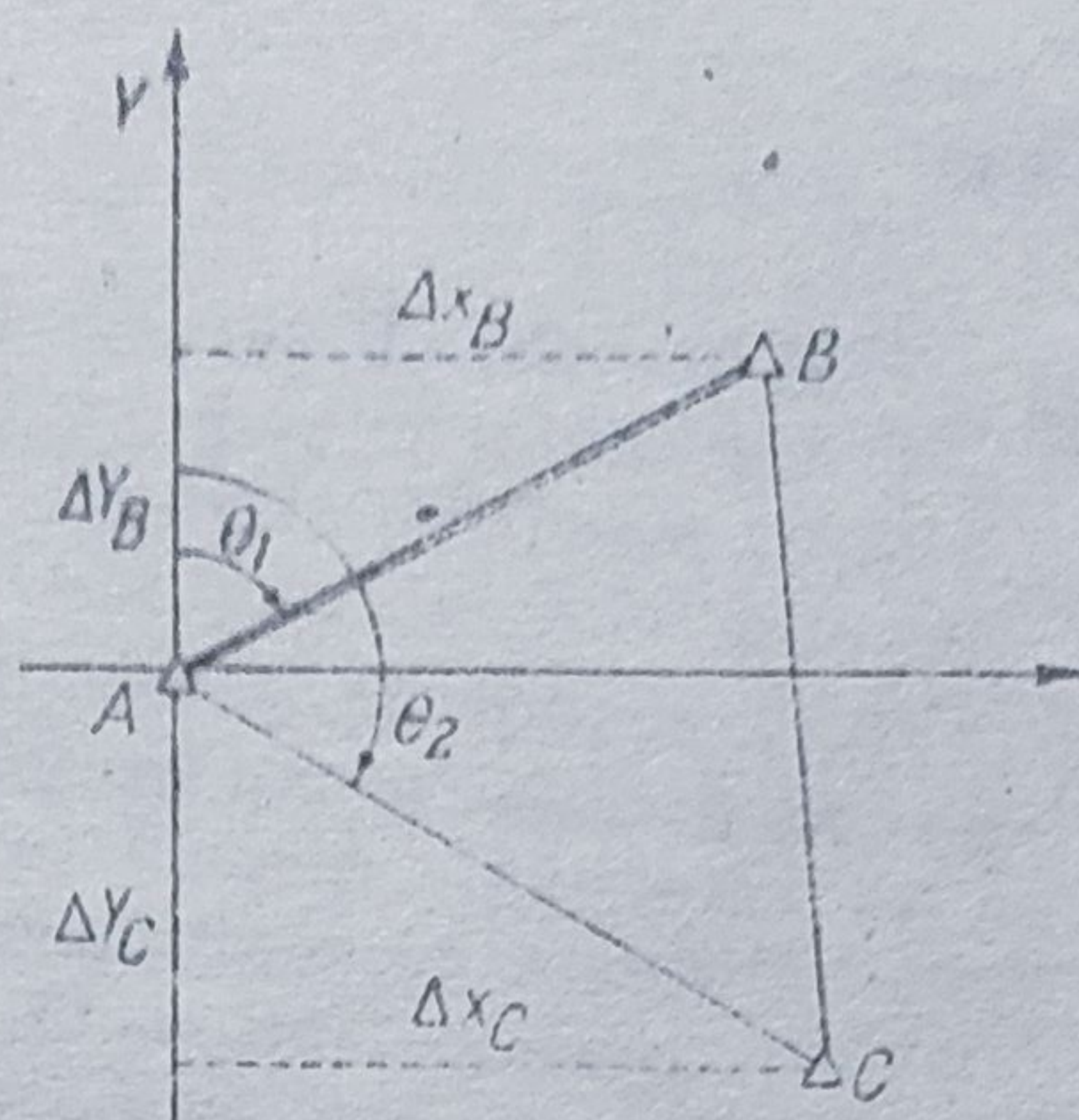


Fig. 155. Calculul coordonatelor vîrfurilor triunghiurilor.

Pentru orientarea tuturor laturilor unei triangulații dispuse în poligon vom avea (fig. 154) :

$$\theta_{1-2} = 0$$

$$\theta_{2-3} = \theta_{1-2} + 200^g - \alpha_2$$

$$\theta_{3-4} = \theta_{2-3} + 200^g - \alpha_3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\theta_{(n-1)-n} = \theta_{(n-2)-(n-1)} + 200^g - \alpha_{n-1}$$

$$\theta_{n-1} = \theta_{(n-1)-n} + 200^g - \alpha_n$$

La închidere, pentru verificare trebuie să avem :

$$0 = \theta_{1-2} = \theta_{n-1} + 200^g - \alpha_1$$

$$\theta_{n-1} + 200^g = \theta_{1-2}$$

Calcularea coordonatelor vîrfurilor triunghiurilor. Cunoșcînd valorile orientărilor (azimutelor) laturilor și ale lungimii laturilor, coordonatele rectangulare ale punctelor, vîrfuri ale triunghiurilor de diferite ordine, se obțin relațiile (fig. 155).

$$X_B = X_A + \Delta X_B$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_B$$

$$X_B = AB \sin \theta_1$$

$$Y_B = AB \cos \theta_1$$

dar

și

Înlocuind, rezultă :

$$X_B = X_A + AB \sin \theta_1$$

$$Y_B = Y_A + AB \cos \theta_1$$



Dacă punctul  $B$  se află în alt cadran față de punctul  $A$ , se ține cont de semnul diferențelor  $\Delta X$  și  $\Delta Y$ .

b. **Intersecțiile.** Metodele de intersecție se aplică la determinarea poziției punctelor necunoscute din teren numai prin vizări.

După modul de determinare a punctelor necunoscute, făcând stație în puncte cunoscute sau în cele necunoscute, deosebim :

- intersecția directă (intersecția înainte sau intersecția propriu-zisă);
- intersecția semidirectă (intersecția laterală sau întretăierea);
- intersecția indirectă (intersecția înapoi sau retrointersecția).

1) **Intersecția directă.** Pentru obținerea coordonatelor unui punct necunoscut  $M$ , sînt necesare cel puțin două puncte cunoscute  $A$  și  $B$  în care, efectuînd stații succesive, după orientarea aparatelor pe  $R_1$  și  $R_2$ , se vizează punctul necunoscut din teren (fig. 156). Pentru verificare se utilizează un al treilea punct cunoscut, din care se vizează din nou punctul necunoscut.

Teoretic, intersecția celor trei vizări orientate trebuie să ne dea poziția planimetrică a punctului  $M$ .

În realitate, datorită erorilor ce intervin în operațiile de teren și în raportarea punctelor și a vizărilor pe minută, nu se va obține un punct unic  $M$ , ci un triunghi  $M_1, M_2, M_3$ , numit *triunghiul erorilor*. Punctul necunoscut  $M$  se va afla în interiorul acestui triunghi, la o distanță proporțională cu lungimea vizărilor (fig. 157).

Suprafața triunghiurilor erorilor va fi cu atît mai mică, cu cît operațiile s-au efectuat mai îngrijit și mai precis. Cînd punctele  $M_1, M_2, M_3$  au coordonate sensibil apropiate, pentru punctul  $M$  se pot lua coordonatele rezultate din media coordonatelor celor trei puncte. Dacă triunghiul este mai mare și se încadrează în toleranța admisă, problema se rezolvă prin *metoda punctului apropiat*.

**Executarea intersecției directe.** Poziția punctului (sau a punctelor) necunoscut se obține operînd în teren fie cu planșeta topografică, fie cu un teodolit. După instrumentul utilizat, vom obține coordonatele punctului (punctelor) grafic sau prin calcul.

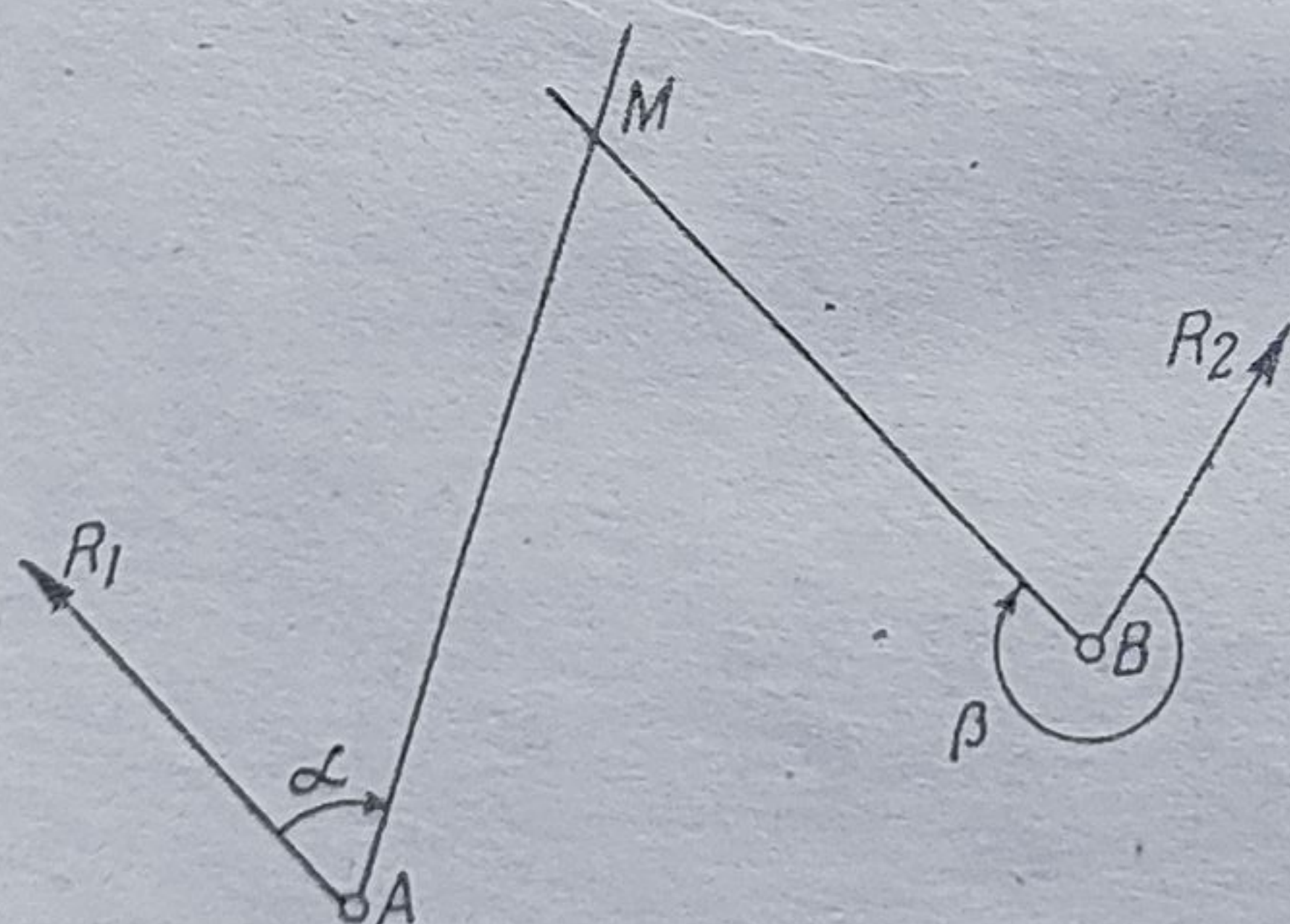


Fig. 156. Principiul intersecției directe.

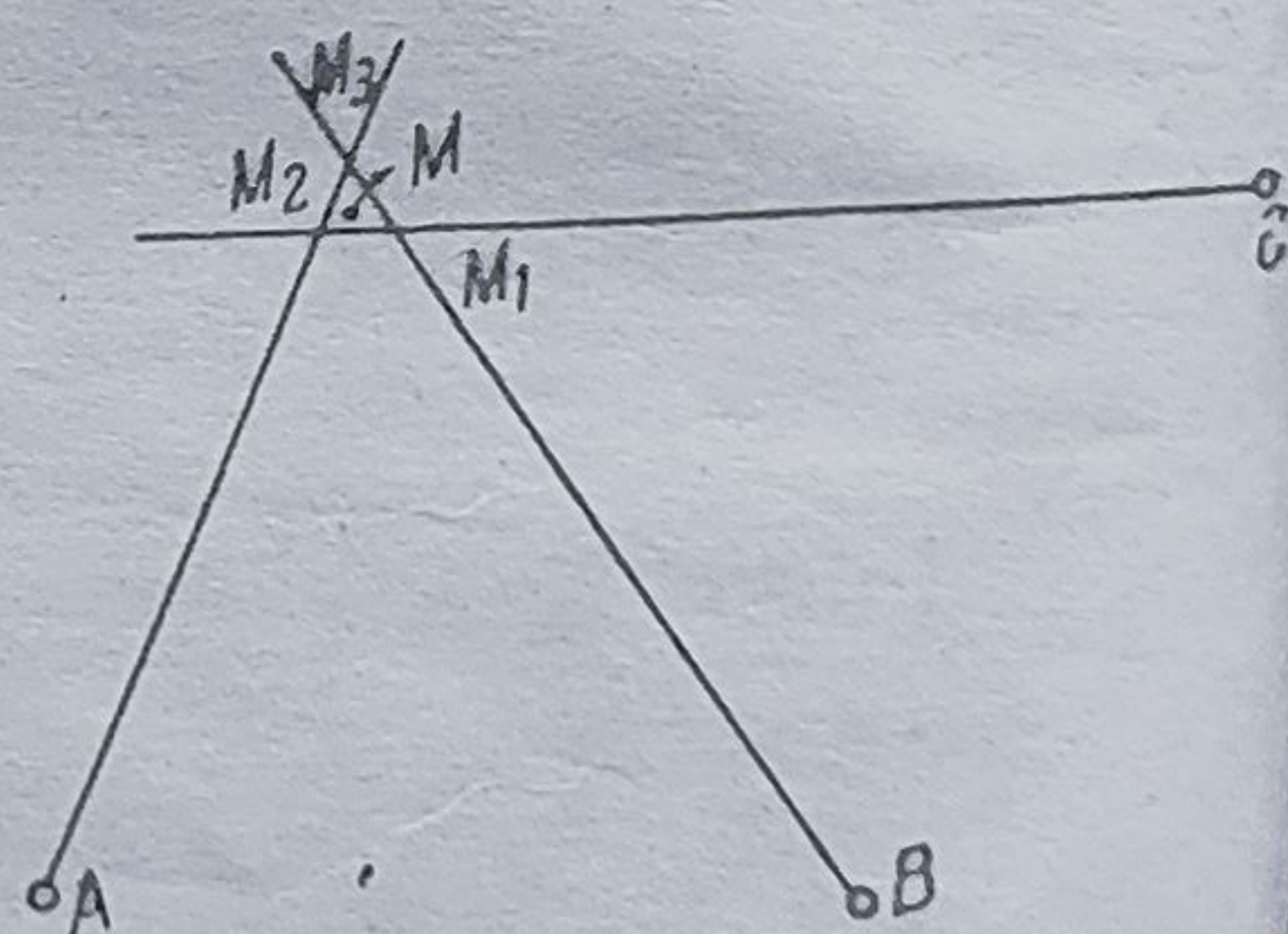


Fig. 157. Formarea triunghiului erorilor.



Executarea intersecției directe cu planșeta. Se cunosc punctele  $A (x_1, y_1)$  și  $B (x_2, y_2)$  care se raportează pe planșetă la o scară convenabilă (punctele  $a$  și  $b$ ). Se cere determinarea coordonatelor punctului necunoscut  $N$  din teren.

Se instalează planșeta în punctul  $A$  din teren, pe verticala  $Aa$ , se calează și se orientează pe direcția  $ab$ , vizînd cu alidada punctul  $B$  din teren.

Cu planșeta orientată, fixă, se deplasează alidada peste punctul  $a$  de pe planșetă și se vizează punctul  $N$  din teren; se trasează vizarea în lungul alidadei, pe toată lungimea ei. Dacă se urmărește determinarea și a altor puncte necunoscute, se trasează toate vizările înainte de părăsirea stației (de exemplu, punctele  $Q$  și  $R$ ).

Se verifică orientarea planșetei, vizînd din nou punctul  $B$ .

Aparatul se mută în stația  $B$ , se instalează și se orientează pe direcția  $ba$ , vizînd în teren punctul  $A$ . Se îndreaptă apoi alidada peste punctul  $b$  și se vizează aceleași puncte necunoscute din teren  $N, Q, R$ . Vizările din  $b$  se trasează numai pe porțiunea utilă (fig. 158).

La intersecția vizărilor orientate  $AN$  și  $BN$  se va afla poziția punctului necunoscut  $N$ , ale cărui coordonate se extrag grafic și se adaugă, după transformarea la scară, la coordonatele unuia din punctele cunoscute. Față de punctul  $A (x_1, y_1)$  vom avea :

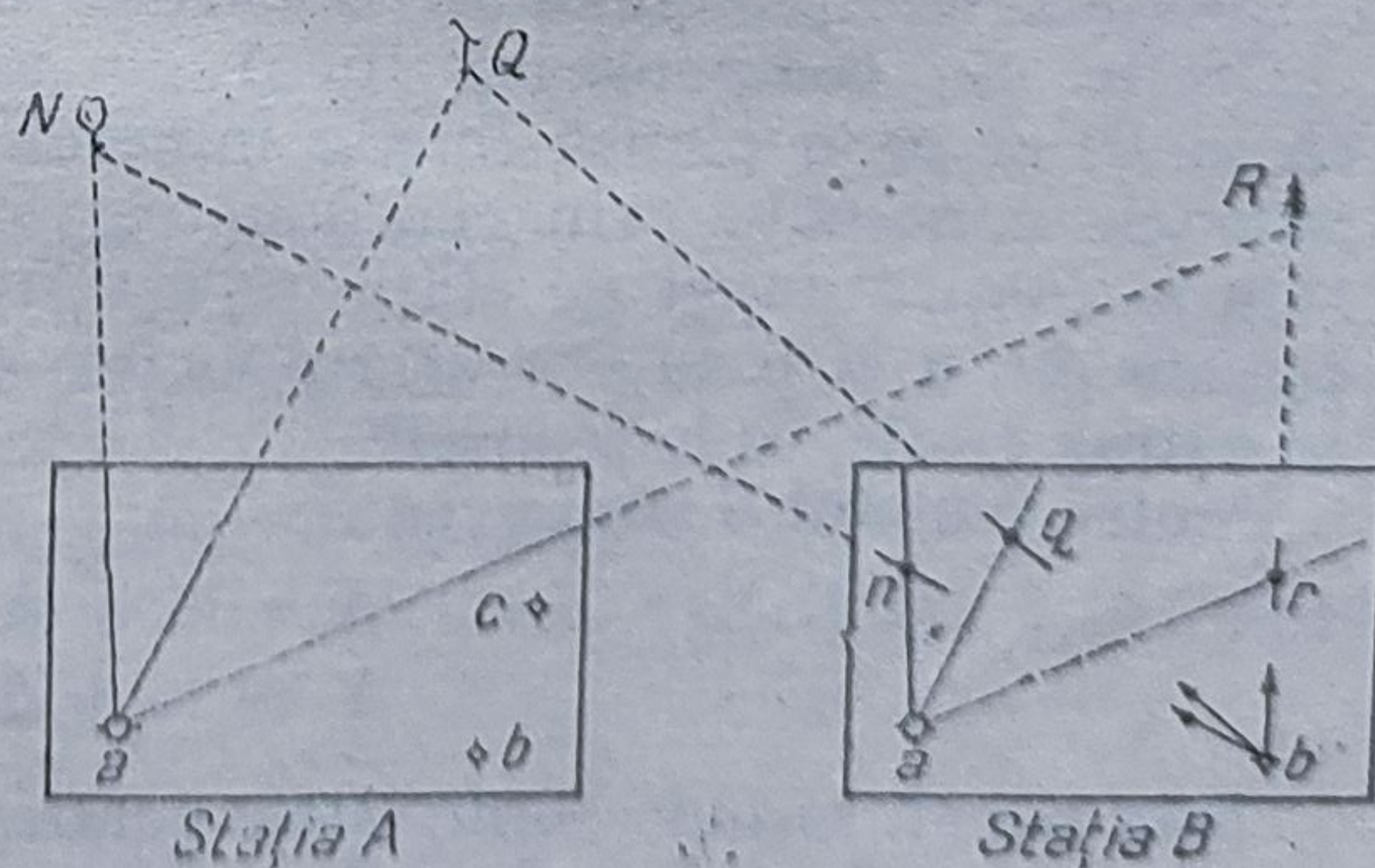
$$X_N = x_1 + \Delta X_N;$$

$$Y_N = y_1 + \Delta Y_N.$$

Pentru a afla poziția celorlalte puncte necunoscute, se completează turul de orizont din  $b$ , vizînd și punctele  $Q$  și  $R$ . Coordonatele lor se află în același mod.

Pentru obținerea poziției punctului (punctelor) necunoscut, sînt suficiente două puncte cunoscute. Însă pentru operațiile de canevas, pentru verificare se utilizează întotdeauna un al treilea punct cunoscut  $C$ , din care, trasînd vizările spre aceleași puncte necunoscute, acestea trebuie să treacă prin intersecția primelor două vizări sau se va forma un mic triunghi al erorilor.

Fig. 158. Executarea intersecției directe la planșetă.





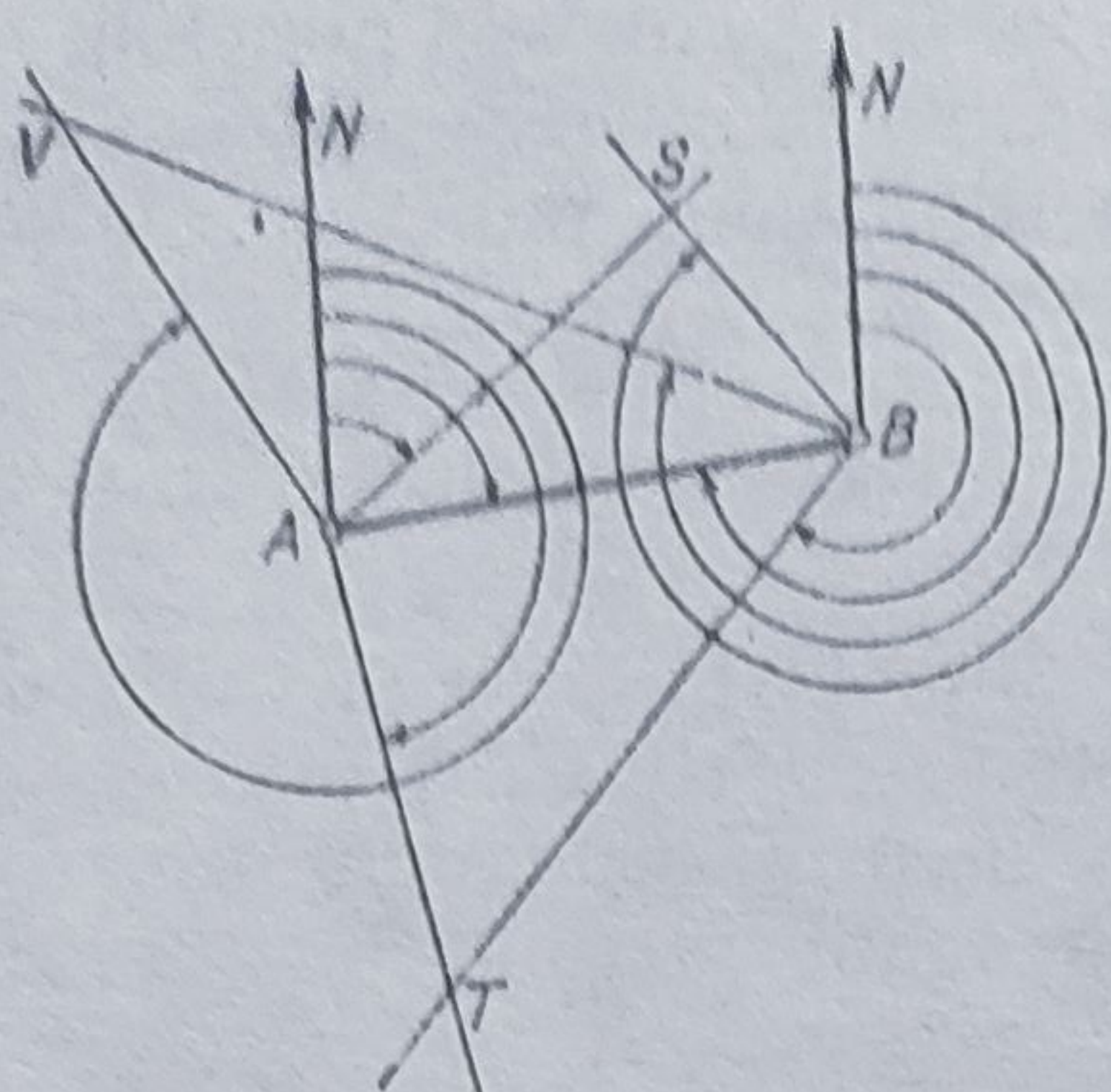


Fig. 159. Executarea intersecției directe cu teodolitul.

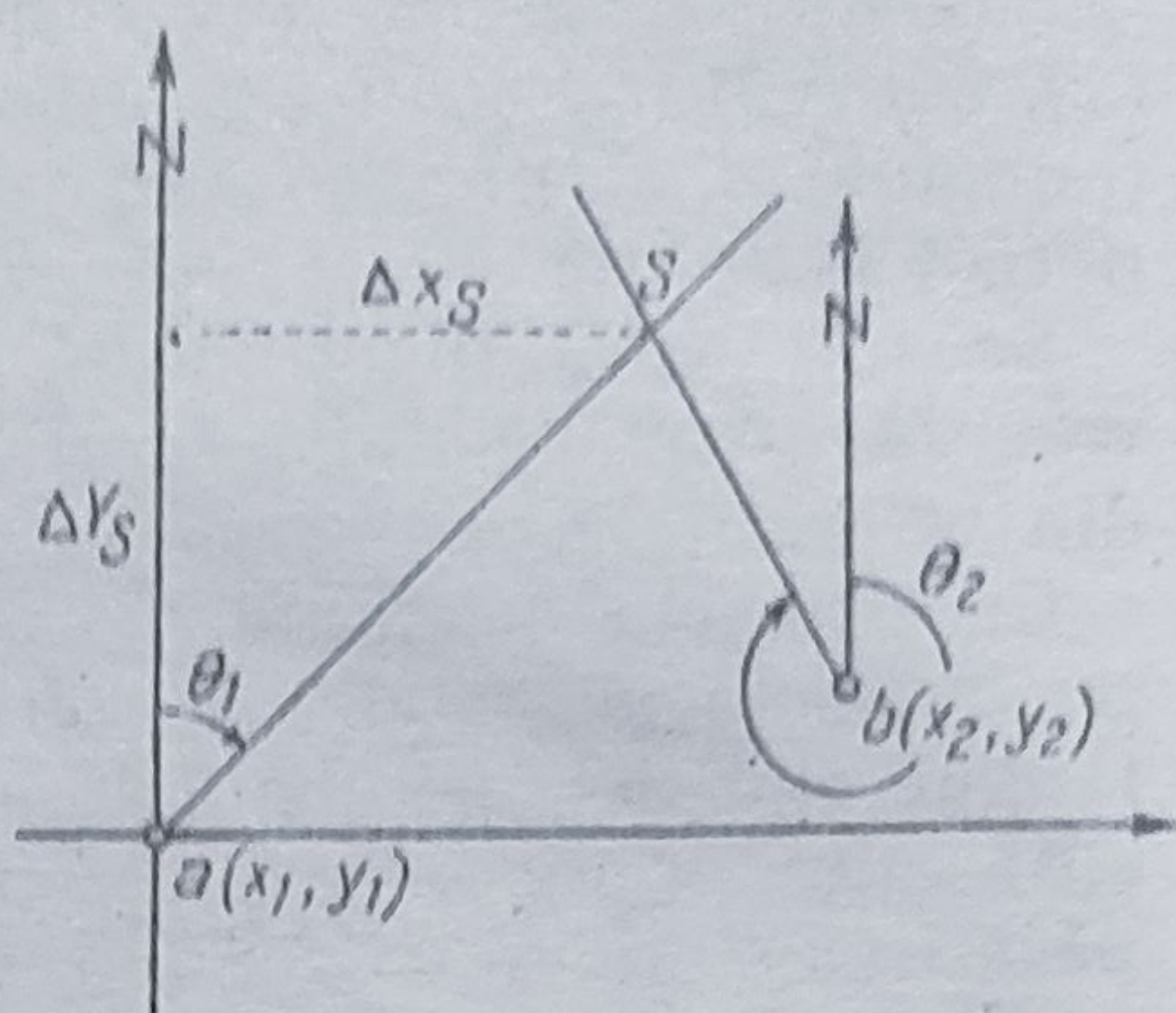


Fig. 160. Determinarea grafică a coordonatelor.

**Executarea intersecției directe cu teodolitul.** Se dispune de aceleași puncte cunoscute  $A$  și  $B$  și se cere determinarea coordonatelor punctelor necunoscute  $S, T, V$  (fig. 159).

Se face stație cu teodolitul în punctul  $A$ , unde se orientează vizând pe punctul  $B$ , cu  $0_{A-B}$  instalat pe aparat. Se efectuează apoi un tur de orizont în care se includ punctele necunoscute  $T, V, S$  și se notează în carnet, orientările  $0_{A-T}, 0_{A-V}, 0_{A-S}$ .

Se închide turul de orizont pe direcția de plecare.

În cazul că aparatul nu dispune de mișcare generală, se calculează modulul în stația  $A$ ,  $0_o^A$ .

$$0_o^A = 0_{A-B} - C_{A-B},$$

$C_{A-B}$  fiind citirea din  $A$  pe  $B$ .

Aparatul se deplasează în  $B$ , unde se orientează prin vizare inversă pe  $A$ , folosind orientarea  $0_{B-A} = 0_{A-B} \pm 200^g$ .

În stația  $B$  se efectuează un nou tur de orizont pe aceleași puncte necunoscute ( $V, S, T$ ), notîndu-se orientările  $0_{B-V}, 0_{B-S}, 0_{B-T}$ .

Coordonatele punctelor necunoscute se pot obține grafic și prin calcul.

**Grafic.** Se compensează turul de orizont orientat în fiecare stație ( $A$  și  $B$ ) și pe o planșă (hîrtie milimetrică sau albă) se raportează întii punctele cunoscute prin coordonatele lor  $a$  și  $b$  și orientările compensate în fiecare punct de stație ( $0_1$  și  $0_2$ ) (fig. 160). La intersecția dreptelor trasate din  $a$  și  $b$  se vor afla punctele necunoscute ale căror coordonate se extrag grafic, ca la planșetă.

Pentru punctul  $S$  vom avea :

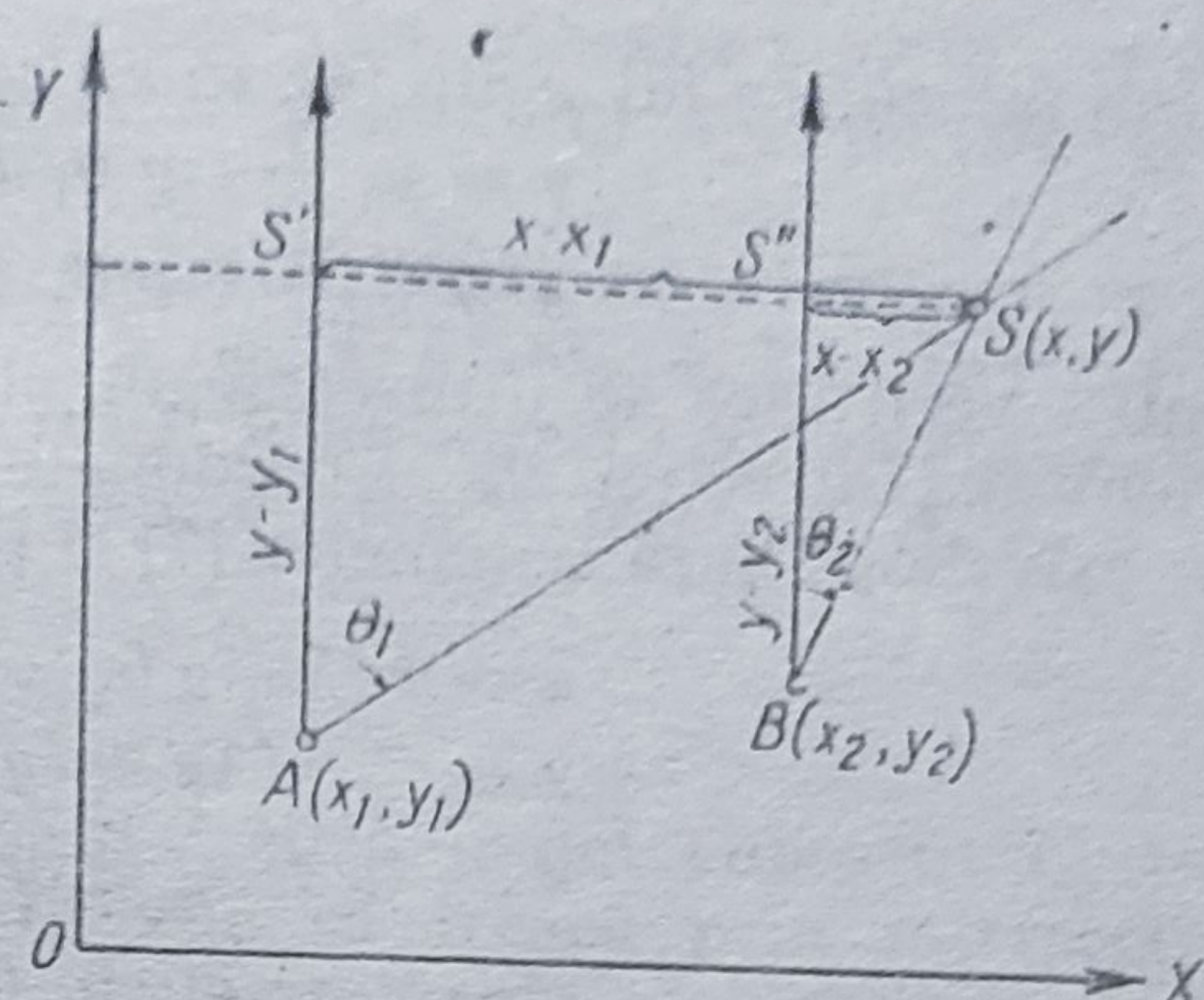
$$X = x_1 + \Delta X_S;$$

$$Y = y_1 + \Delta Y_S.$$

**Prin calcul.** Avînd coordonatele cunoscute ale punctelor  $A$  și  $B$  și orientările  $0_{A-S}$  ( $0_1$ ) și  $0_{B-S}$  ( $0_2$ ) către un punct necunoscut  $S$ , coordonatele



Fig. 161. Intersecția directă calculată.



acestui punct se pot afla prin rezolvarea sistemului format din ecuațiile dreptelor  $AS$  și  $BS$  ce trec prin punctul dat (fig. 161).

Din triunghiul dreptunghic  $SS'A$  putem scrie :

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{x - x_1}{y - y_1} \text{ și } \operatorname{ctg} \theta_1 = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

și din triunghiul dreptunghic  $SS''B$ ,

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{x - x_2}{y - y_2} \text{ și } \operatorname{ctg} \theta_2 = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

sau

$$\left. \begin{aligned} x - x_1 &= \operatorname{tg} \theta_1 (y - y_1) \\ x - x_2 &= \operatorname{tg} \theta_2 (y - y_2) \end{aligned} \right\} \quad [1]$$

și

$$\left. \begin{aligned} y - y_1 &= \operatorname{ctg} \theta_1 (x - x_1) \\ y - y_2 &= \operatorname{ctg} \theta_2 (x - x_2) \end{aligned} \right\} \quad [2]$$

În sistemul [1], scăzînd a doua ecuație din prima, obținem :

$$x_2 - x_1 = \operatorname{tg} \theta_1 (y - y_1) - \operatorname{tg} \theta_2 (y - y_2).$$

Prin desfacerea parantezelor, gruparea termenilor ce conțin pe  $y$  și dînd factor comun parțial pe  $y$ , se obține :

$$y = \frac{x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \theta_1 - y_2 \operatorname{tg} \theta_2}{\operatorname{tg} \theta_1 - \operatorname{tg} \theta_2}. \quad [3]$$

Procedînd în același mod în sistemul [2], avem :

$$x = \frac{y_2 - y_1 + x_1 \operatorname{ctg} \theta_1 - x_2 \operatorname{ctg} \theta_2}{\operatorname{ctg} \theta_1 - \operatorname{ctg} \theta_2}. \quad [4]$$

Se obțin astfel coordonatele punctului necunoscut  $S$ .

Coordonatele se mai pot afla și prin înlocuirea valorii lui  $y$  din egalitatea [3] în sistemul [1].

Vom avea :

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 + \operatorname{tg} \theta_1 (y - y_1) \\ x &= x_2 + \operatorname{tg} \theta_2 (y - y_2) \end{aligned} \right\} \quad [5]$$



sau, prin înlocuirea lui  $x$  din [4], în sistemul [2] :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_1 + \operatorname{ctg} \theta_1 (x - x_1) \\ y &= y_2 + \operatorname{ctg} \theta_2 (x - x_2) \end{aligned} \right\} \quad [6]$$

Pentru verificare se utilizează un al treilea punct cunoscut  $C (x_3, y_3)$  și orientarea direcției  $\theta_3$ . Coordonatele punctului necunoscut  $S (x, y)$  se vor calcula pe baza sistemelor [7] și [8] :

$$\left. \begin{aligned} x - x_1 &= \operatorname{tg} \theta_1 (y - y_1) \\ x - x_2 &= \operatorname{tg} \theta_2 (y - y_2) \\ x - x_3 &= \operatorname{tg} \theta_3 (y - y_3) \end{aligned} \right\} \quad [7]$$

$$\left. \begin{aligned} y - y_1 &= \operatorname{ctg} \theta_1 (x - x_1) \\ y - y_2 &= \operatorname{ctg} \theta_2 (x - x_2) \\ y - y_3 &= \operatorname{ctg} \theta_3 (x - x_3) \end{aligned} \right\} \quad [8]$$

Calcululele se rezolvă cu ajutorul mașinii de calculat.

2) **Intersecția semidirectă (laterală).** Când se cunosc două puncte  $A (x_1, y_1)$  și  $B (x_2, y_2)$  și se cere determinarea unui punct necunoscut  $N (x, y)$  unul din puncte  $B$  fiind inaccesibil (turlă de biserică, semnal pe clădire etc.), se face stație în punctul cunoscut  $A$  și în punctul necunoscut  $N$  (fig. 162) și se măsoară unghiurile  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ .

Poziția punctului necunoscut se va afla la intersecția vizării orientate directe  $\theta_{AN}$  și a vizării orientate inverse  $\theta_{NB}$ .

Intersecția semidirectă este un caz particular al intersecției directe.  
Se poate lucra cu planșeta și cu teodolitul.

*Executarea intersecției semidirecte cu planșeta.* Punctele cunoscute  $A$  și  $B$  se raportează pe planșetă în  $a$  și  $b$ . Se orientează planșeta pe direcția  $AR$  și se verifică pe  $ab$ , vizînd punctul  $R$ , respectiv punctul  $B$  din teren (fig. 163).

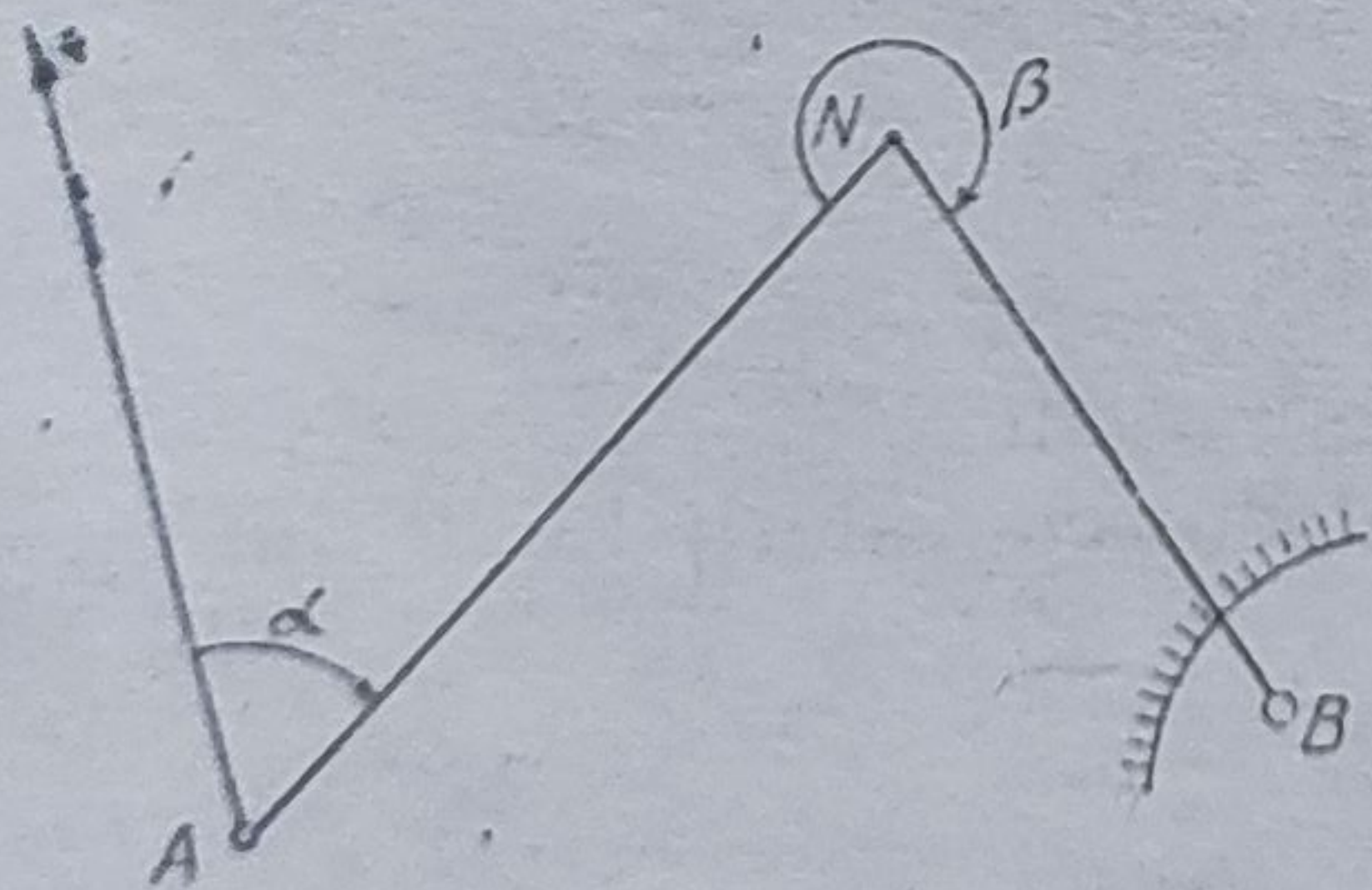


Fig. 162. Principiul intersecției semidirecte.

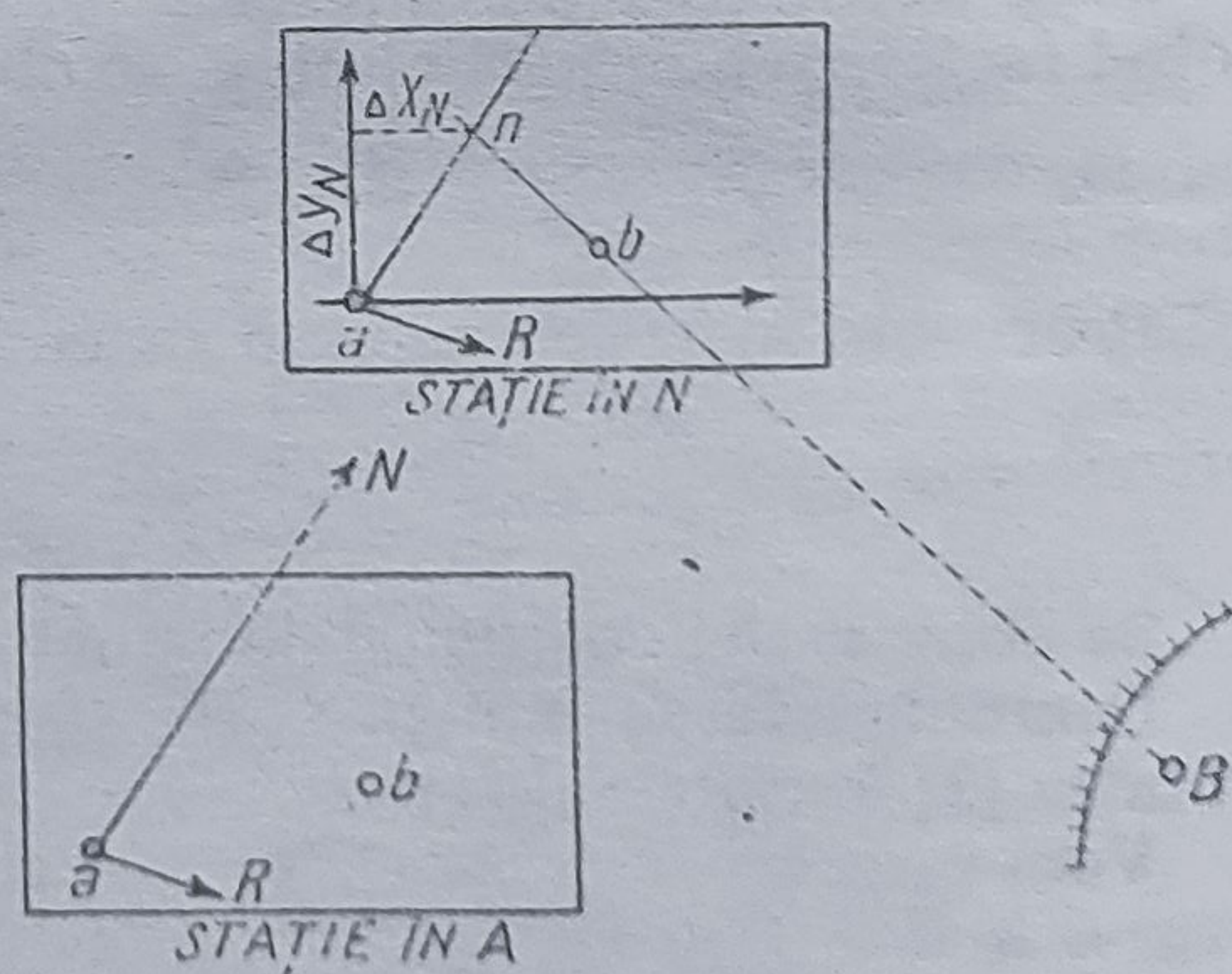


Fig. 163. Executarea intersecției semidirecte la planșetă.



sau, prin înlocuirea lui  $x$  din [4], în sistemul [2] :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_1 + \operatorname{ctg} \theta_1 (x - x_1) \\ y &= y_2 + \operatorname{ctg} \theta_2 (x - x_2) \end{aligned} \right\} \quad [6]$$

Pentru verificare se utilizează un al treilea punct cunoscut  $C (x_3, y_3)$  și orientarea direcției  $\theta_3$ . Coordonatele punctului necunoscut  $S (x, y)$  se vor calcula pe baza sistemelor [7] și [8] :

$$\left. \begin{aligned} x - x_1 &= \operatorname{tg} \theta_1 (y - y_1) \\ x - x_2 &= \operatorname{tg} \theta_2 (y - y_2) \\ x - x_3 &= \operatorname{tg} \theta_3 (y - y_3) \end{aligned} \right\} \quad [7]$$

$$\left. \begin{aligned} y - y_1 &= \operatorname{ctg} \theta_1 (x - x_1) \\ y - y_2 &= \operatorname{ctg} \theta_2 (x - x_2) \\ y - y_3 &= \operatorname{ctg} \theta_3 (x - x_3) \end{aligned} \right\} \quad [8]$$

Calcululele se rezolvă cu ajutorul mașinii de calculat.

2) **Intersecția semidirectă (laterală).** Când se cunosc două puncte  $A (x_1, y_1)$  și  $B (x_2, y_2)$  și se cere determinarea unui punct necunoscut  $N (x, y)$  unul din puncte  $B$  fiind inaccesibil (turlă de biserică, semnal pe clădire etc.), se face stație în punctul cunoscut  $A$  și în punctul necunoscut  $N$  (fig. 162) și se măsoară unghiurile  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ .

Poziția punctului necunoscut se va afla la intersecția vizării orientate directe  $\theta_{AN}$  și a vizării orientate inverse  $\theta_{NB}$ .

Intersecția semidirectă este un caz particular al intersecției directe.  
Se poate lucra cu planșeta și cu teodolitul.

*Executarea intersecției semidirecte cu planșeta.* Punctele cunoscute  $A$  și  $B$  se raportează pe planșetă în  $a$  și  $b$ . Se orientează planșeta pe direcția  $AR$  și se verifică pe  $ab$ , vizînd punctul  $R$ , respectiv punctul  $B$  din teren (fig. 163).

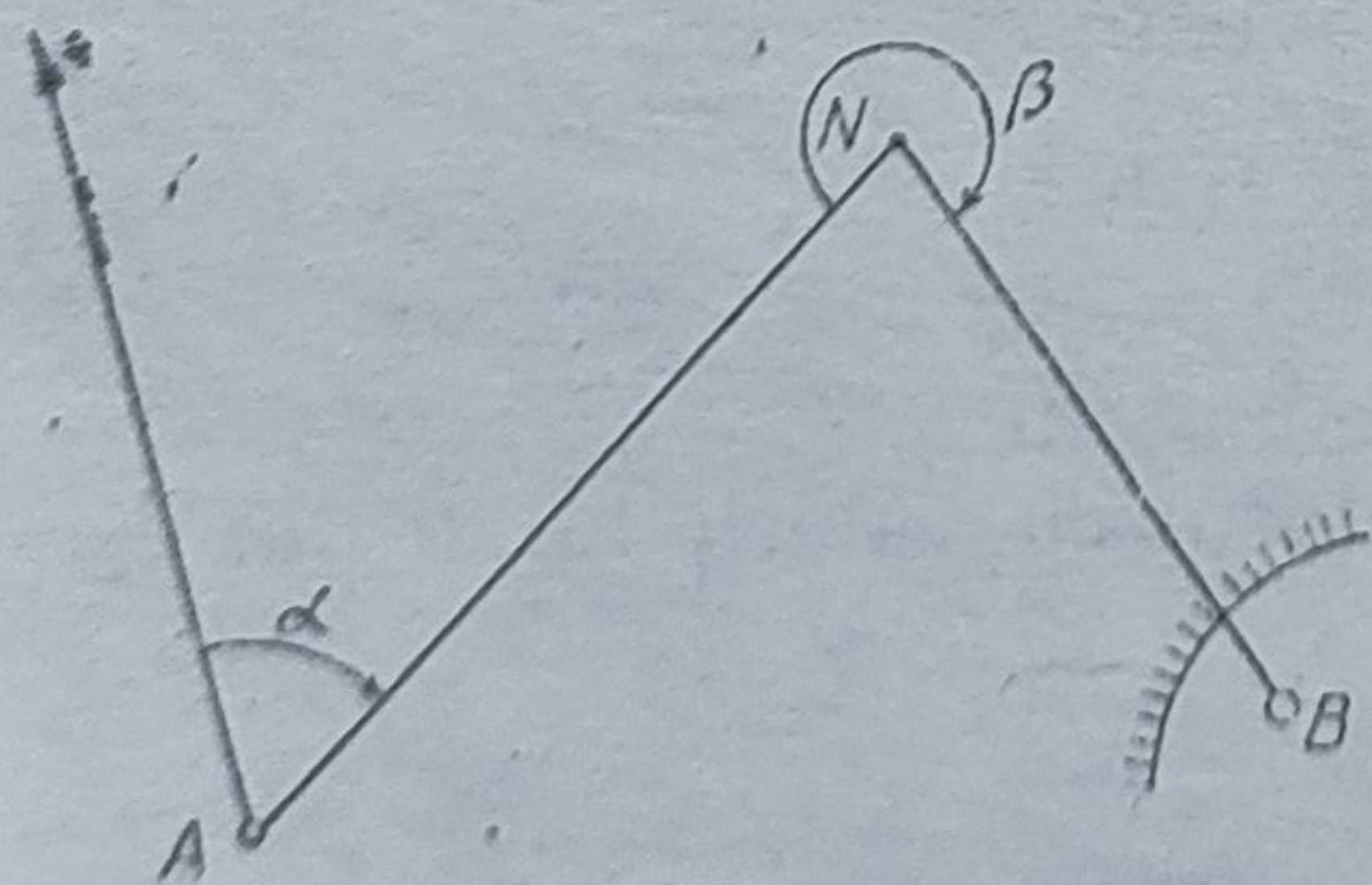


Fig. 162. Principiul intersecției semidirecte.

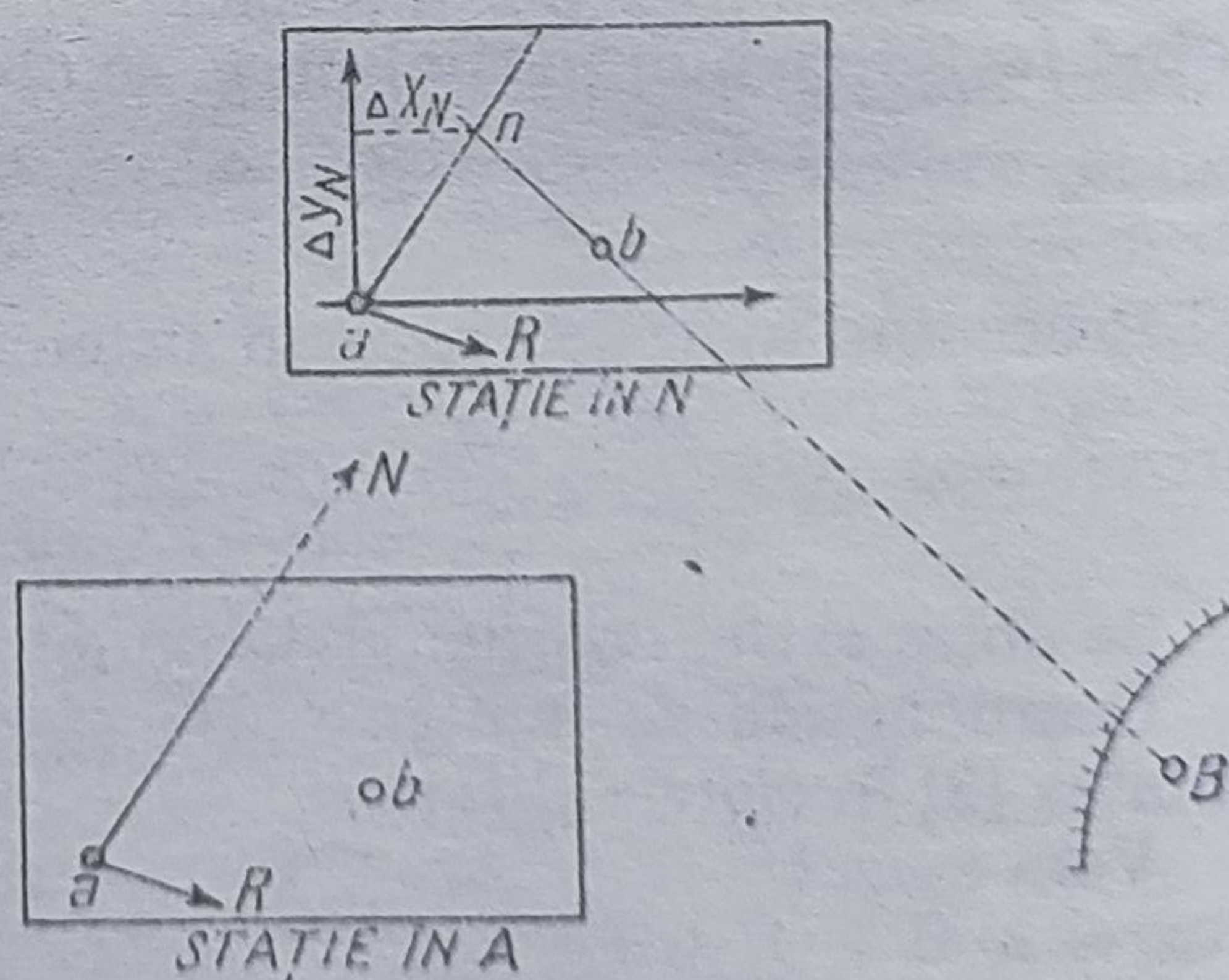


Fig. 163. Executarea intersecției semidirecte la planșetă.







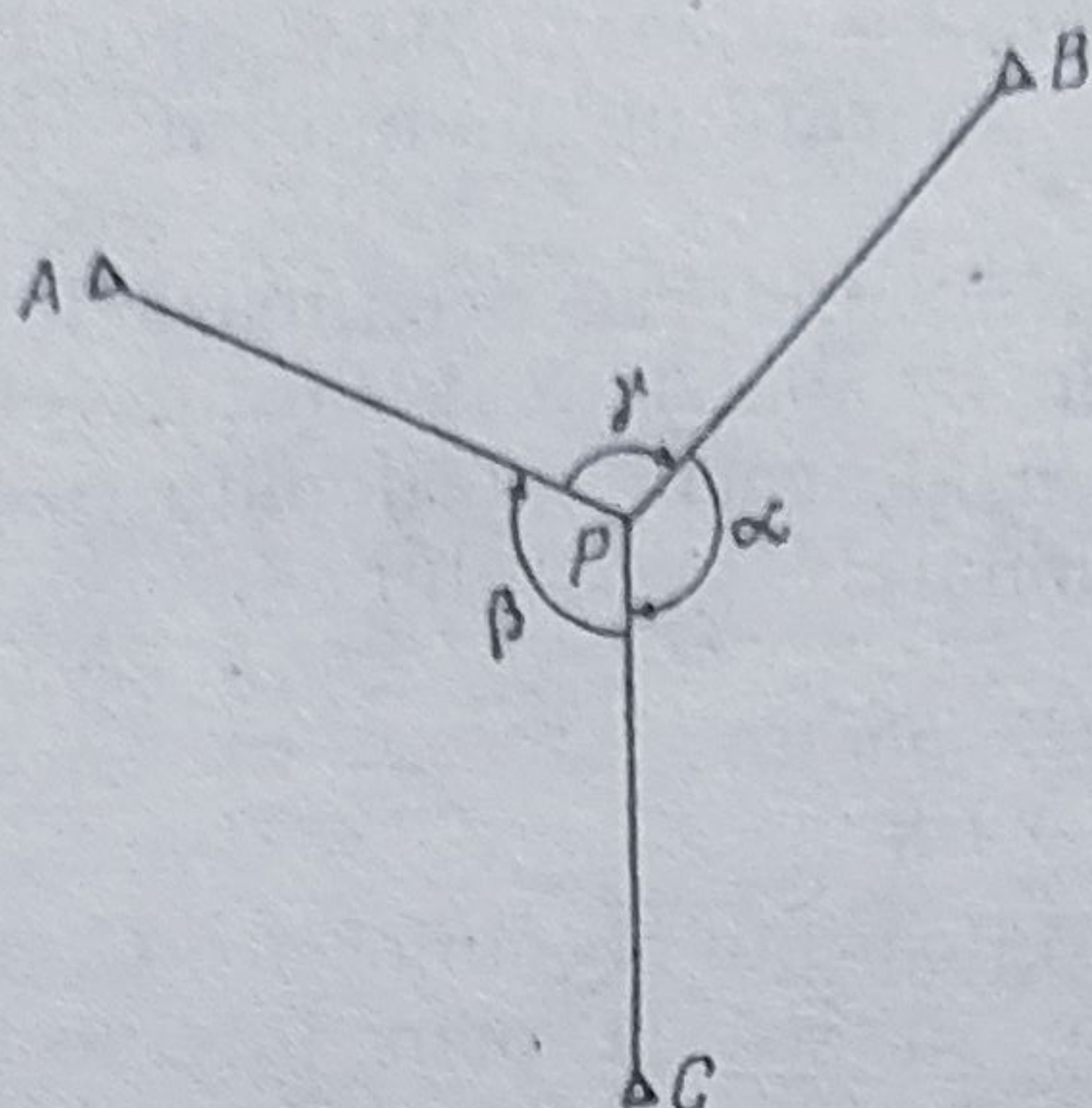


Fig. 165. Principiul intersecției inverse.

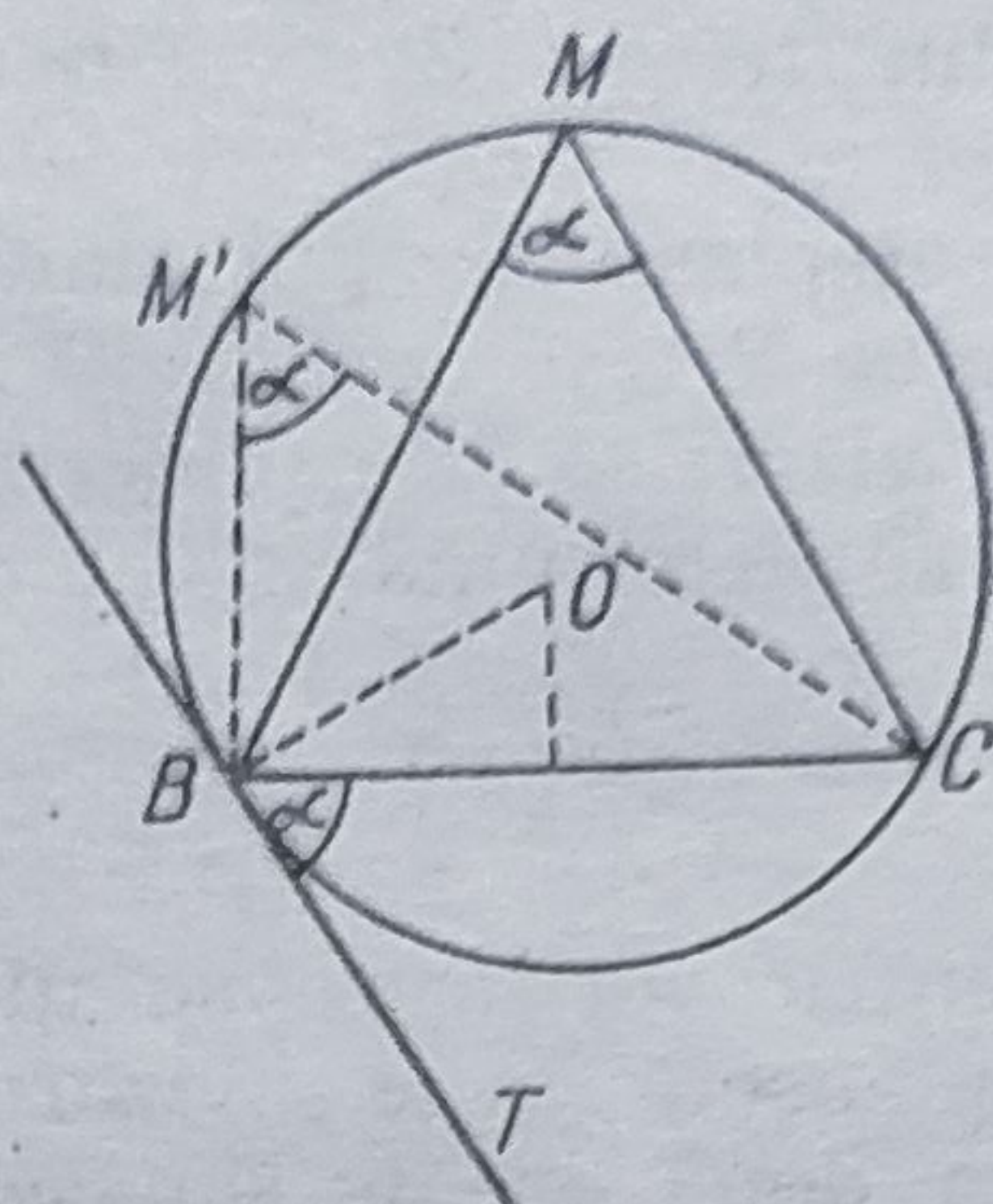


Fig. 166. Segment capabil de un unghi dat.

Mai simplu, se obține dreapta  $bn$ , prin construirea în punctul  $b$  a orientării  $\theta_{B-N}$ , măsurată în punctul  $N$ . Astfel,

$$\theta_{B-N} = \theta_{N-B} + 200^g.$$

*Prin calcul.* Având coordonatele a două puncte cunoscute și orientările  $\theta_{A-N}$  și  $\theta_{B-N}$ , coordonatele punctului necunoscut  $N$  se obțin ca și la intersecția directă, formînd sistemul de ecuații al dreptelor ce trec prin cele două puncte.

3) **Intersecția inversă**<sup>1</sup> (intersecția înapoi, retrointersecția, intersecția indirectă). Metoda intersecției inverse se bazează pe principiul determinării poziției unui punct necunoscut în care se face stație și din care se vizează cel puțin trei puncte vechi, ale căror coordonate se cunosc.

Cu aparatul instalat în punctul  $P$ , se efectuează un tur de orizont, vizînd succesiv punctele  $A, B, C$  și din nou  $A$  din teren (fig. 165), înregistrîndu-se unghiurile  $\alpha, \beta$  și  $\gamma$ , dintre direcțiile respective.

Punctul necunoscut se va afla la intersecția segmentului capabil de unghiul  $\alpha$  construit pe  $bc$  și a segmentului capabil de unghiul  $\beta$  construit pe  $ac$ . Al treilea unghi  $\gamma$ , măsurat pe  $ab$  fiind dependent de primele două ( $\alpha$  și  $\beta$ ), nu se mai construiește.

Segmentul capabil de un unghi dat este locul geometric al punctelor de unde un segment dat  $BC$  se vede sub unghiul  $\alpha$ . În figura 166, unghiul  $\alpha$  este egal cu unghiul  $CBT$ , avînd aceeași măsură  $\left(\text{arc } \frac{BC}{2}\right)$ ; arcul  $BMC$  sau arcul  $BM'C$  reprezintă arcul capabil de unghiul  $\alpha$ .

Pentru a afla centrul cercului ce trece prin punctele  $B, M$  și  $C$ , la jumătatea segmentului  $BC$  se ridică o perpendiculară (mediatoare), care la intersecția cu bisectoarea unghiului  $MBC$  ne dă punctul  $O$ , centrul cercului cu raza egală cu bisectoarea  $OB$ .

<sup>1</sup> Este cunoscută și sub numele de „problema lui Snellius” (1624), „problema lui Pothénot” (1692) sau „problema hărții”.



Poziția punctului necunoscut de stație se poate afla cu planșeta și cu teodolitul.

*Executarea intersecției inverse cu planșeta.* Se raportează pe planșetă punctele  $a, b, c$ , cunoscute prin coordonatele lor; planșeta se centrează pe verticala punctului  $P$  din teren și se orientează fie folosind poziția aproximativă  $p$  de pe planșetă și un punct depărtat ( $A, B$  sau  $C$ ), fie cu declinatorul.

Prin vizarea succesivă pe direcțiile  $paA, pbB$  și  $pcC$  și trasarea direcțiilor respective pe planșetă, acestea trebuie să se întâlnească în același punct  $p$  (fig. 167). Dacă planșeta este dezorientată cu o eroare  $\varepsilon$ , atunci punctelor  $a, b, c$  de pe planșetă le corespund punctele  $a_1, b_1, c_1$ , astfel că unghiurile  $\widehat{apa_1} = \widehat{bpb_1} = \widehat{cpc_1} = \varepsilon$  (fig. 168).

Prin refacerea vizărilor pe direcțiile  $a_1A, b_1B$  și  $c_1C$  se trasează pe planșetă direcțiile paralele cu  $ap, bp$  și  $cp$ , care nu vor mai fi concurente, ci se va forma un triunghi al erorilor  $mnq$ .

Punctul necunoscut  $p$  se va afla în interiorul acestui triunghi, astfel încât distanțele sale la cele trei laturi să fie proporționale cu lungimile vizărilor respective.

Punctul necunoscut, de stație, se poate afla fie în interiorul triunghiului format de cele trei puncte cunoscute, fie în afara acestuia.

Cînd se află în interiorul triunghiului, se determină punctul  $p$  astfel: se ia din vedere un punct  $p'$  în interiorul triunghiului  $mnq$ , apoi, așezînd alidada cu linia de credință peste  $p'a$  (sau  $p'b, p'c$ ) după cum  $A, B$  sau  $C$  este mai depărtat, se vizează  $A$  ( $B$  sau  $C$ ), ameliorîndu-se astfel orientarea planșetei; se obține un triunghi al erorilor mai mic. Prin repetarea procedeului se reduce triunghiul erorilor la un triunghi acceptabil (să poată fi înscris într-un cerc cu  $r=0,25$  mm) sau un punct.

Cînd punctul necunoscut este exterior, triunghiul format de punctele cunoscute nu se va mai afla în triunghiul  $mnq$ . În acest caz, determinarea poziției acestuia necesită unele procedee (se pot aplica și în primul caz), dintre care mai des utilizate sînt:

- procedeul hîrtiei de calc;
- procedeul punctului lui Collins;
- procedeul raportorului.

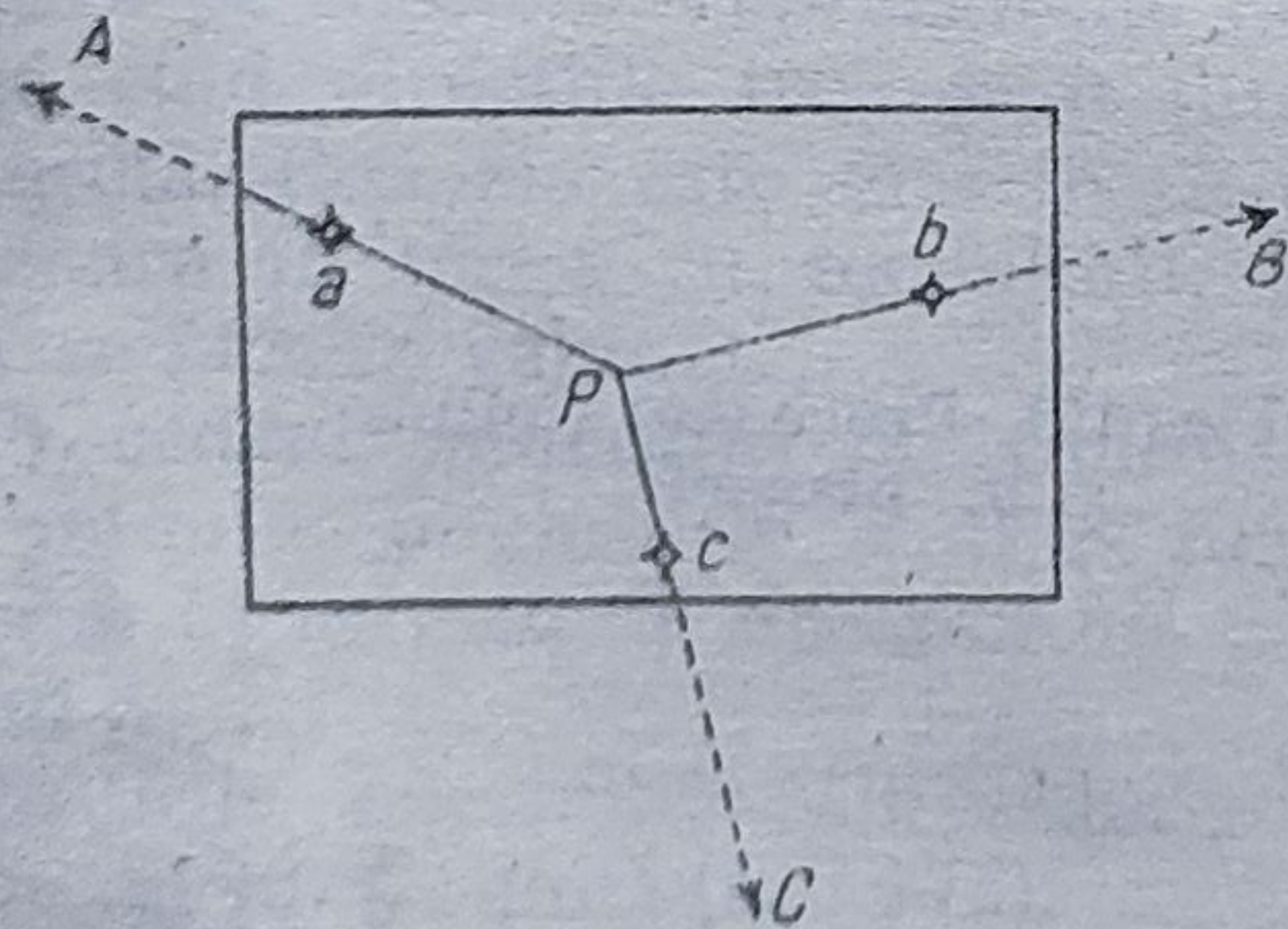


Fig. 167. Executarea intersecției inverse la planșetă.

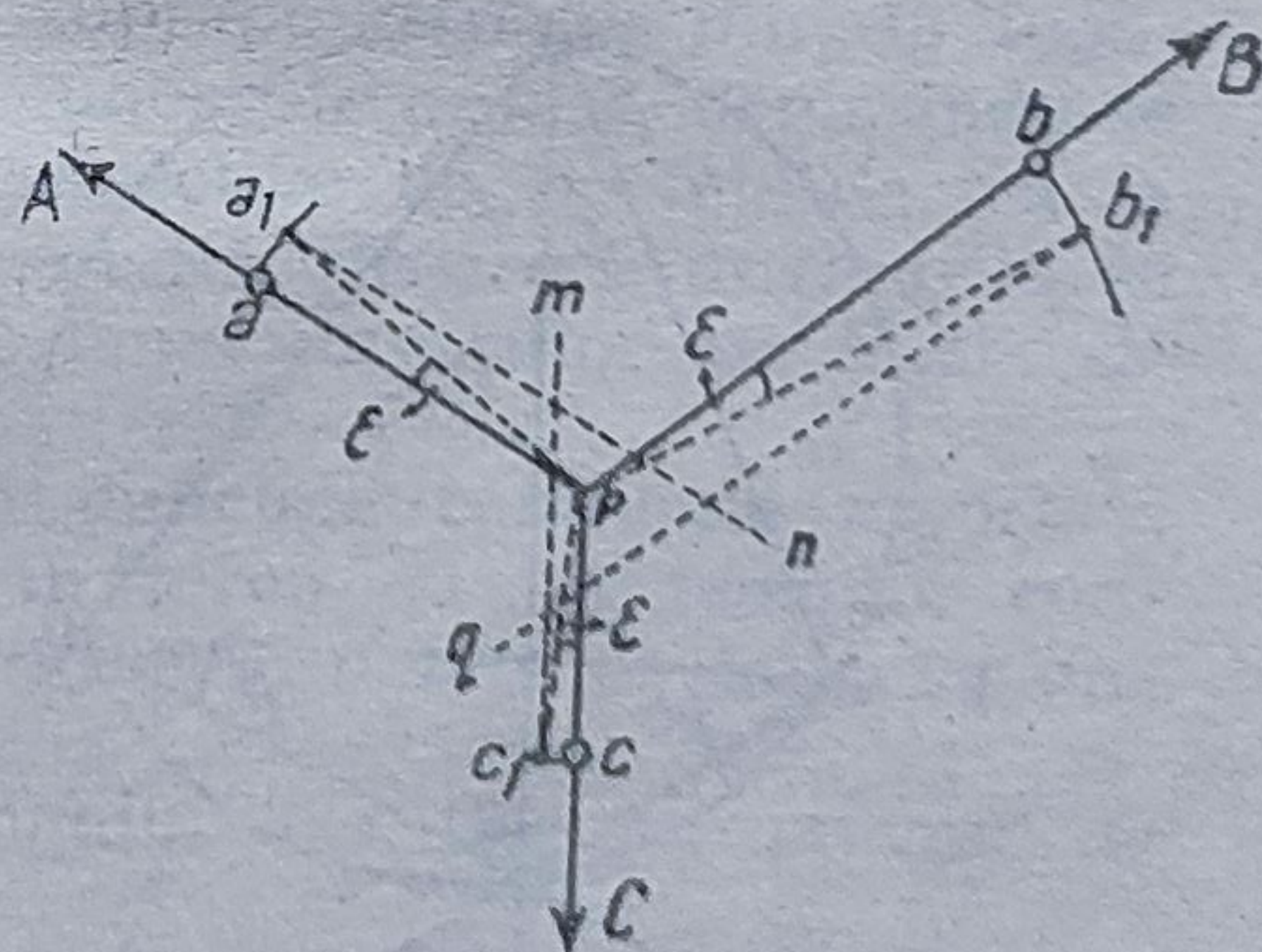


Fig. 168. Determinarea punctului de stație la intersecția inversă.



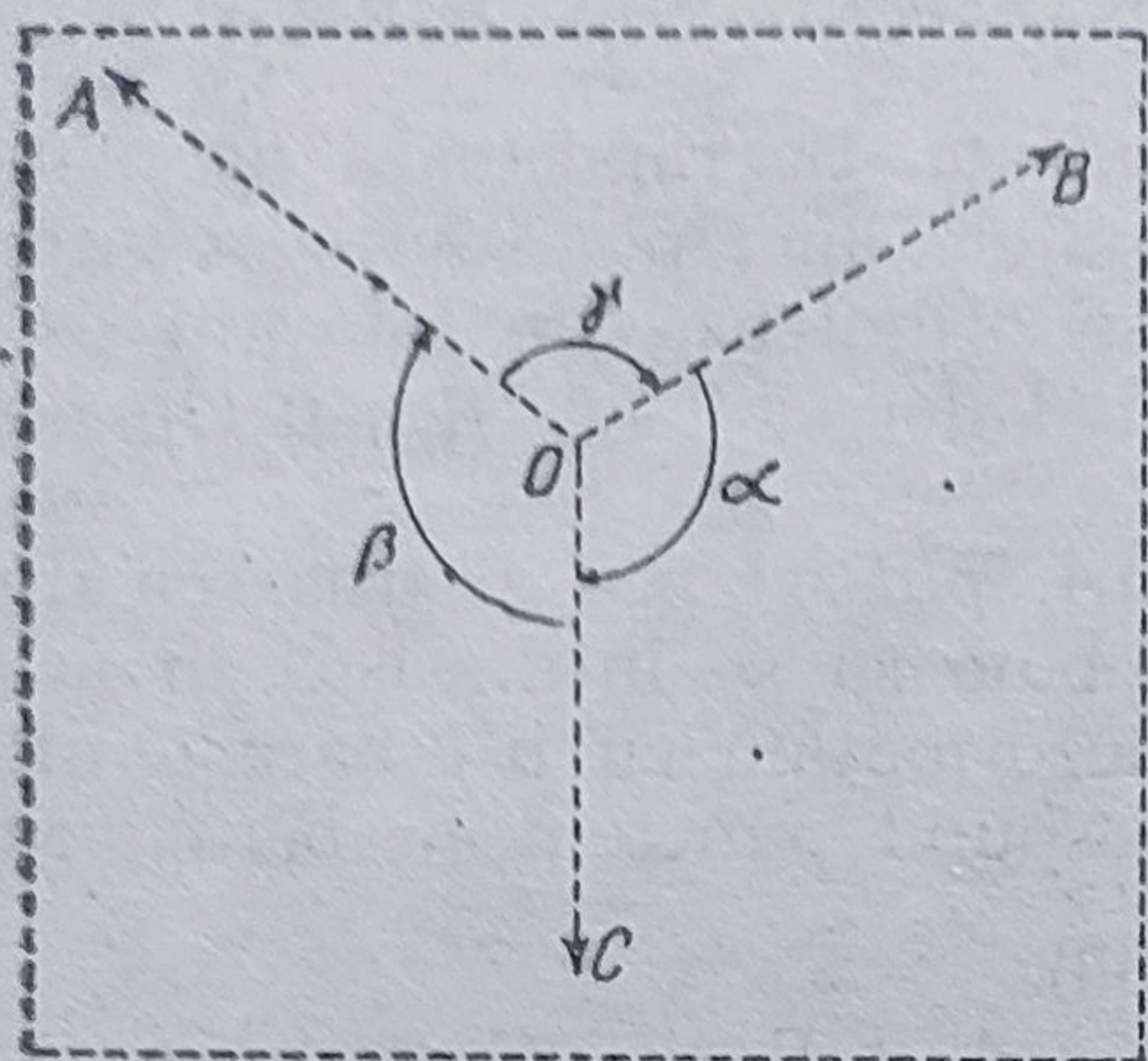


Fig. 169. Procedul hîrtiei de calc.  
Steaua direcțiilor.

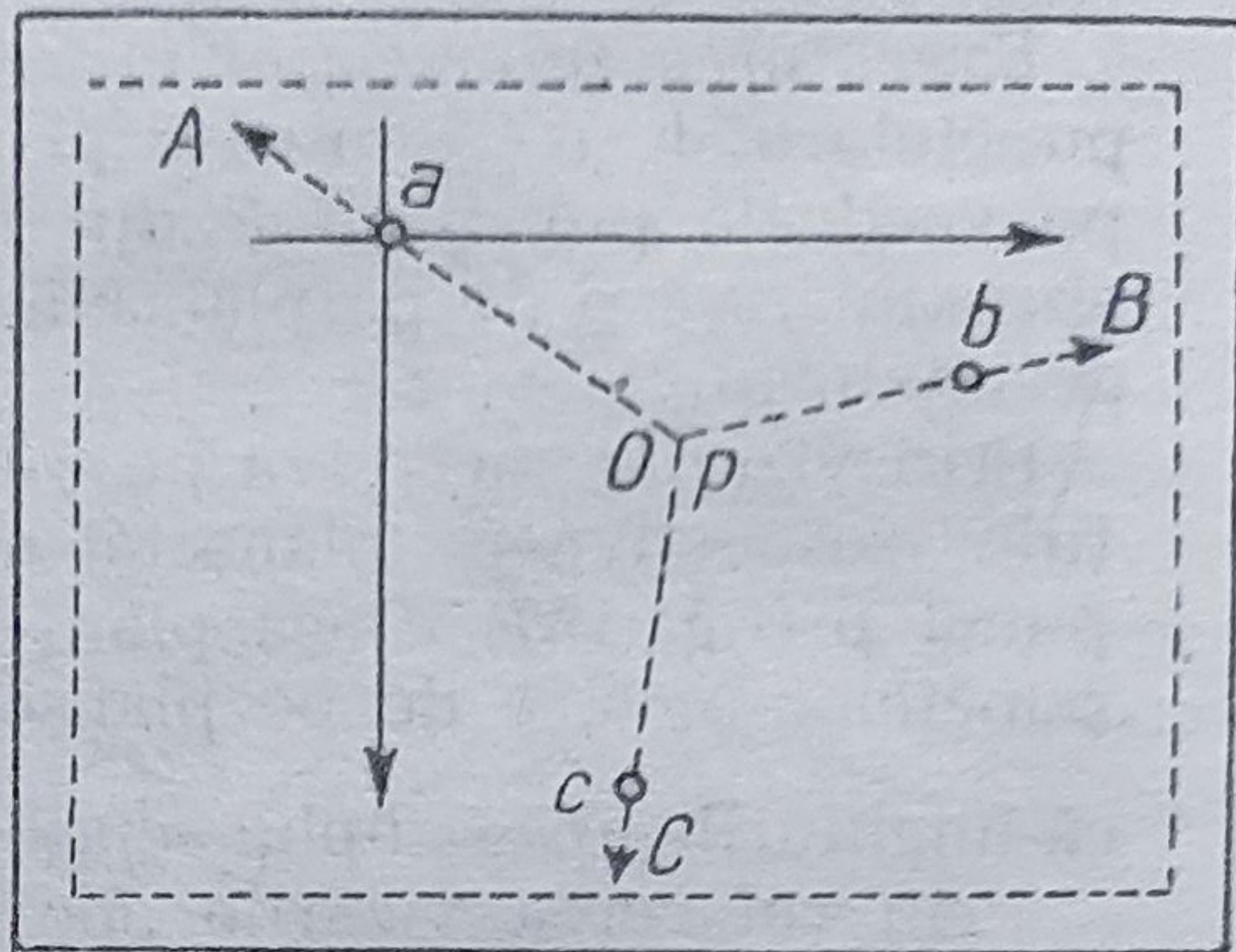


Fig. 170. Determinarea punctului de  
stație prin procedul hîrtiei de calc.

a) Procedul hîrtiei de calc este un procedeu simplu, ușor de executat, fără pretenție de precizie.

Pe planșetă, pe care s-au raportat punctele cunoscute prin coordonatele lor, se fixează o hîrtie de calc, perfect plană. Luînd în centrul hîrtiei un punct arbitrar  $O$ , se vizează cu alidada, pe rînd, punctele cunoscute din teren și se obține steaua direcțiilor  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  (fig. 169).

Se eliberează hîrtia de calc, deplasîndu-se apoi deasupra planșetei, pînă cînd direcțiile de pe calc trec concomitent prin punctele respective de pe minută, adică  $OA$  prin  $a$ ,  $OB$  prin  $b$  și  $OC$  prin  $c$  (fig. 170). Punctul  $p$  se obține pe minută, prin înțeparea hîrtiei de calc în punctul  $O$ .

Coordonatele acestuia se extrag grafic, plecînd de la coordonatele unuia din punctele cunoscute.

b) Procedul punctului lui Collins. Se raportează pe planșetă punctele cunoscute  $a$ ,  $b$  și  $c$ . Se așază alidada pe direcția  $ab$  de pe planșetă și se vizează punctul  $B$  din teren (fig. 171).

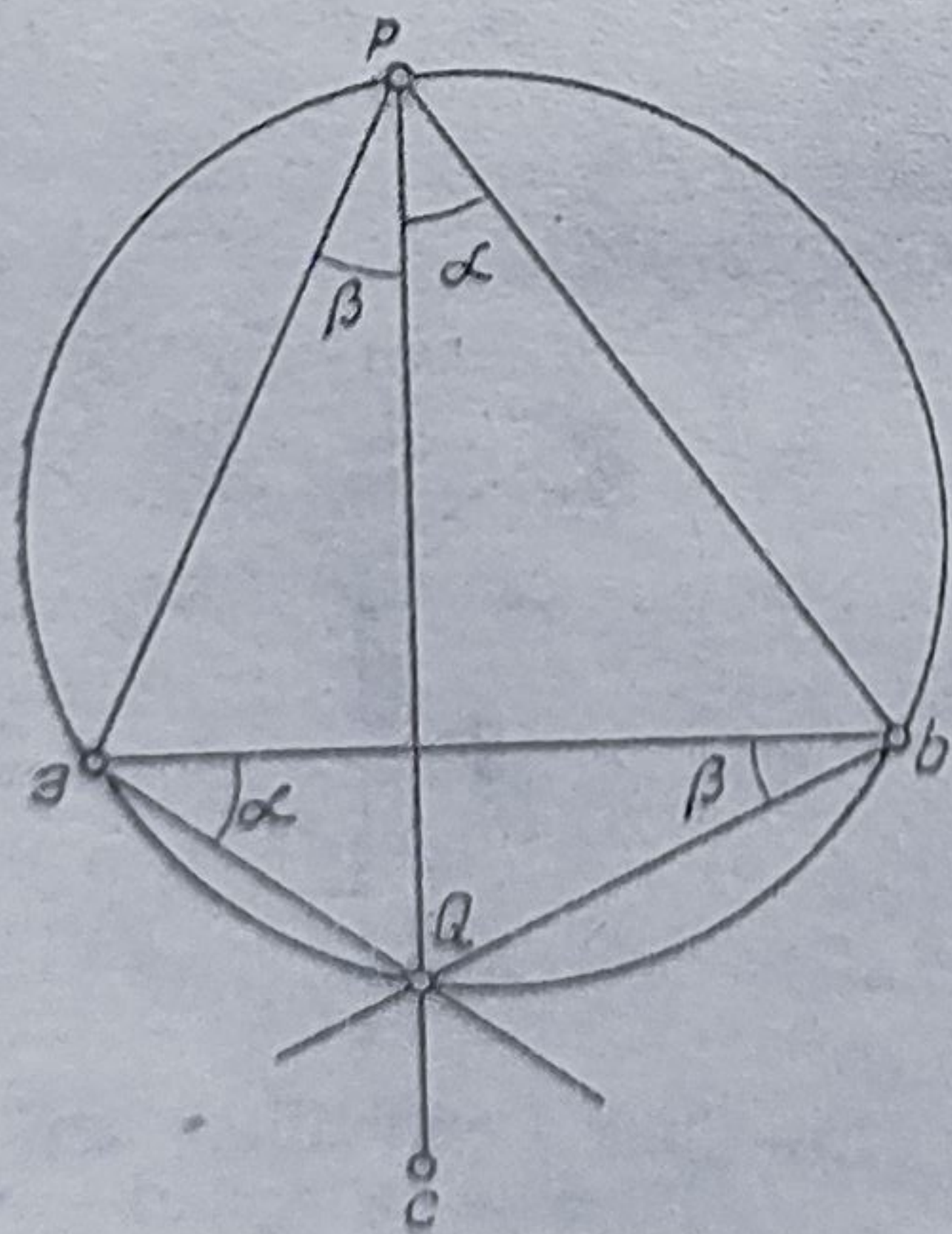


Fig. 171. Procedul Collins  
la planșetă.



Apoi peste punctul  $a$  de pe planșetă se vizează punctul  $C$  din teren. Se înregistrează astfel grafic, în punctul  $a$  de pe planșetă, unghiul  $\alpha$ , sub care se vede segmentul  $BC$  din teren.

Se așază apoi alidada peste  $ba$  de pe planșetă și se rotește pînă cînd se vizează  $A$  din teren. Peste punctul  $b$  se vizează din nou  $C$  din teren; în punctul  $b$  se înregistrează unghiul  $\beta$ , sub care se vede  $AC$  din teren.

Intersecția laturilor necomune ale celor două unghiuri  $\alpha$  și  $\beta$  dau punctul  $Q$ , numit punctul lui Collins. Direcția  $cQ$  fiind o direcție de orientare, prin trasarea vizărilor  $aA$  și  $bB$  la intersecția celor trei drepte se va afla punctul necunoscut de stație sau se va forma un triunghi al erorilor. Se vede că unghiul  $\alpha$  din  $a$  și unghiul  $\alpha$  din  $p$  sînt egale, avînd aceeași măsură  $\left(\text{arc } \frac{bQ}{2}\right)$ .

Coordonatele rectangulare ale punctului  $p$  se extrag grafic.

*Executarea intersecției inverse cu teodolitul.* Se face stație în punctul necunoscut și printr-un tur-de orizont se determină unghiurile  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  sub care se văd distanțele dintre punctele cunoscute luate două cîte două.

Coordonatele punctului necunoscut  $P$  se determină grafic sau prin calcul, atunci cînd se cere păstrarea preciziei date de măsurătorile goniometrice din teren.

*Rezolvarea grafică. Procedul hîrtiei de calc.* În jurul unui punct ales arbitrar pe o hîrtie de calc se construiește steaua direcțiilor, pe baza unghiurilor  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  măsurate cu un teodolit în teren, unde am făcut stație în punctul necunoscut.

Unghiurile  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  se obțin din diferența între citirile medii,  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ . În figura 165,

$$\alpha = C_{PC} - C_{PB};$$

$$\beta = C_{PA} - C_{PC};$$

$$\gamma = C_{PB} - C_{PA}.$$

Unghiul  $\gamma$  se poate calcula și din relația :

$$\gamma = 400^g - (\alpha + \beta).$$

Hîrtia de calc cu steaua direcțiilor se suprapune peste minuta topografică pe care sînt reprezentate punctele cunoscute  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , deplasîndu-se pînă cînd direcțiile trec prin punctele respective de pe minută, ca la planșetă. Precizia este mai mare ca la planșetă, deoarece unghiurile se măsoară în teren cu teodolitul, iar raportarea direcțiilor pe hîrtia de calc se face în cabinet.

*Procedul punctului lui Collins.* Avînd punctele cunoscute raportate pe minută, unghiurile  $\alpha$  și  $\beta$  măsurate în teren cu un teodolit, construim în  $a$ , față de dreapta  $ab$  unghiul  $\alpha$ , iar în  $b$  față de linia  $ba$  unghiul  $\beta$ .

Laturile necomune ale celor două unghiuri se taie în punctul  $Q$  (punctul lui Collins) (fig. 172).

Pe dreapta  $cQ$ , într-un punct arbitrar  $p'$ , se construiesc unghiurile  $\alpha$  și  $\beta$ ; paralelele duse prin translație la laturile necomune ale acestor



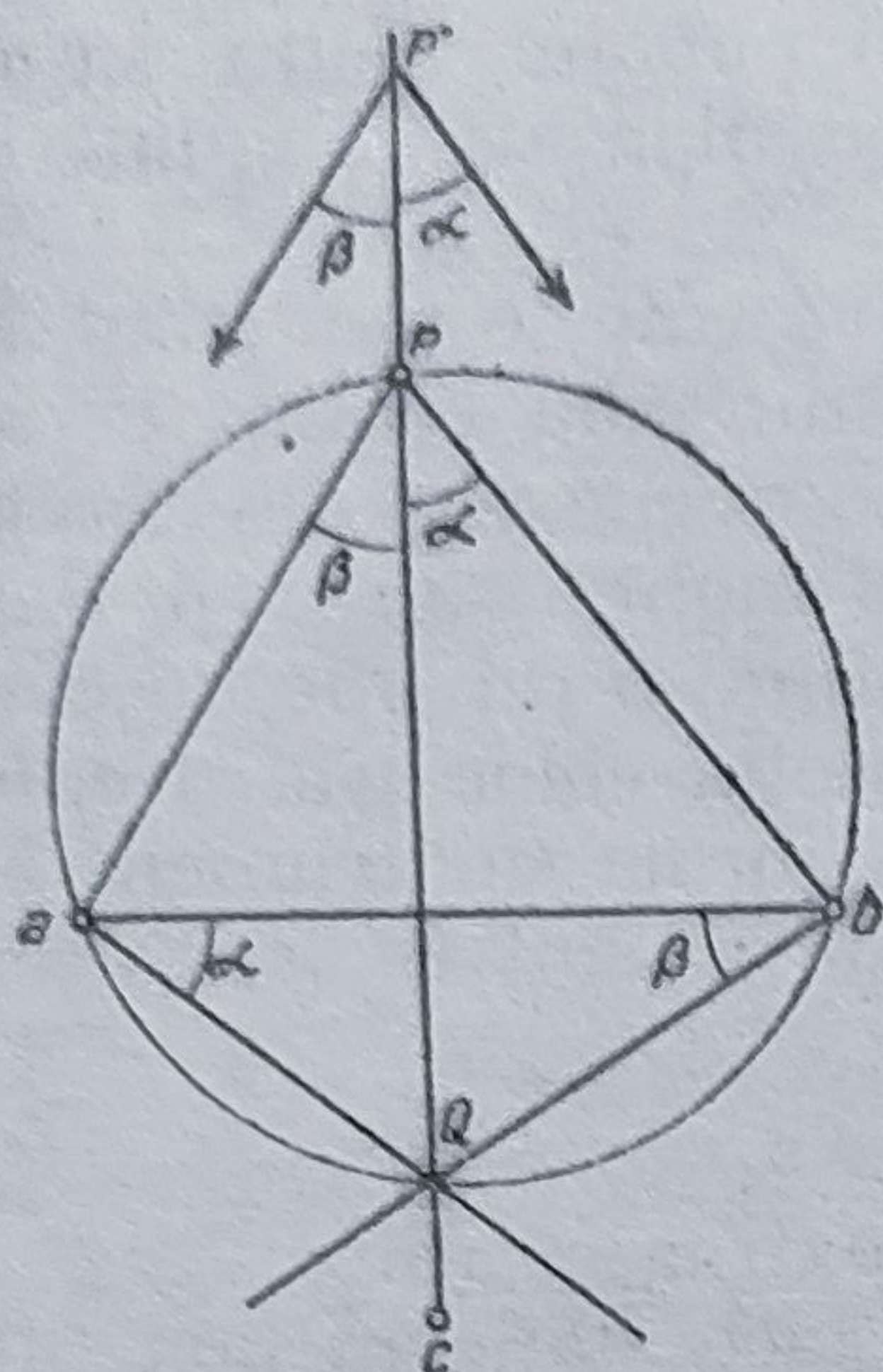


Fig. 172. Procedul Collins cu goniometrul.

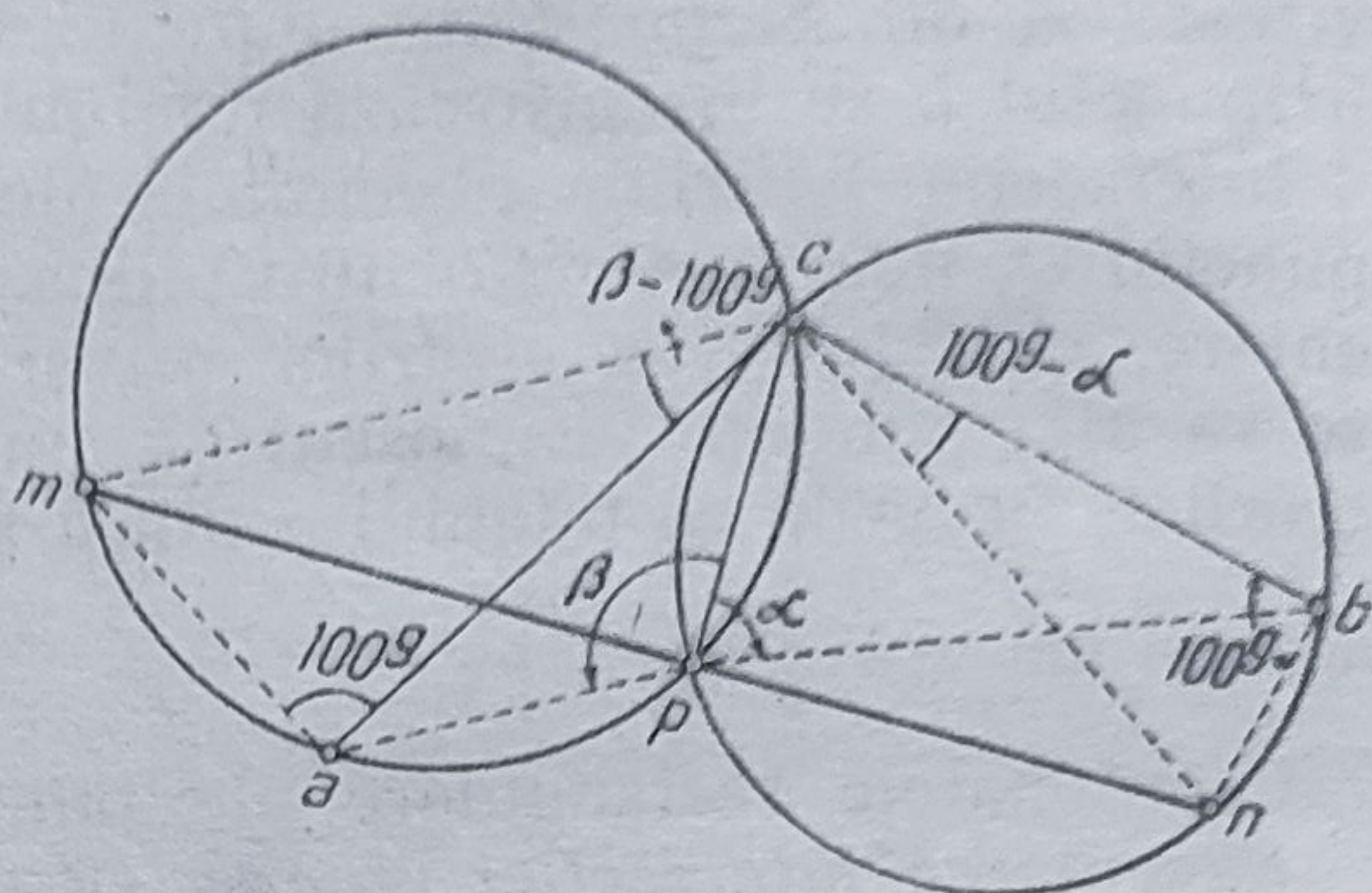


Fig. 173. Procedul raportorului.

unghiuri prin  $a$  și  $b$  se taie în punctul  $p$  sau formează un triunghi al erorilor.

c) Procedul raportorului. Segmentele capabile de unghiurile  $\alpha$  și  $\beta$ , tăindu-se în  $p$ , se construiesc cu raportorul în  $c$ , față de diametrele cercurilor, unghiurile  $100^g - \alpha$  și  $\beta - 100^g$ , după cum  $\alpha$  și  $\beta$  sînt mai mici sau mai mari ca  $100^g$  (fig. 173). În  $a$  și  $b$  ridicăm perpendiculare care taie diametrele cercurilor în  $m$  și  $n$ . Dreapta  $mn$  și perpendiculara coborîtă din  $c$  pe  $mn$  se taie în punctul de stație  $p$ .

**Rezolvarea prin calcul.** Se determină coordonatele punctului necunoscut de stație  $P$ , ca intersecție a dreptelor  $AP$  și  $BP$ , care trec prin cite un punct cunoscut ( $A$  sau  $B$ ) și le cunoaștem orientarea, după ce se calculează unghiurile  $\delta$  și  $\epsilon$ .

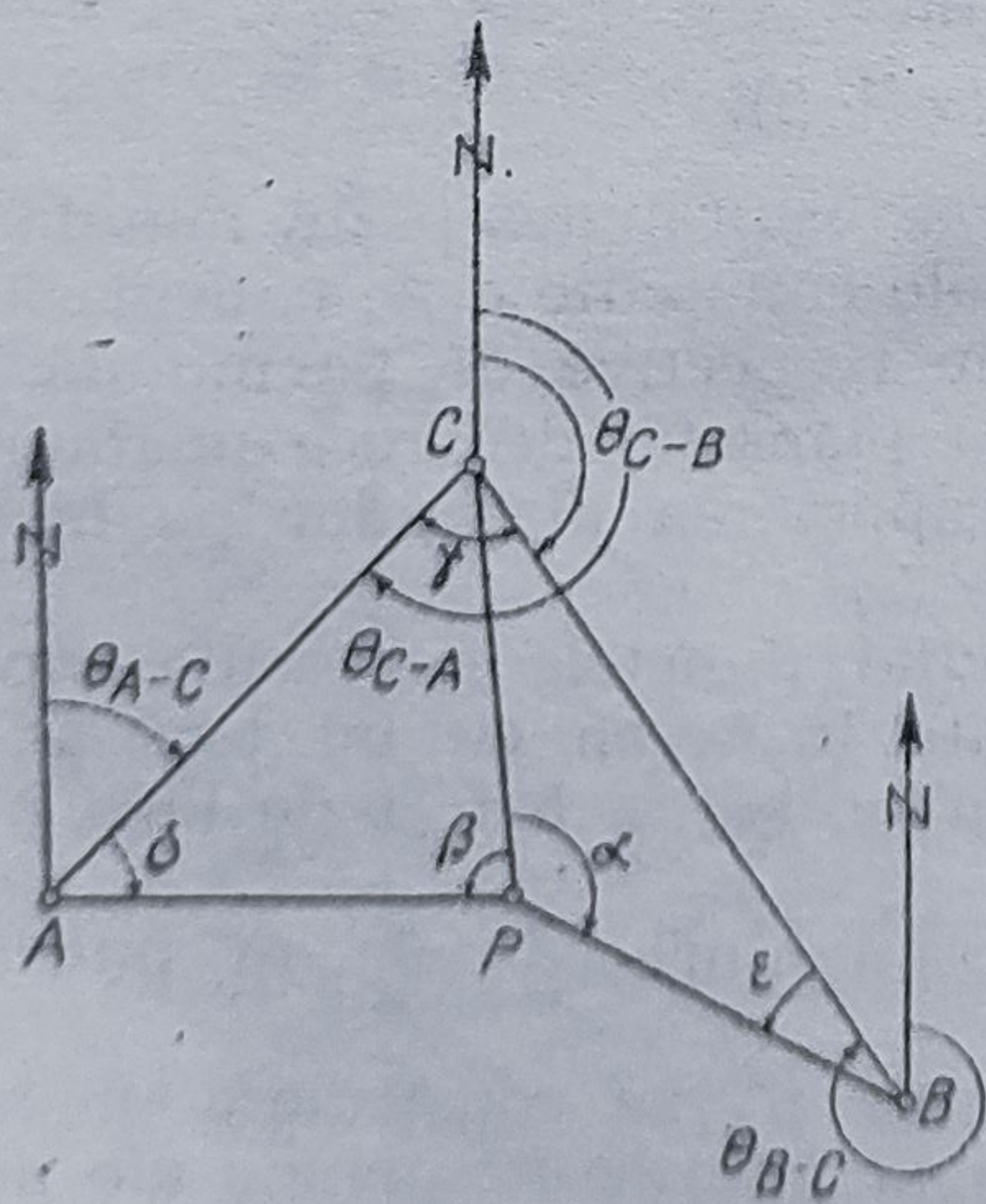


Fig. 174. Intersecția inversă calculată.



Din figura 174 putem scrie :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon &= 400^\circ \\ \frac{\delta + \epsilon}{2} &= 200^\circ - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \end{aligned} \quad [1]$$

$$\frac{\sin \delta}{CP} = \frac{\sin \beta}{AC} \text{ și } \frac{\sin \epsilon}{CP} = \frac{\sin \alpha}{BC}$$

$$\frac{\sin \delta}{\sin \epsilon} = \frac{BC \sin \beta}{AC \sin \alpha} \text{ sau } \frac{\sin \delta}{BC \sin \beta} = \frac{\sin \epsilon}{AC \sin \alpha}$$

$$\frac{\sin \delta - \sin \epsilon}{BC \sin \beta - AC \sin \alpha} = \frac{\sin \delta + \sin \epsilon}{BC \sin \beta + AC \sin \alpha}$$

$$\frac{\sin \delta - \sin \epsilon}{\sin \delta + \sin \epsilon} = \frac{BC \sin \beta - AC \sin \alpha}{BC \sin \beta + AC \sin \alpha}$$

Membrul al doilea fiind cunoscut și egal cu  $M$ ,

$$\frac{\sin \delta - \sin \epsilon}{\sin \delta + \sin \epsilon} = M.$$

Făcând membrul întâi calculabil prin logaritmi, vom avea :

$$\frac{2 \sin \frac{\delta - \epsilon}{2} \cos \frac{\delta + \epsilon}{2}}{2 \sin \frac{\delta + \epsilon}{2} \cos \frac{\delta - \epsilon}{2}} = M.$$

Prin simplificare și înlocuire obținem :

$$\lg \frac{\delta - \epsilon}{2} = M \cdot \lg \frac{\delta + \epsilon}{2}. \quad [2]$$

Din relațiile [1] și [2] putem calcula unghiurile  $\delta$  și  $\epsilon$ .

Orientările directe din punctele cunoscute spre punctul necunoscut vor fi atunci :

$$\theta_{AP} = \theta_{AB} + \delta$$

$$\theta_{BP} = \theta_{BC} + 200^\circ - \epsilon$$

$$\theta_{CP} = \theta_{AP} + 200^\circ + \alpha = \theta_{AB} + 200^\circ + \delta + \alpha.$$

Cunoscând orientările directe și coordonatele punctelor  $A$ ,  $B$  și  $C$ , coordonatele punctului necunoscut se obțin ca la intersecția directă. Dacă punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $P$  se află pe același cerc (fig. 175), atunci  $\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ$ , ca fiind suma a două unghiuri opuse într-un patrulater inscriptibil.



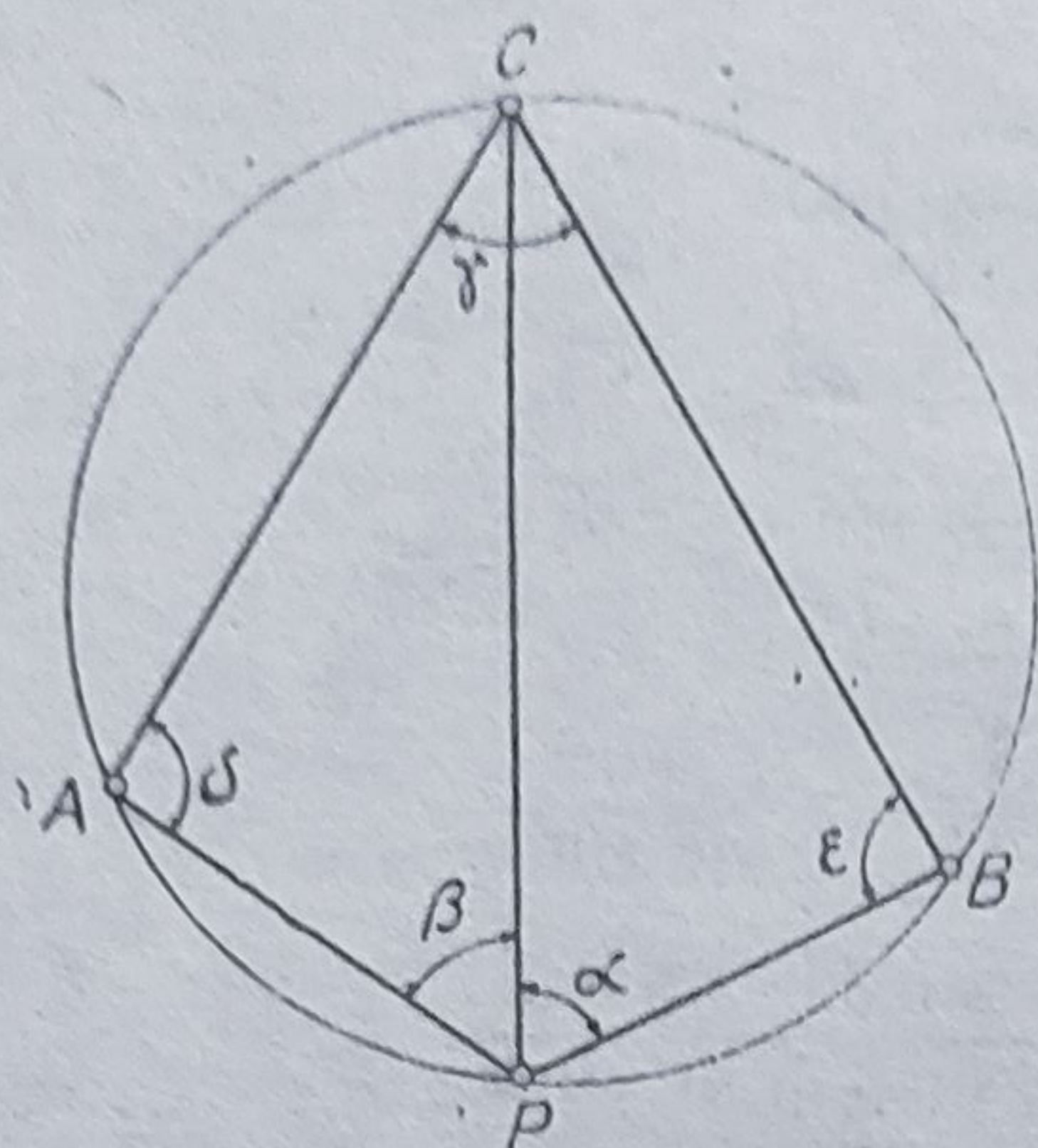


Fig. 175. Caz nefavorabil la intersecție inversă. Nedeterminare.

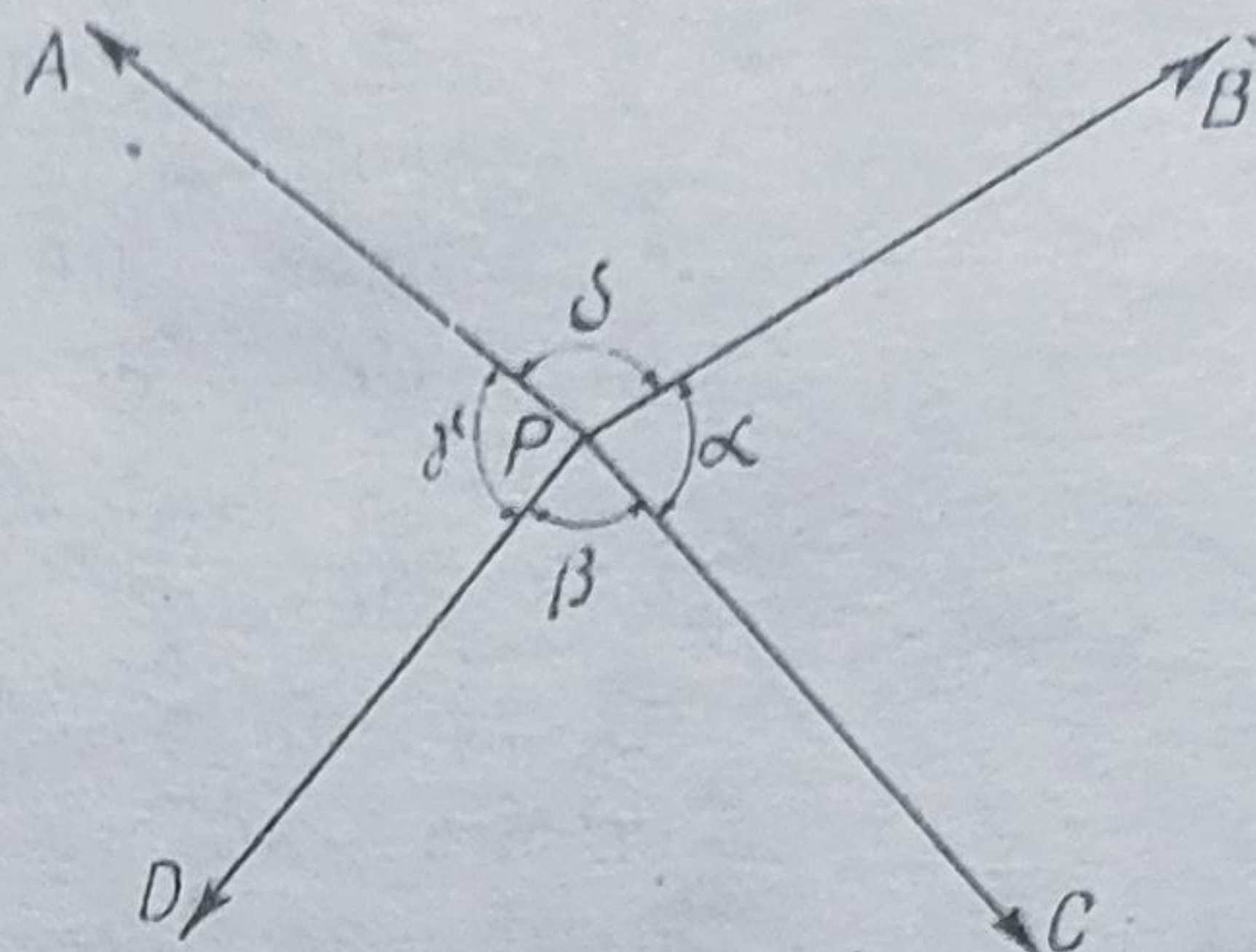


Fig. 176. Verificarea intersecției inverse.

$$\text{Deci, } \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = \operatorname{tg} 100^\circ = \infty. = \frac{\delta + \epsilon}{2}$$

Pe de altă parte  $\frac{\delta + \epsilon}{2} = \frac{200^\circ}{2}$ , de unde rezultă  $\sin \delta = \sin \epsilon$ , deci  $BC \sin \beta - AC \sin \alpha = 0$ . În acest caz, relația [2] devine  $\operatorname{tg} \frac{\delta - \epsilon}{2} = 0. \infty$ , nedeterminare.

Punctul P trebuie ales în așa fel ca să se evite cazul de nedeterminare, deci

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 200^\circ.$$

Acest lucru se poate realiza ușor, întrucât unghiurile  $\alpha$  și  $\beta$  se măsoară în P, iar unghiul  $\gamma$  se poate deduce din diferența a două orientări cunoscute:  $\gamma = \theta_{C-A} - \theta_{C-B}$ .

Verificarea intersecției inverse. Întrucât cele trei unghiuri măsurate din punctul necunoscut de stație nu sînt independente, pentru verificare este necesar un al patrulea punct cunoscut D (fig. 176), avînd astfel patru unghiuri  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  și  $\delta$ , din care trei independente:  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$ .

Cu planșeta se execută astfel: după obținerea intersecției inverse într-un punct P (prin vizare pe punctele A, B și C) se trasează a patra vizare spre D, care trebuie să treacă prin punctul P.

În caz contrar, eroarea se datorește următoarelor cauze:

— ridicarea pe punctele A, B și C este neprecisă sau aproape de nedeterminare;

— vizările s-au efectuat defectuos sau unul din punctele cunoscute a fost greșit identificat;

— punctele au fost greșit raportate pe planșetă.



Cu teodolitul se efectuează un tur de orizont pe cele patru puncte, obținându-se trei unghiuri independente care dau trei segmente capabile ce se taie după un mic triunghi al erorilor.

Punctul necunoscut  $P$  se ia în interiorul triunghiului, astfel ca distanțele sale la cele trei laturi să fie proporționale cu *sensibilitatea* vizărilor respective.

*Sensibilitatea*  $s$  este dată de relația :

$$s = \frac{D_1 D_2}{\Delta} \cdot \sin 1'',$$

unde  $D_1$  și  $D_2$  sînt lungimile vizărilor  $AP$  și  $BP$ , iar  $\Delta$  distanța dintre ele.

*Sensibilitatea* trebuie să fie mică, în consecință  $\Delta$ , distanța dintre punctele  $A$  și  $B$ , să fie mare.

Se obține un segment cu o *sensibilitate* mică dacă unul din puncte (de exemplu,  $A$ ) se ia apropiat, iar celălalt ( $B$ ) la distanță mare (fig. 177).

Precizia intersecției inverse depinde de unghiul de intersecție al segmentelor capabile și de lungimea vizării.

În cazul unghiului de intersecție egal cu zero, punctul necunoscut se va afla pe cercul circumscris triunghiului  $ABC$  și atunci avem nedeterminare.

Cele mai favorabile situații sînt cînd punctul necunoscut se află în interiorul triunghiului  $ABC$  (I), în exteriorul triunghiului, dar în interiorul cercului circumscris și cît mai aproape de laturile triunghiului (II) sau în exteriorul cercului circumscris, în unghiurile opuse vîrfurilor triunghiului  $ABC$  (III) (fig. 178).

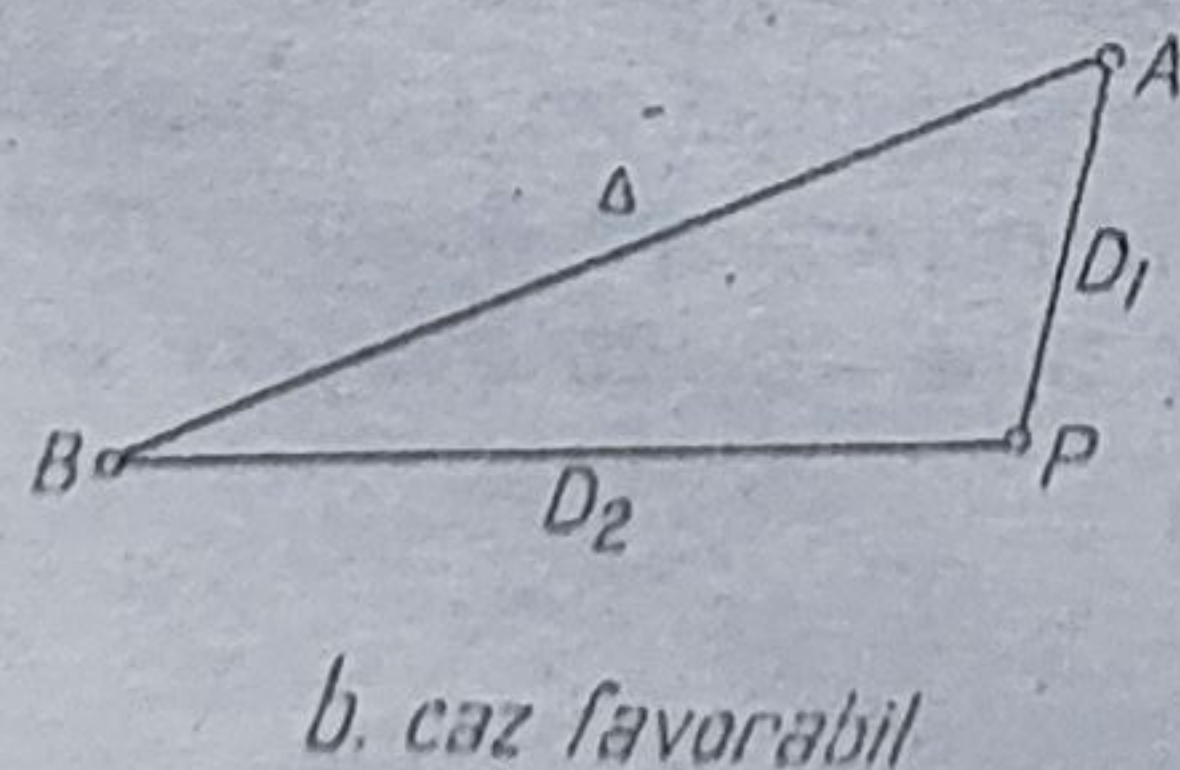
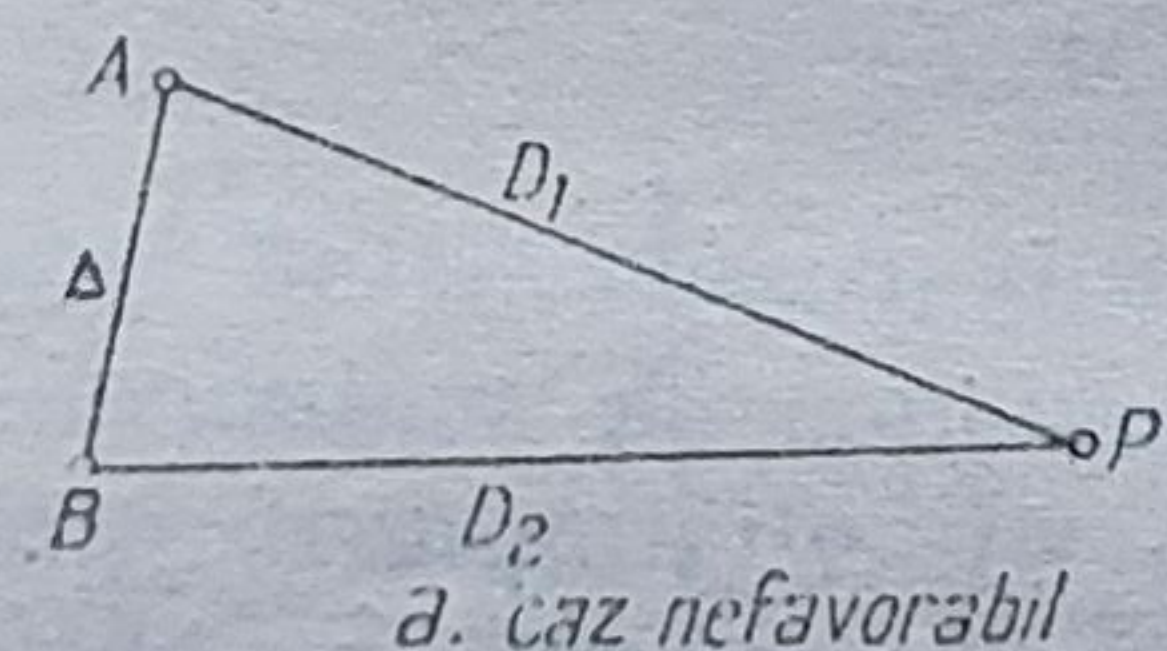


Fig. 177. Sensibilitatea unei vizări.

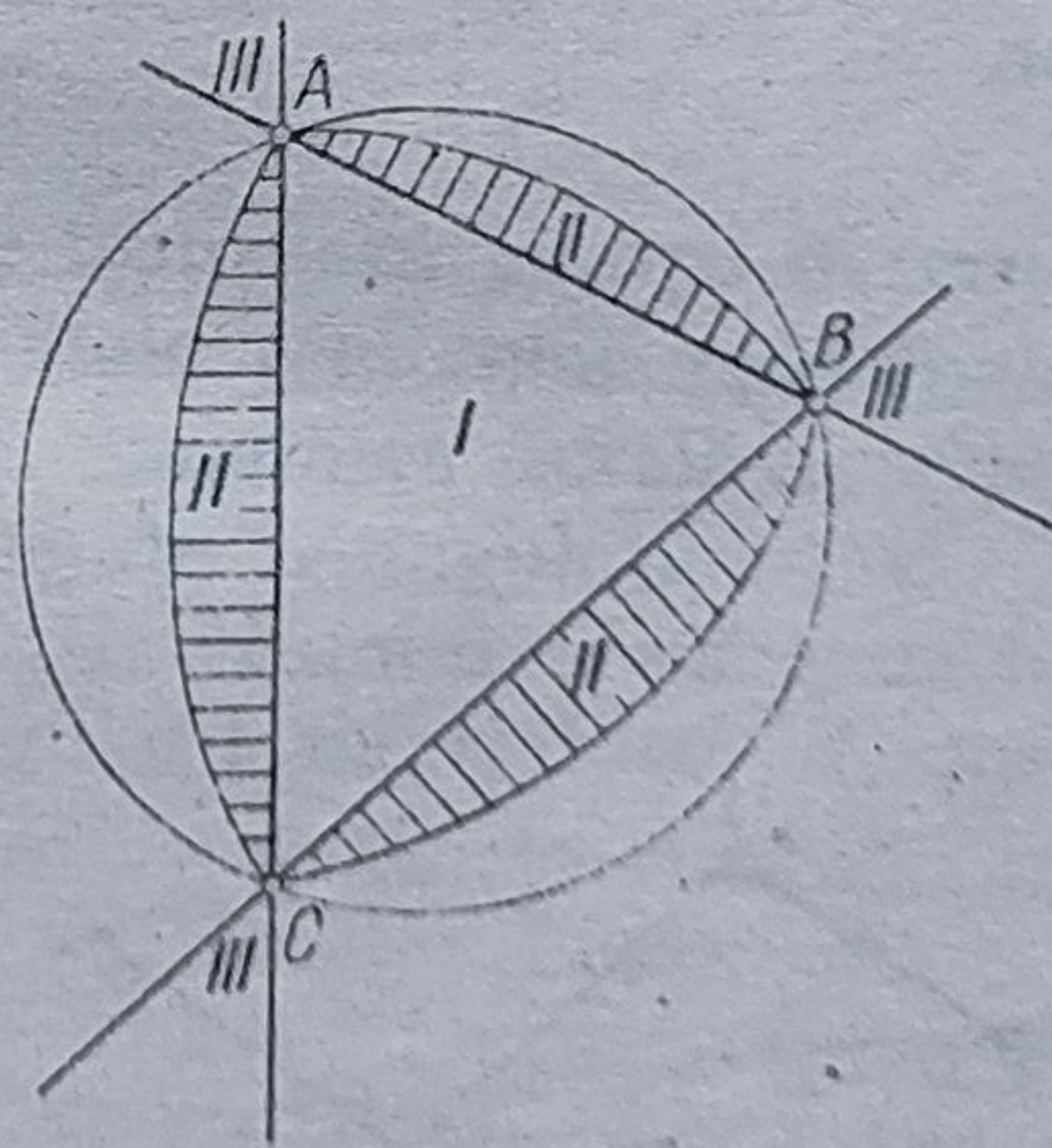


Fig. 178. Cazuri favorabile de intersecție inversă.



### § 3. Metode planimetrice care necesită măsurători de unghiuri și distanțe

În categoria acestor metode includem :

- drumuirea (poligonația) și
- radierea (metoda polară).

a. **Drumuirea** este metoda prin care putem determina pozițiile unor puncte necunoscute, vîrfuri ale unui contur poligonal, prin măsurarea unghiurilor (orientărilor) în fiecare punct și a lungimilor laturilor (distanțele dintre puncte).

Dat fiind conturul poligonului  $A, 1, 2 \dots n-1, B$  (fig. 179), plecînd din punctul  $A$  unde aparatul se orientează pe direcția  $AR$ , se determină acest contur prin măsurarea succesivă a orientărilor laturilor în fiecare punct și a distanțelor dintre puncte, staționînd în fiecare vîrf.

Punctele de stație se marchează în teren prin borne, țărushi sau jaloane.

Cînd punctul final al drumuirii (punctul de închidere), diferă de punctul inițial, spunem că avem *drumuire deschisă* ( $n+1$  vîrfuri,  $n$  laturi) ca în figura 179 ; cînd cele două puncte coincid, *drumuire închisă* ( $n$  vîrfuri,  $n$  laturi) (fig. 180).

În urma obținerii datelor din teren (valori unghiulare și distanțe), conturul poligonal poate fi reprezentat în plan sau pot fi calculate coordonatele vîrfurilor drumuirii, pornind de la punctul  $A$ . Însă, din cauza erorilor de măsurare a elementelor din teren și a erorilor de construcție grafică care se compun, se obține, pentru punctul de închidere, o poziție diferită de cea reală.

Diferența între poziția reală a punctului de închidere și cea obținută prin măsurători succesive constituie *eroarea de închidere*, care poate fi pusă în evidență și care permite compensarea rezultatelor măsurătorilor.



Fig. 179. Drumuire deschisă.

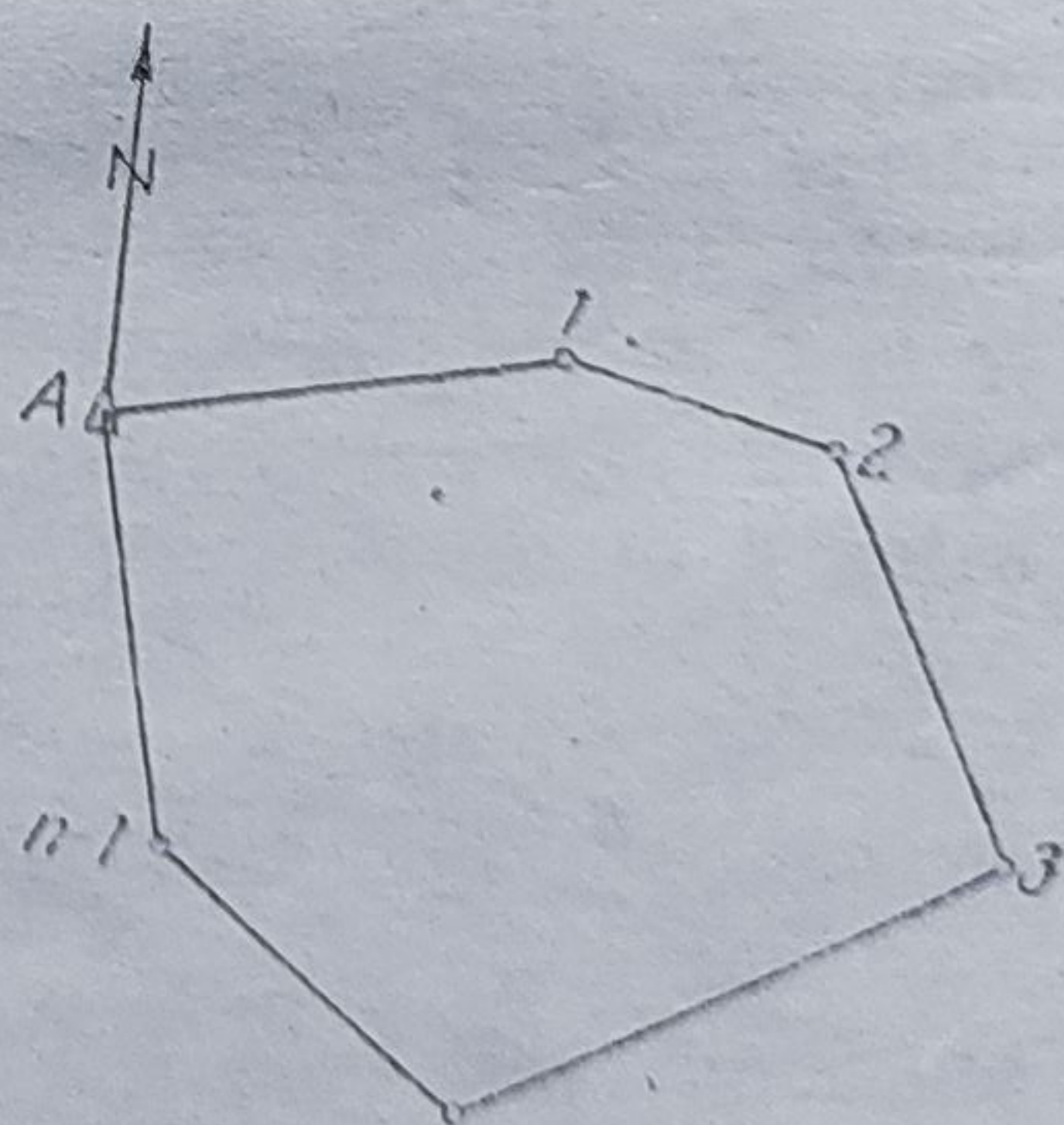


Fig. 180. Drumuire închisă.



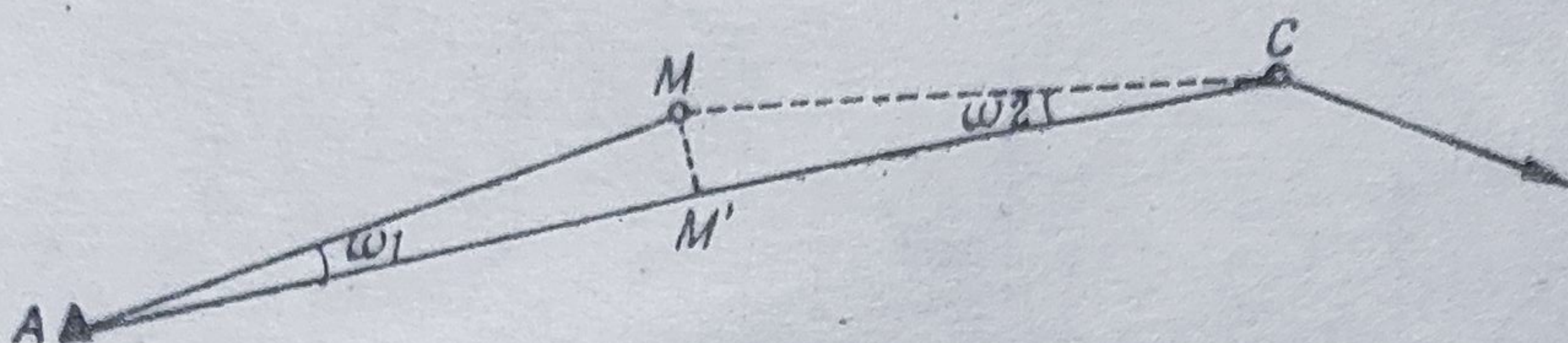


Fig. 181. Procedeul punctului intermediar.

**Măsurarea laturilor drumuirii.** Pentru determinarea lungimii laturilor se aleg instrumentele de măsurat în funcție de precizia urmărită: instrumente de măsurare directă (panglică, ruletă, fir) când se cere o precizie mare și stadimetre pentru distanțe pînă la 150—200 m când nu se cere o mare precizie.

Măsurarea directă a distanțelor se face pe porțiuni (panouri) de aceeași înclinare, apoi se reduce la orizont.

Cînd lungimile măsurate stadimetric depășesc 150 m, pentru menținerea preciziei se utilizează procedeul punctului intermediar (fig. 181); stadia se plasează într-un punct  $M$ , aproximativ la jumătatea distanței între punctele  $A$  și  $C$  și cît mai aproape de aliniament. Se măsoară unghiurile  $\omega_1$  și  $\omega_2$  și stadimetric distanțele  $AM$  și  $MC$ .

Lungimea laturii  $AC$  va fi :

$$AC = AM' + M'C = AM \cos \omega_1 + MC \cos \omega_2.$$

În cazul unor laturi lungi și în teren accidentat, se utilizează *măsurarea paralactică* a lungimii laturilor, prin crearea unei baze perpendiculare pe  $AC$  (de cîteva zeci de metri).

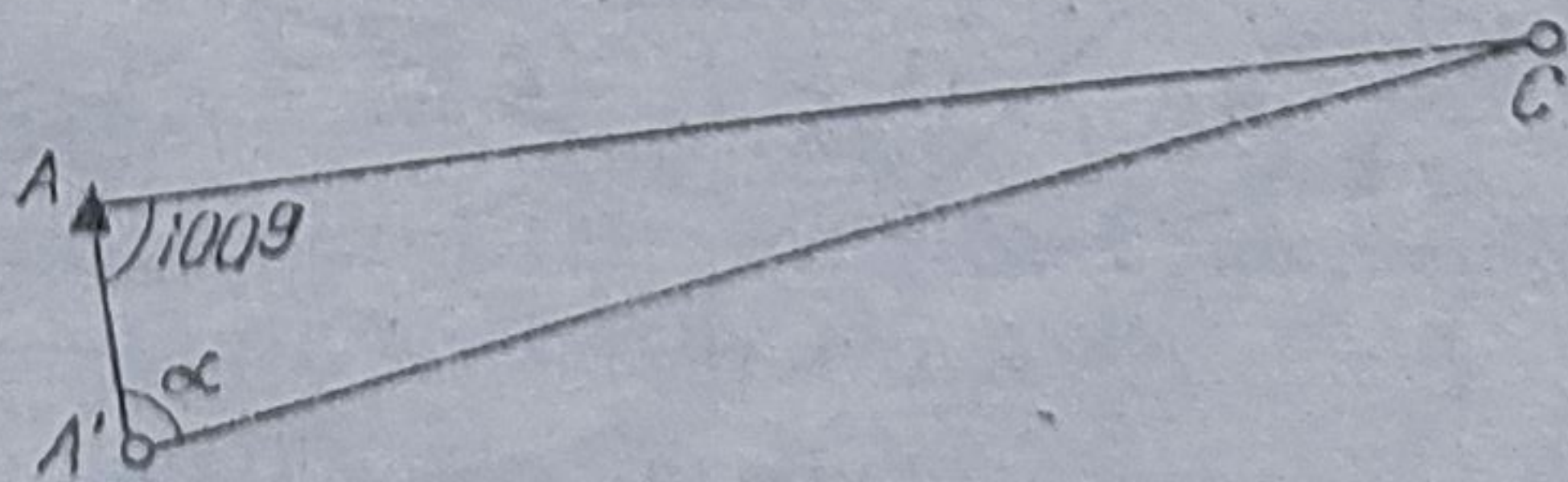
Cu ajutorul unui teodolit se măsoară în  $A'$  unghiul sub care se vede distanța  $AC$  (fig. 182).

$$AC = AA' \operatorname{tg} \alpha.$$

În cele mai multe cazuri, drumuirea se utilizează pentru determinarea punctelor secundare de canevas, coordonatele punctelor principale fiind obținute prin triangulație. În consecință, lungimea totală a unei drumuri depinde de distanța dintre punctele de triangulație.

Dacă triangulația se oprește la ordinul III, drumuirea va avea lungimi de 5—10 km; dacă se extinde la triangulații de ordinul V, lungimea drumuirii se reduce la 5—600 m.

Fig. 182. Procedeul paralactic.





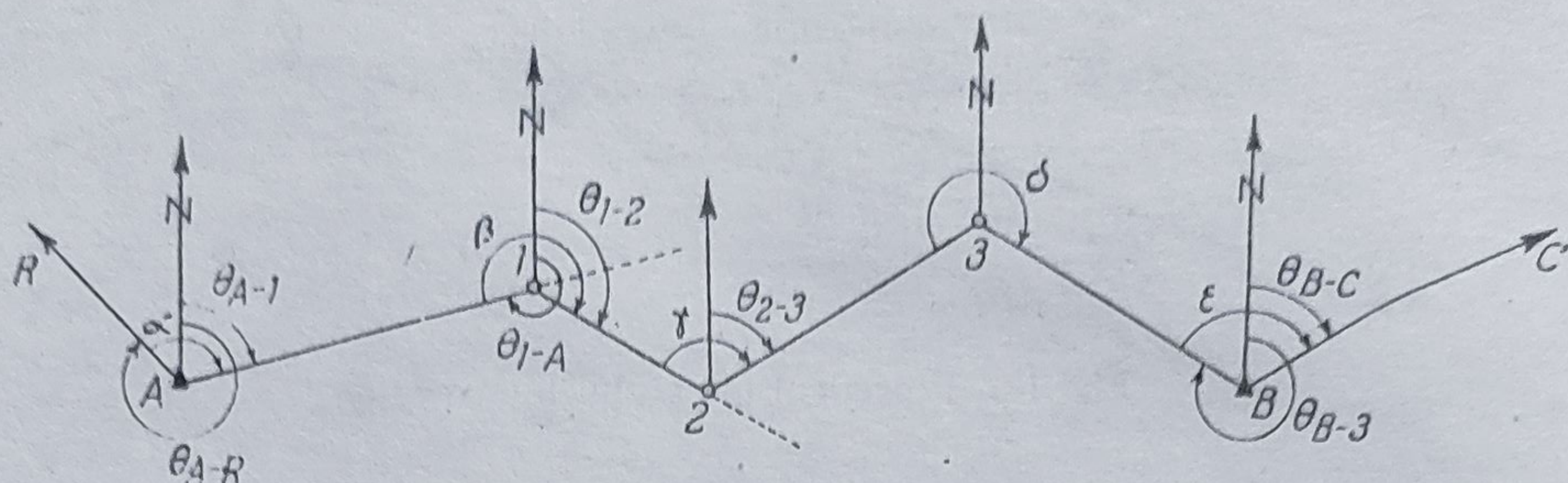


Fig. 183. Măsurarea goniometrică a unghiurilor drumuirii.

În unele cazuri, în lipsa punctelor geodezice, cu aparate precise se execută drumuri care depășesc 10 km (distanțele se măsoară paralactic).

Măsurarea unghiurilor drumuirii. Unghiurile, în fiecare stație de drumuire, se pot măsura cu teodolitul sau cu busola.

Cu teodolitul, dacă dispune de mișcare generală, se pot obține direct orientările topografice ale laturilor drumuirii, prin vizare în punctul de plecare pe una sau două direcții cunoscute. În celelalte stații, aparatul se orientează prin vizare inversă pe direcția precedentă, cu orientarea veche modificată cu  $200^\circ$ .

6/ Cînd aparatul nu dispune de mișcare generală, se calculează modulul stației în fiecare punct, utilizînd orientarea unei direcții cunoscute și citirea pe direcția respectivă.

În figura 183 sînt reprezentate unghiurile unei drumuri măsurate cu teodolitul în mod diferit.

În cazul măsurării unghiurilor cu un aparat dotat cu o busolă, unghiurile măsurate reprezintă azimutele magnetice  $\theta_m$  ale laturilor drumuirii (fig. 184).

**Executarea drumuirii.** Drumuirea se poate executa cu planșeta și cu un aparat goniometric.

**Executarea drumuirii cu planșeta.** La o scară convenabilă se raportează pe planșetă punctele cunoscute a și b (punctul de plecare și cel

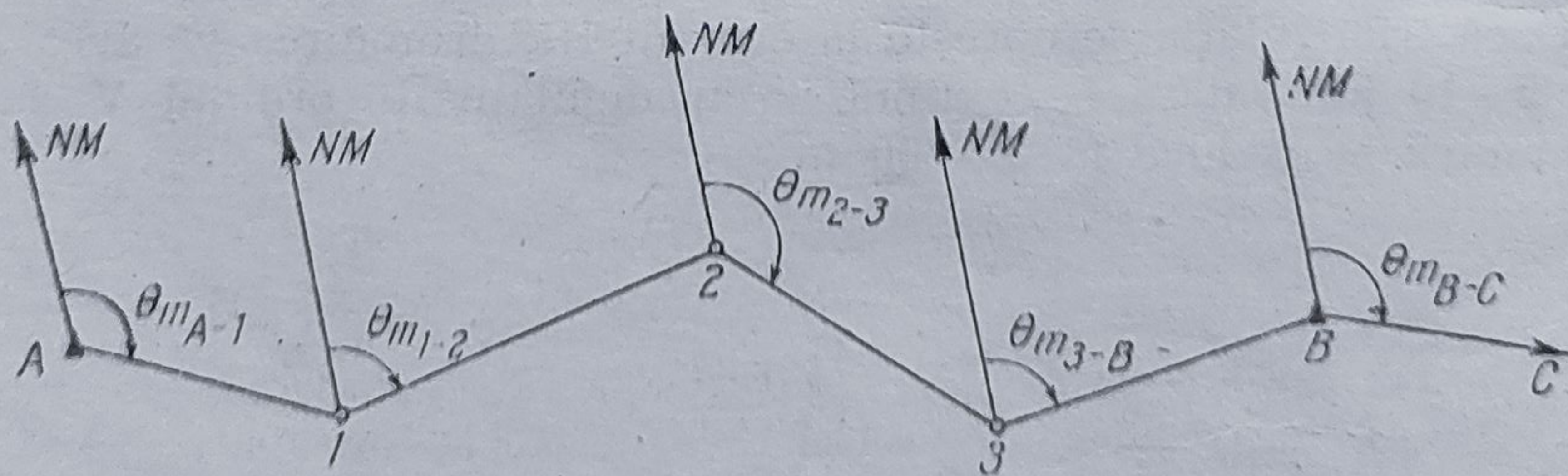
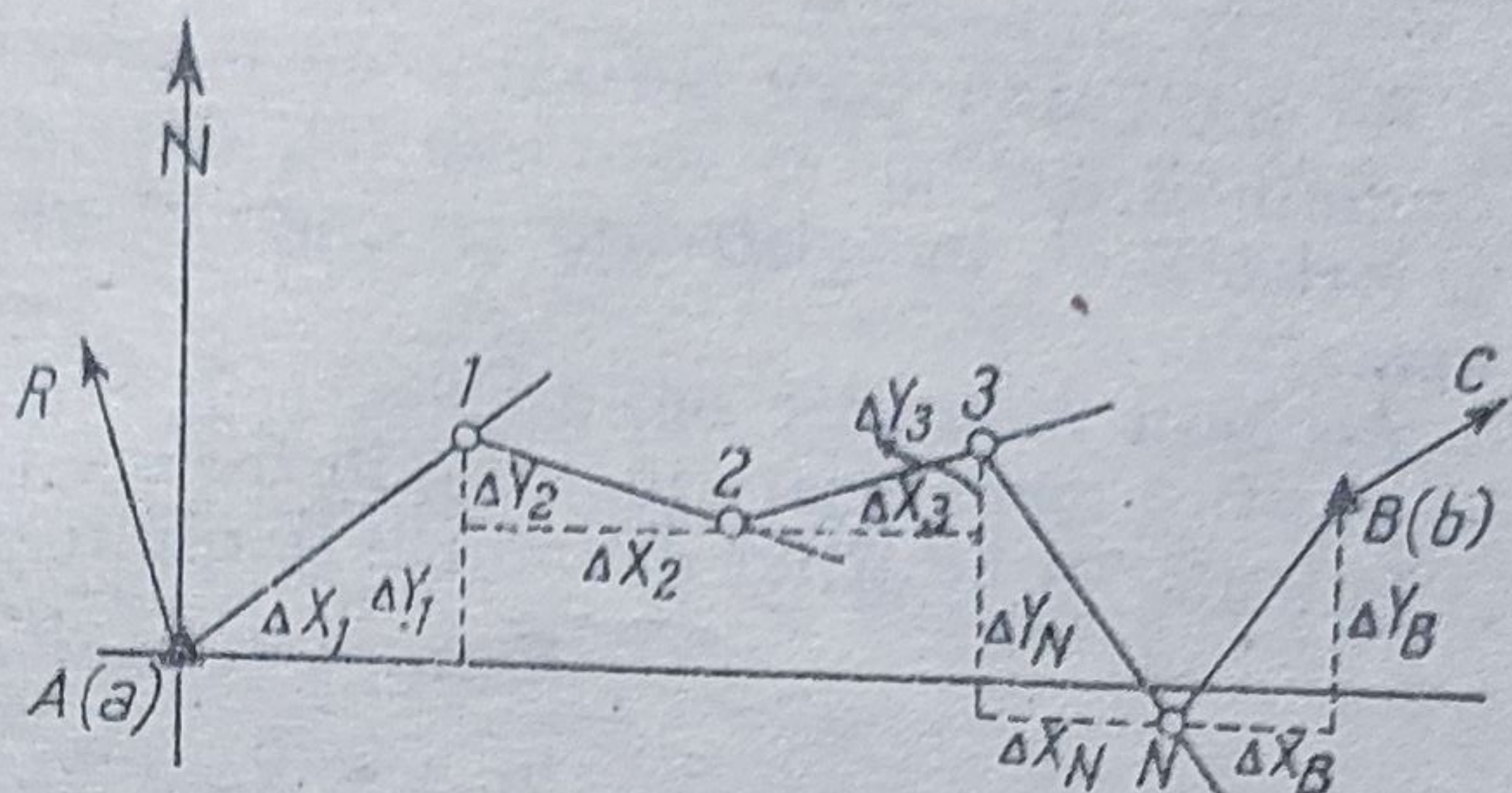


Fig. 184. Măsurarea unghiurilor cu busola.



Fig. 185. Executarea drumuirii cu planșeta.



de închidere) și în fiecare din aceste puncte cel puțin o direcție cunoscută prin orientarea ei ( $\theta_{A-R}$  și  $\theta_{B-C}$ ) (fig. 185).

Se orientează planșeta în punctul  $A$  pe direcția  $AR$  sau cu declinatorul și se vizează apoi primul punct intermediar al drumuirii, punctul 1. Se măsoară distanța și unghiul vertical. Pe vizarea  $A-1$  se raportează distanța  $A-1$  redusă la orizont și la scară. Planșeta se deplasează în punctul 1, unde se orientează pe direcția  $1-A$ , se verifică distanța, vizînd apoi în continuare punctul 2 al drumuirii, pînă la care se măsoară distanța ș.a.m.d., pînă la punctul  $B$ , punctul de închidere a drumuirii.

Pe planșetă apare grafic conturul poligonal; coordonatele vîrfurilor se pot deduce plecînd de la coordonatele punctului  $A$ .

Pentru punctul 1 al drumuirii, coordonatele rectangulare vor fi :

$$\begin{aligned} X_1 &= X_A + \Delta X_1 \\ Y_1 &= Y_A + \Delta Y_1, \end{aligned}$$

iar pentru punctul  $n-1$ ,

$$\begin{aligned} X_{n-1} &= X_{n-2} + \Delta X_{n-1} \\ Y_{n-1} &= Y_{n-2} + \Delta Y_{n-1}. \end{aligned}$$

De pe planșetă, coordonatele unui punct intermediar se pot determina fie față de punctul anterior, fie direct, față de punctul de plecare  $A$  ( $X_A, Y_A$ ).

Pentru un punct oarecare  $N$  ( $X_N, Y_N$ ), coordonatele rectangulare vor fi :

$$\begin{aligned} X_N &= X_A + \Delta X_1 + \Delta X_2 + \dots + \Delta X_N \\ Y_N &= Y_A + \Delta Y_1 + \Delta Y_2 + \dots + \Delta Y_N \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} X_N &= X_A + \sum \Delta X \\ Y_N &= Y_A + \sum \Delta Y. \end{aligned}$$

*Executarea drumuirii cu goniometrul.* Se instalează un teodolit în punctul  $A$  unde se orientează pe direcția  $AR$ , pe aparat fiind înregistrată orientarea  $\theta_{A-R}$ .



Se îndreaptă apoi aparatul spre punctul 1, se vizează și se citește unghiul orizontal și distanța (stadimetric). Pentru reducerea distanței la orizont se înregistrează și unghiul vertical, prin vizare la înălțimea aparatului.

Aceleași elemente se măsoară în fiecare punct de stație (distanțele se verifică, prin vizare inversă, în fiecare punct).

Orientările laturilor drumuirii se obțin succesiv :

$$\theta_{A-1} = \theta_{A-R} + \alpha$$

$$\theta_{1-2} = \theta_{A-1} - 200^g + \alpha_1$$

$$\theta_{2-3} = \theta_{1-2} - 200^g + \alpha_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\theta_{(n-1)-B} = \theta_{(n-2)-(n-1)} - 200^g + \alpha_n.$$

Având orientările și distanțele reduse la orizont, coordonatele punctelor drumuirii se pot determina pe cale grafică sau prin calcul.

*Grafic.* Se raportează pe o planșetă punctul  $a$  prin coordonatele sale alegându-i o poziție convenabilă, în așa fel ca pe planșă să încapă întreaga reprezentare.

În punctul  $a$  se raportează orientarea direcției  $A-1$ , pe care se trece distanța respectivă. Se obține astfel poziția punctului 1. În acest punct se construiește  $\theta_{1-2}$  și distanța  $1-2$ . În același mod se reprezintă toate orientările și distanțele măsurate în teren.

Coordonatele punctelor se obțin ca la planșetă.

*Prin calcul.* Coordonatele punctelor drumuirii se calculează din aproape în aproape, pe baza orientărilor și a distanțelor proiectate în plan orizontal.

Pentru punctul 1 avem :

$$X_1 = X_A + \Delta X_1 \quad \Delta X_1 = D_1 \sin \theta_1$$

$$Y_1 = Y_A + \Delta Y_1 \quad \Delta Y_1 = D_1 \cos \theta_1.$$

Pentru un punct oarecare  $N$ ,

$$X_N = X_A + \Delta X_1 + \Delta X_2 + \dots + \Delta X_N$$

$$Y_N = Y_A + \Delta Y_1 + \Delta Y_2 + \dots + \Delta Y_N$$

sau

$$X_N = X_A + D_1 \sin \theta_1 + D_2 \sin \theta_2 + \dots + D_n \sin \theta_n$$

$$Y_N = Y_A + D_1 \cos \theta_1 + D_2 \cos \theta_2 + \dots + D_n \cos \theta_n.$$

Pentru cazul general,

$$X = X_A + \sum D \sin \theta$$

$$Y = Y_A + \sum D \cos \theta.$$

Semnul diferențelor  $\Delta X$  și  $\Delta Y$  este dat de poziția (cadranul) punctului necunoscut față de cel cunoscut.

*Verificarea drumuirii.* În executarea drumuirii se produc erori la măsurarea elementelor necesare determinării coordonatelor punctelor conturului poligonal.



Erorile pot fi puse în evidență prin *închidere*, respectiv prin terminarea operațiilor de măsurare într-un punct cunoscut prin coordonatele sale, din care putem viza o direcție a cărei orientare se cunoaște. Se evidențiază astfel două categorii de erori la închidere: erori unghiulare și erori de poziție (fig. 186).

Eroarea unghiulară de închidere ( $e_u$ ) rezultă din diferența dintre orientarea direcției  $\theta_{B-D}$  și orientarea obținută prin calcul succesiv  $\theta'_{B-D}$  în momentul cînd se ajunge în stația finală  $B$  și se vizează punctul  $D$  din teren.

$$e_u = \theta_{B-D} - \theta'_{B-D}.$$

Dacă  $e_u$  nu depășește toleranța admisibilă, orientările laturilor drumuirii se corectează proporțional cu cantitatea  $e_u$ , unde  $n$  este numărul laturilor drumuirii (ca la turul de orizont):

- pentru prima latură :  $-\frac{e_u}{n}$ ;
- pentru a doua latură :  $-2 \cdot \frac{e_u}{n}$ ;
- pentru a  $n$ -a latură :  $-n \cdot \frac{e_u}{n} = -e_u$ ,

ceea ce corespunde chiar erorii.

Eroarea de poziție se pune în evidență prin diferența dintre coordonatele punctului  $B$  ( $X_B, Y_B$ ) și coordonatele obținute pentru același punct prin calcul succesiv, față de punctul anterior  $B'$  ( $X'_{B'}, Y'_{B'}$ ).

Eroarea de poziție are două componente: eroarea longitudinală ( $e_x$ ) în sensul absciselor și eroarea transversală ( $e_y$ ) în sensul ordonatelor:

$$e_x = X_B - X'_{B'};$$

$$e_y = Y_B - Y'_{B'}.$$

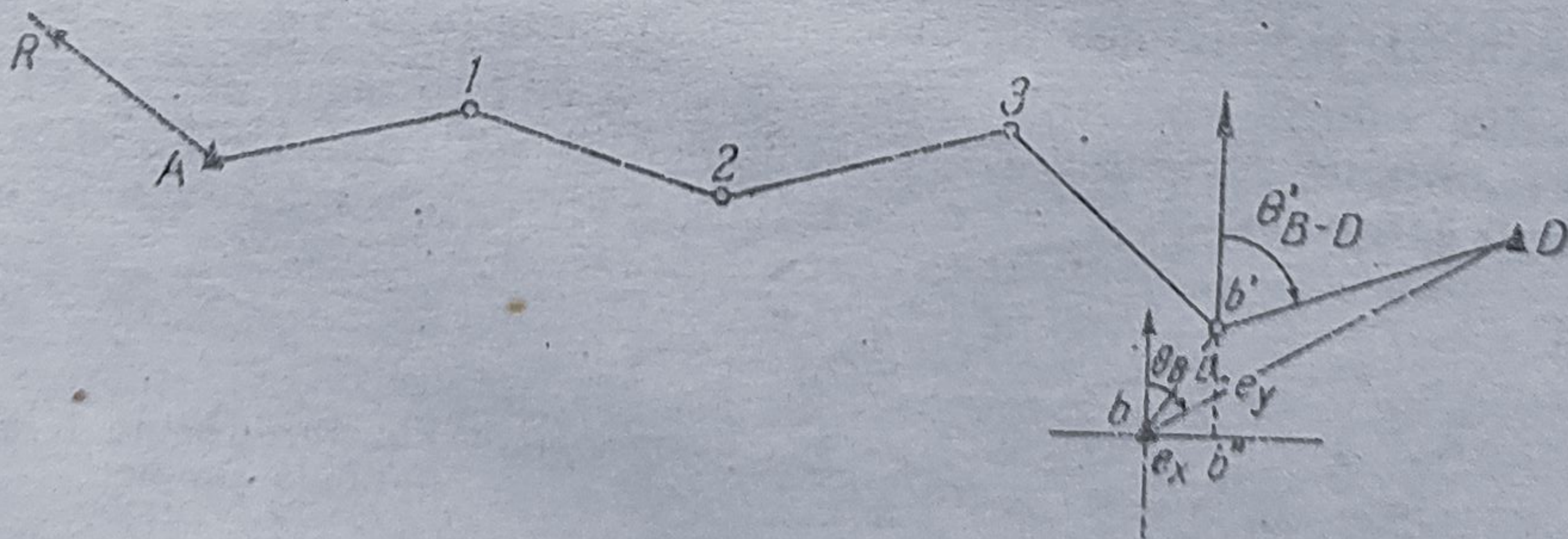


Fig. 186. Verificarea drumuirii.



În cazul unei drumuri închise, erorile de închidere, unghiulare și de poziție, se calculează în funcție de coordonatele punctului de plecare și ale orientărilor cunoscute inițial în acel punct și aceleași elemente obținute după desfășurarea drumurii. Astfel vom avea :

$$c_u = \theta_{A-R} - \theta'_{A-R}$$

$$c_x = X_A - X'_A$$

$$c_y = Y_A - Y'_A$$

Compensarea drumurii constă în corectarea orientării laturilor și a poziției punctelor pe baza erorilor (unghiulare și de poziție) care nu depășesc anumite toleranțe.

Pentru unghiuri,  $T_u = 1^{\circ}50' \sqrt{n}$ , unde  $n$  este numărul vîrfurilor, iar pentru coordonate,  $T_c = \pm \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$ .

**Compensarea paralelă simplă.** Cînd laturile drumurii sînt aproximativ egale, corecția se repartizează fiecărui vîrf, paralel cu eroarea (fig. 187).

Considerînd punctele  $a$  și  $b$  ca puncte cunoscute ale drumurii, presupunem că, în urma construcției grafice, punctul  $b'$  reprezintă corespondentul punctului  $b$ , obținut prin drumuire. În construcția grafică, eroarea de închidere  $bb'$  se împarte la numărul laturilor, deplasînd vîrfurile în sensul erorii, pe direcții paralele, cu cantitățile :

$$\frac{bb'}{n}, 2 \cdot \frac{bb'}{n}, 3 \cdot \frac{bb'}{n} \dots n \cdot \frac{bb'}{n}.$$

În construcția calculată se determină componentele erorii de închidere  $e_x$  și  $e_y$  care se repartizează în mod egal coordonatelor parțiale :

$$c_1 = \Delta x - \frac{e_x}{n} \text{ și } c_2 = \Delta y - \frac{e_y}{n}.$$

**Compensarea paralelă proporțională.** În cazul unei drumuri cu laturi inegale, corecțiile se aplică proporțional cu lungimile laturilor. Ca și în exemplul precedent, fiecare vîrf este deplasat paralel, în sensul erorii de închidere  $bb'$ , însă cu o cantitate determinată de lungimea întregii drumuri ( $D$ ) și lungimea fiecărei laturi în parte ( $d$ ) și egală cu  $\frac{bb'}{D} \cdot d$ .

Grafic, valorile corecțiilor pentru fiecare vîrf se obțin astfel (fig. 188) : Se „întinde” drumuirea pe aliniamentul  $ab''$ , marcînd extremitățile fiecărei laturi în  $1'', 2'', \dots n'' - 1, b''$  ; în punctul  $b''$  se construiește

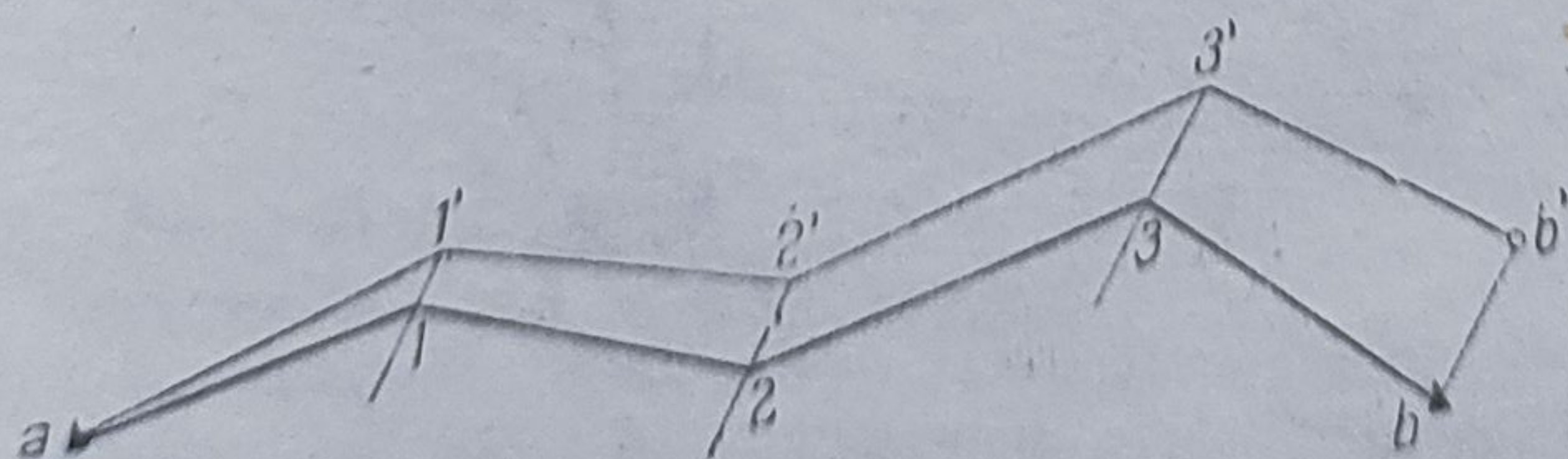


Fig. 187. Compensarea paralelă simplă.







eroarea  $b''b'''$ , paralelă și egală cu  $bb'$ . Se unește  $a$  cu  $b'''$  și se duc, prin punctele  $1''$ ,  $2''$  etc., paralele la eroare.

Valorile liniare  $1''-1'''$ ,  $2''-2'''$ ...  $b'b$ , cuprinse între cele două drepte, reprezintă corecțiile cu care se deplasează fiecare vîrf, în sensul erorii.

Prin calcul, cunoscînd eroarea de poziție (componentele  $e_x$  și  $e_y$ ) corecțiile se repartizează coordonatelor parțiale astfel :

$$c'_1 = x - \frac{e_x}{D} \cdot d \text{ și } c'_2 = y - \frac{e_y}{D} \cdot d.$$

În tabela 8 se dă un exemplu de drumuire goniometrică calculată.

**Rețele de drumuire.** Cînd pe teren se execută mai multe drumuiri care au puncte comune (*puncte nodale*), acestea definesc o rețea de drumuiri sau o poligonație.

În figura 189, coordonatele punctului  $N_4$  se determină separat, prin rezolvarea tuturor drumuirilor care trec prin el. El poate fi considerat fie un *punct oarecare de drumuire* pe traseele  $N_1$ ,  $N_4$ ,  $N_7$  și  $N_5$ ,  $N_4$ ,  $N_8$ , cînd coordonatele se obțin ca medie a două compensări, fie un *punct nodal*, în care caz numărul traseelor de drumuire este dictat de numărul punctelor cunoscute și cînd coordonatele se iau ca medie ponderată a tuturor determinărilor.

**b. Radierea (metoda polară).** Radierea este metoda prin care se obțin în teren coordonatele polare ale unui punct, unghiul orizontal și distanța.

În principiu se face stație într-un punct cunoscut (punct de triangulație, de intersecție, vîrf de drumuire) și, printr-un tur de orizont orientat pe una sau mai multe direcții cunoscute, se vizează punctele necunoscute din jur (1, 2, 3, 4), ale căror coordonate dorim să le aflăm. Se măsoară distanțele de la punctul cunoscut la fiecare punct necunoscut (fig. 190).

Coordonatele rectangulare ale punctelor noi se obțin prin transformarea coordonatelor polare măsurate.

Radierea este metoda de bază în determinarea detaliilor terenului.

Ca și celelalte metode planimetrice, se execută cu planșeta și cu teodolitul (sau alt aparat goniometric).

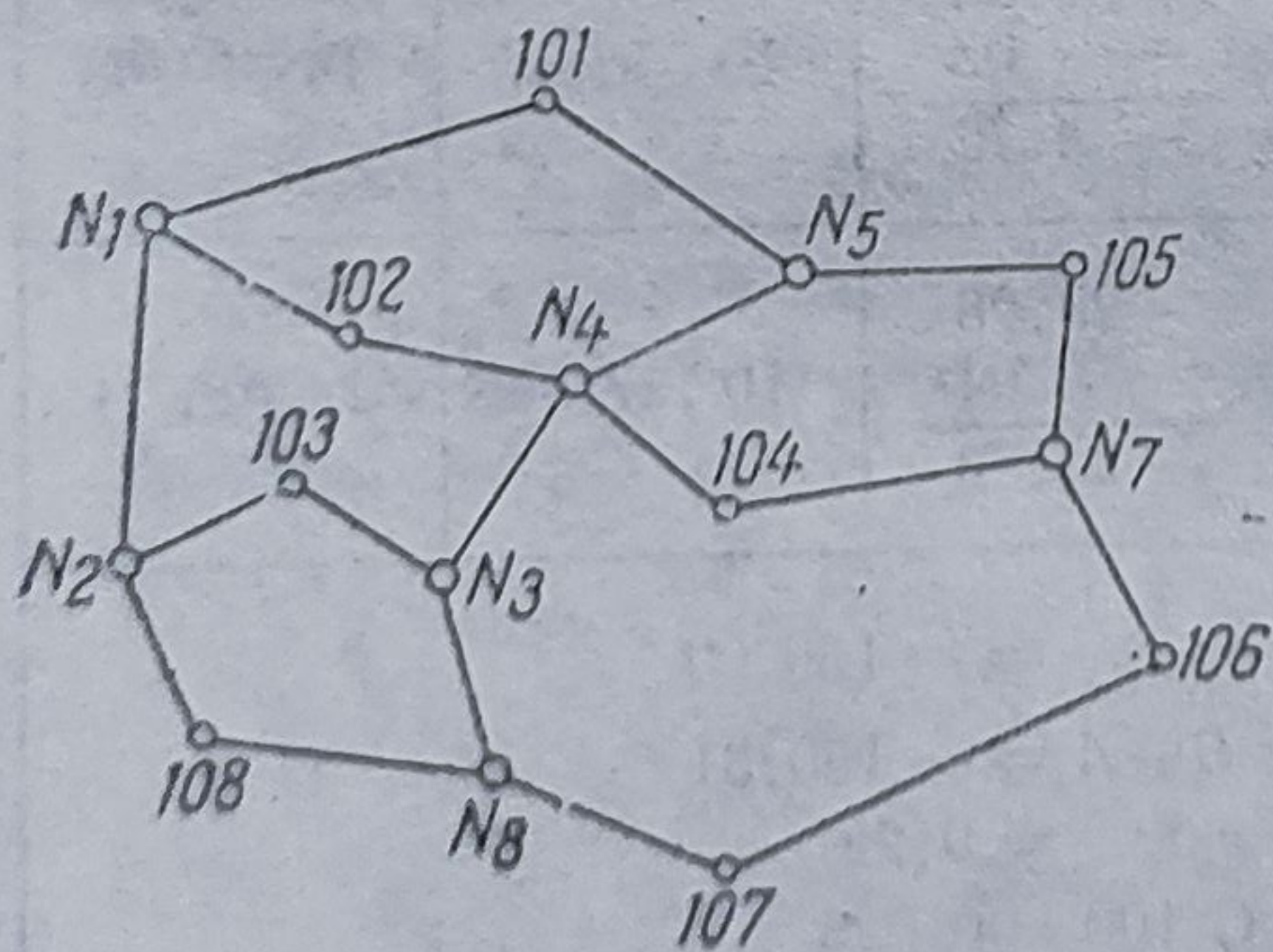


Fig. 189. Rețele de drumuiri.

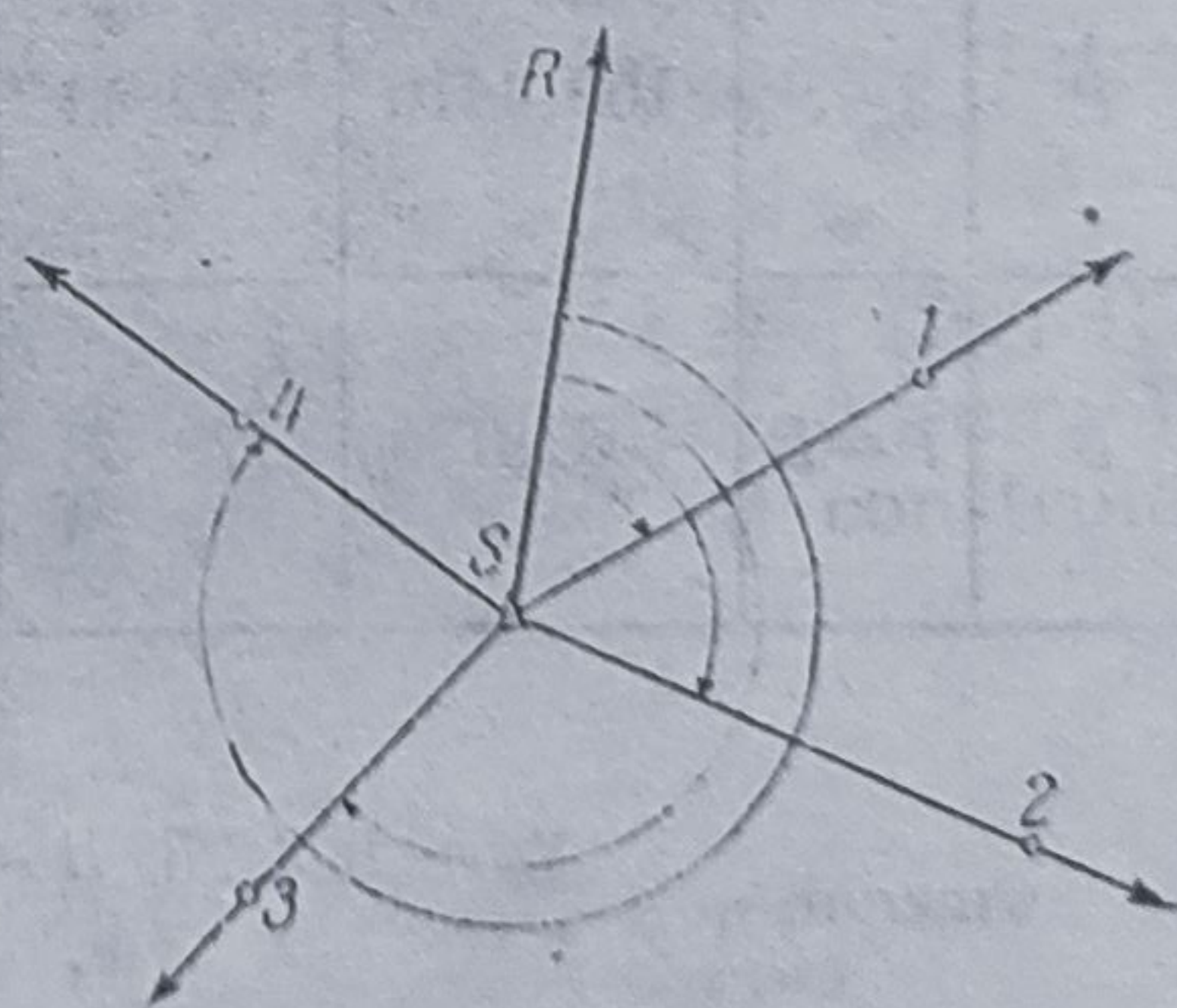
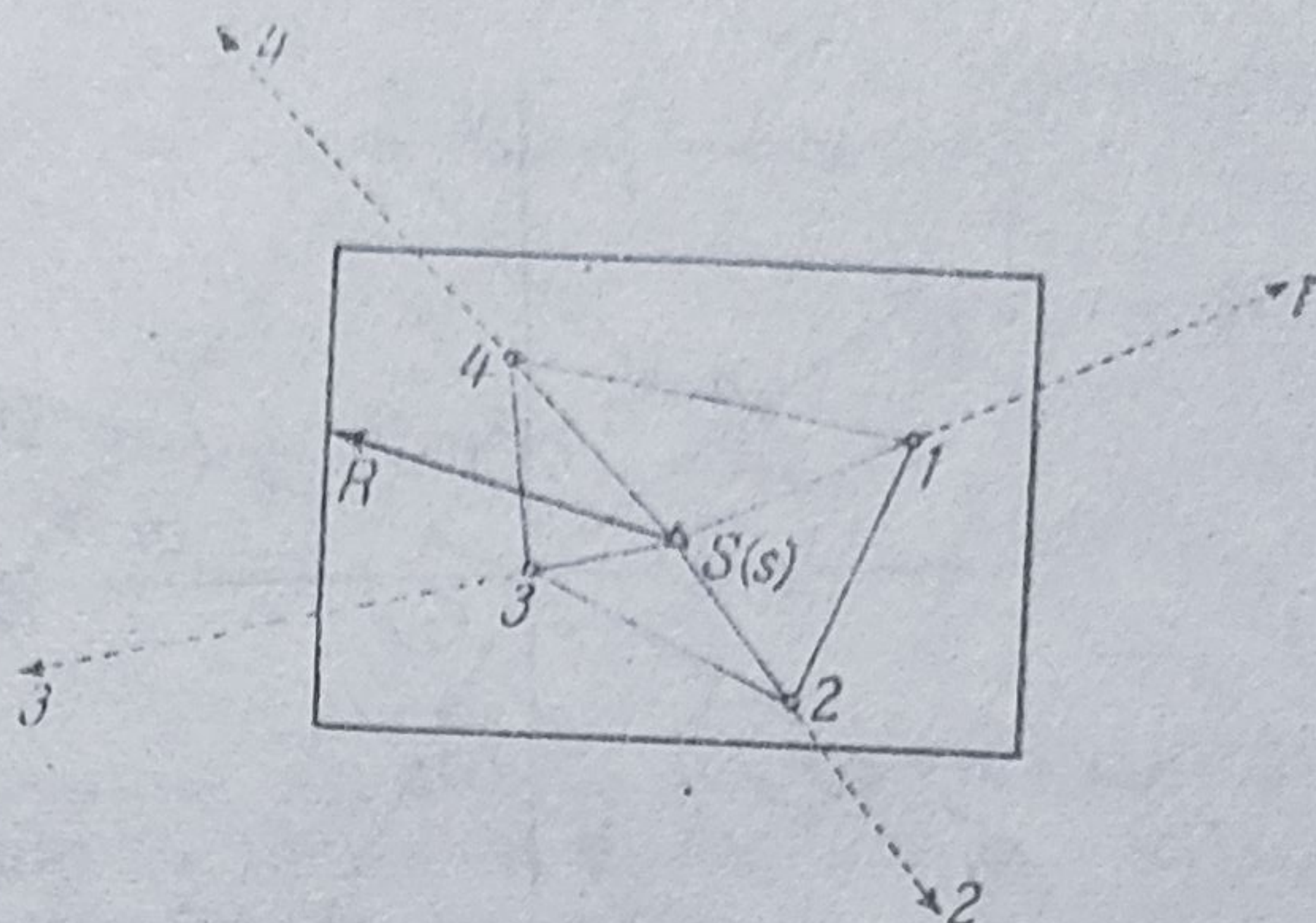


Fig. 190. Principiul radierii.



Fig. 191. Executarea radierii cu planșeta.



*Executarea radierii cu planșeta.* Se instalează aparatul pe verticala punctului  $S$ , avînd pe planșetă raportat punctul  $s$ , corespondentul punctului din teren. Se orientează fie prin vizarea direcției cunoscute  $S-R$  (fig. 191), fie folosind un declinator.

Așezînd alidada peste  $s$  de pe planșetă, se vizează pe rînd punctele necunoscute din teren 1, 2, 3 și 4, în care se plasează o stadie. Se măsoară stadimetric distanțele la fiecare punct și unghiul de înclinare, vizînd la înălțimea aparatului; distanțele se reduc la orizont folosind formula  $d_s = KH \cos^2 i$ .

Pentru determinarea poziției punctelor necunoscute se raportează, în lungul fiecărei vizări trasate pe planșetă, distanțele reduse la scara adoptată.

Coordonatele unui punct oarecare radiat, se extrag grafic:

$$X = X_s + \Delta X;$$

$$Y = Y_s + \Delta Y.$$

*Executarea radierii cu teodolitul.* În cadrul unui tur de orizont orientat pe una sau mai multe direcții cunoscute se includ toate punctele necunoscute din jurul stației, ale căror coordonate rectangulare se cer. Se măsoară distanțele, stadimetric sau direct, pe diferite raze și unghiurile de înclinare. Coordonatele rectangulare ale punctelor se obțin grafic sau prin calcul.

*Grafic.* Pe o planșă, se alege punctul de stație  $s$ , prin care se duce un sistem de axe rectangulare. Față de axa  $sY$ , direcția nordului, se reprezintă orientările compensate  $\theta_{s-1}$ ,  $\theta_{s-2}$ ,  $\theta_{s-3}$  și  $\theta_{s-4}$ , obținîndu-se steaua direcțiilor  $D^1$ ,  $D^2$ ... Pe fiecare direcție se raportează distanțele măsurate în teren, reduse la orizont și la scară. Coordonatele rectangulare se determină grafic, ca la planșetă (fig. 192).

*Prin calcul.* Cunoscînd orientările și distanțele, coordonatele rectangulare se calculează în funcție de cele polare. Pentru punctul 1, coordonatele reale relative vor fi:

$$\Delta x_1 = d_1 \sin \theta_{s-1};$$

$$\Delta y_1 = d_1 \cos \theta_{s-1}.$$



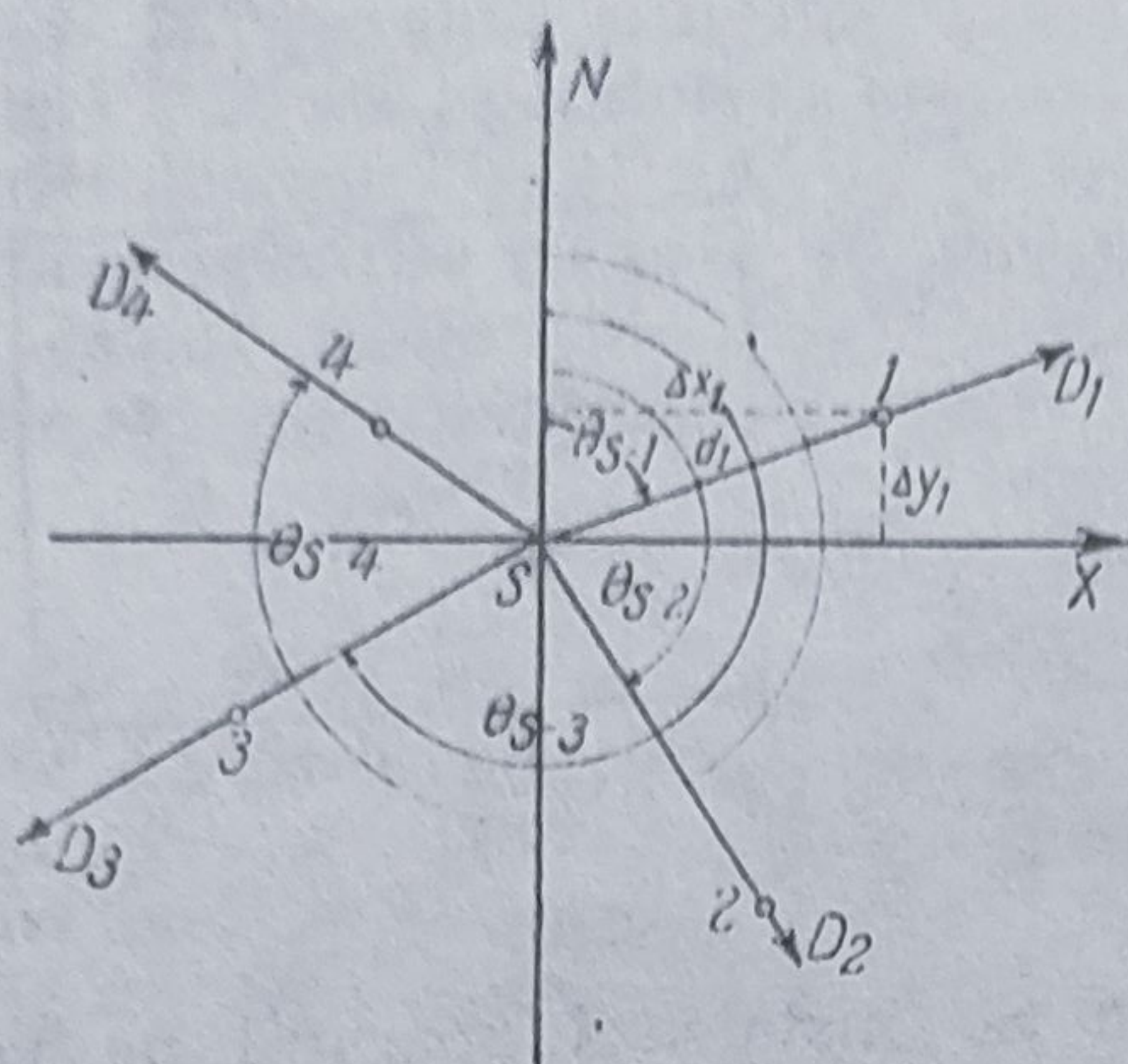


Fig. 192. Executarea radierii cu goniometrul. Rezolvarea grafică.

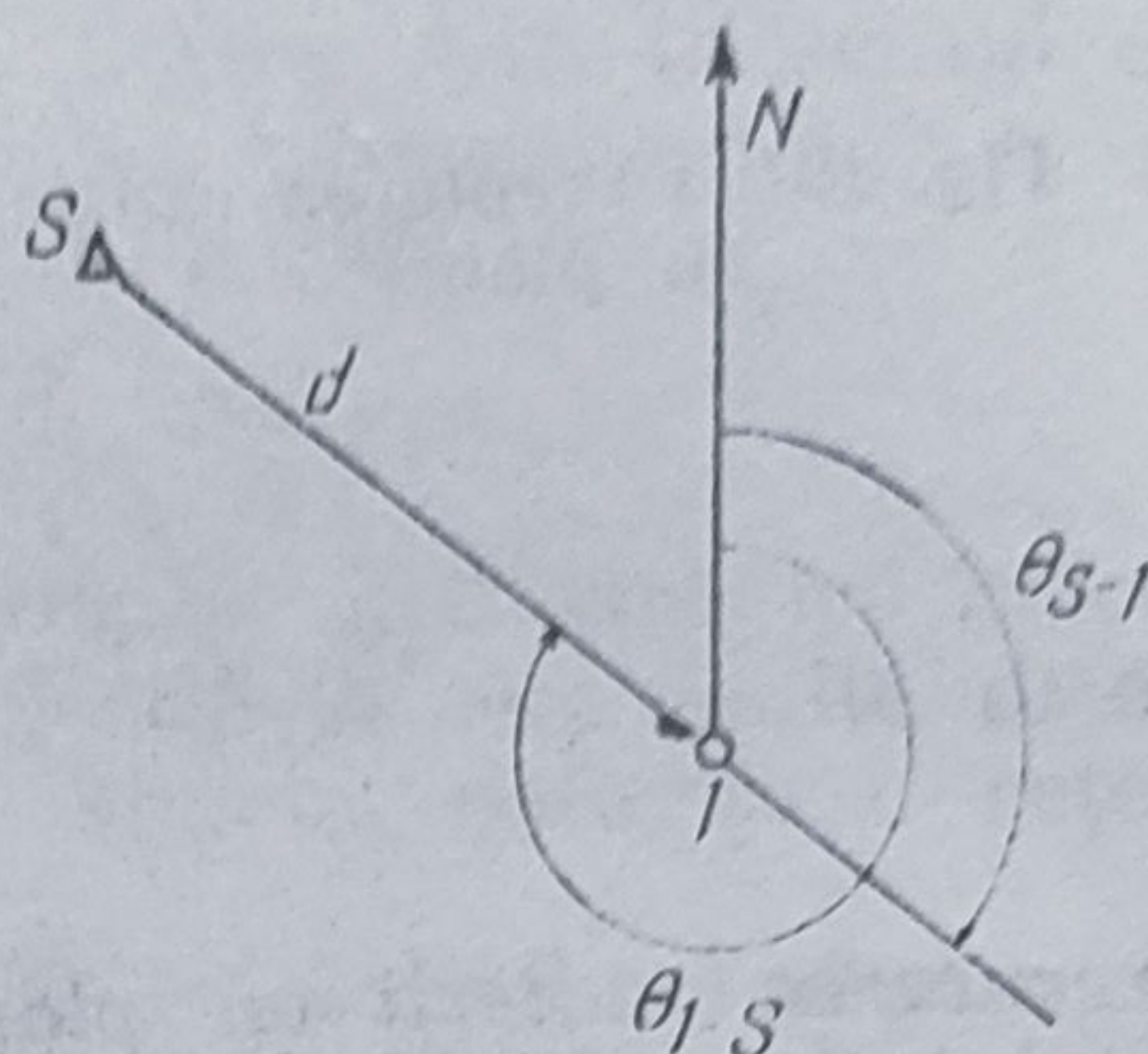


Fig. 193. Radierea inversă.

iar coordonatele reale absolute :

$$X_1 = X_S + d_1 \sin \theta_{S-1} ;$$

$$Y_1 = Y_S + d_1 \cos \theta_{S-1} .$$

**Radierea inversă.** În cazul că unul din punctele necunoscute [1] se pretează mai bine la determinarea detaliilor terenului, se face stație în acel punct unde se orientează aparatul cu busola, se vizează un punct cunoscut  $S$  (din rețeaua geodezică sau topografică) și se măsoară distanța pînă la acel punct (fig. 193).

Coordonatele rectangulare ale punctului necunoscut se obțin ca la radierea directă, cunoscînd  $\theta_{1-S} = \theta_{S-1} \pm 200^g$  și distanța  $1-S$  ( $d$ ) redusă la orizont.

#### § 4. Metode planimetrice care necesită numai măsurători de distanțe

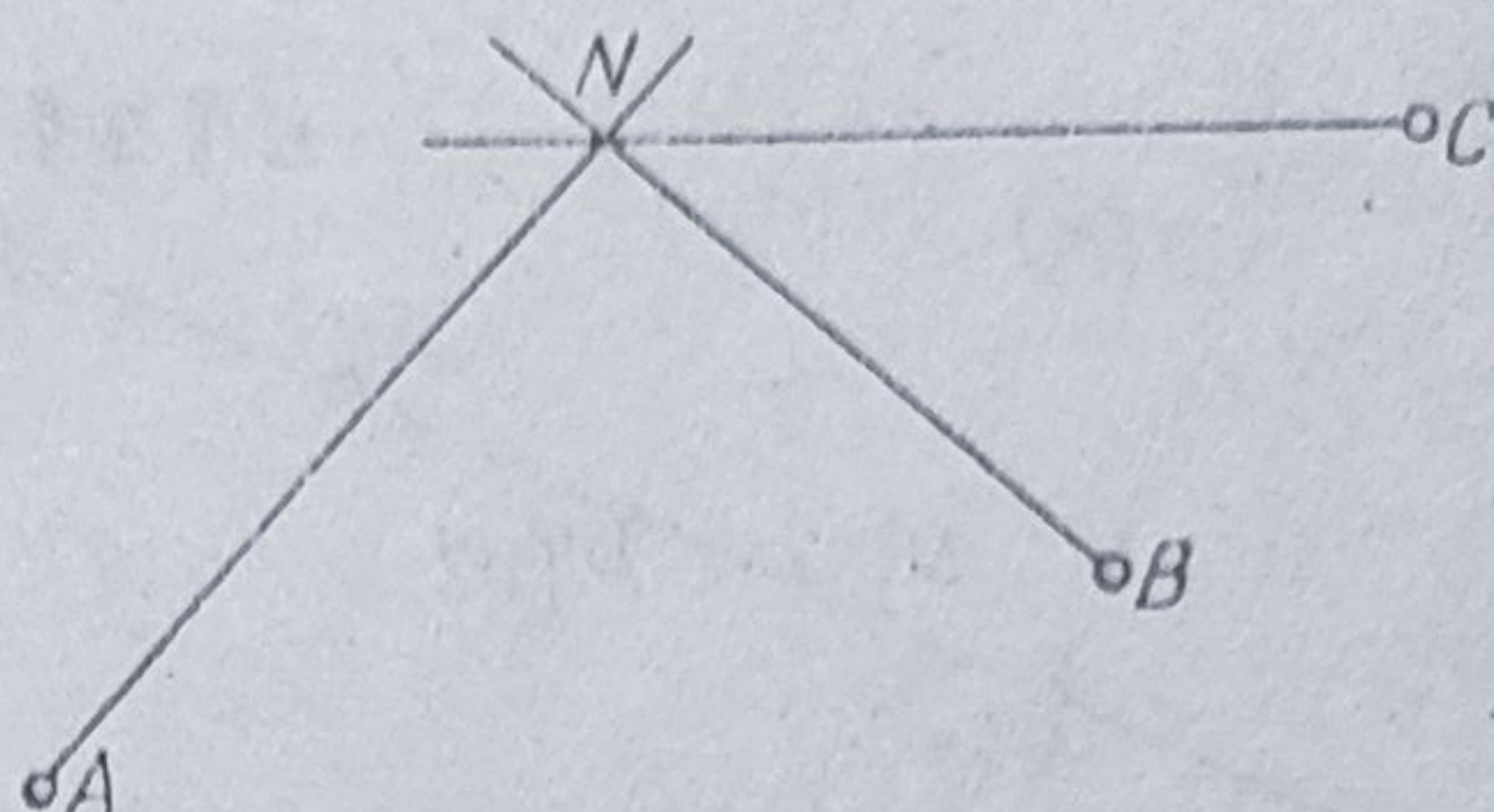
Aceste metode se aplică la determinarea detaliilor terenului, pe areale reduse și slab înclinate. În continuare arătăm metodele mai cunoscute :

- metoda cu metrul (intersecția liniară) ;
- metoda aliniamentelor ;
- metoda coordonatelor (echerică).

a. **Metoda cu metrul.** Avînd două puncte cunoscute în teren  $A$  și  $B$ , putem determina un punct necunoscut  $N$ , prin măsurarea distanțelor  $AN$



Fig. 194. Metoda cu metrul, în teren.



și  $BN$ . (fig. 194); punctul necunoscut se va afla la intersecția locurilor geometrice, ale căror raze sînt egale cu lungimea distanțelor din teren, măsurate din punctele cunoscute la punctul necunoscut.

Distanțele din teren se măsoară de mai multe ori, luîndu-se ca valoare relativă media lor aritmetică.

Coordonatele punctului necunoscut se obțin astfel: se raportează pe minută punctele cunoscute  $a$  și  $b$ ; în punctul  $a$  se ia în compas lungimea  $an$ , corespondența distanței  $AN$  din teren, redusă la scară și se trasează un arc de cerc în direcția poziției punctului necunoscut.

La fel se procedează și în punctul  $b$ , în care se trasează un arc de cerc cu raza egală cu  $bn$ .

Intersecția celor două arce reprezintă poziția punctului  $n$ . Pentru verificare se măsoară și distanța  $CN$ ; arcul descris din  $c$  cu raza  $cn$  trebuie să treacă prin intersecția primelor două arce (fig. 195). Coordonatele rectangulare ale punctului  $N(X_N, Y_N)$  se determină grafic, utilizînd coordonatele unuia din punctele cunoscute.

b. **Metoda aliniamentelor.** Se cunosc trei puncte  $A$ ,  $B$  și  $C$  și se cer coordonatele punctului necunoscut  $M$  (fig. 196).

În teren se jalonează aliniamentele  $AB$  și  $CM$ , materializîndu-se punctul  $D$  la intersecția celor două aliniamente.

Se măsoară de mai multe ori distanța  $AD$  (sau  $BD$ ) pe aliniamentul  $AB$  și distanța  $DM$  (sau  $CM$ ) pe aliniamentul  $CD$ , în funcție de punctul din care începe măsurarea.

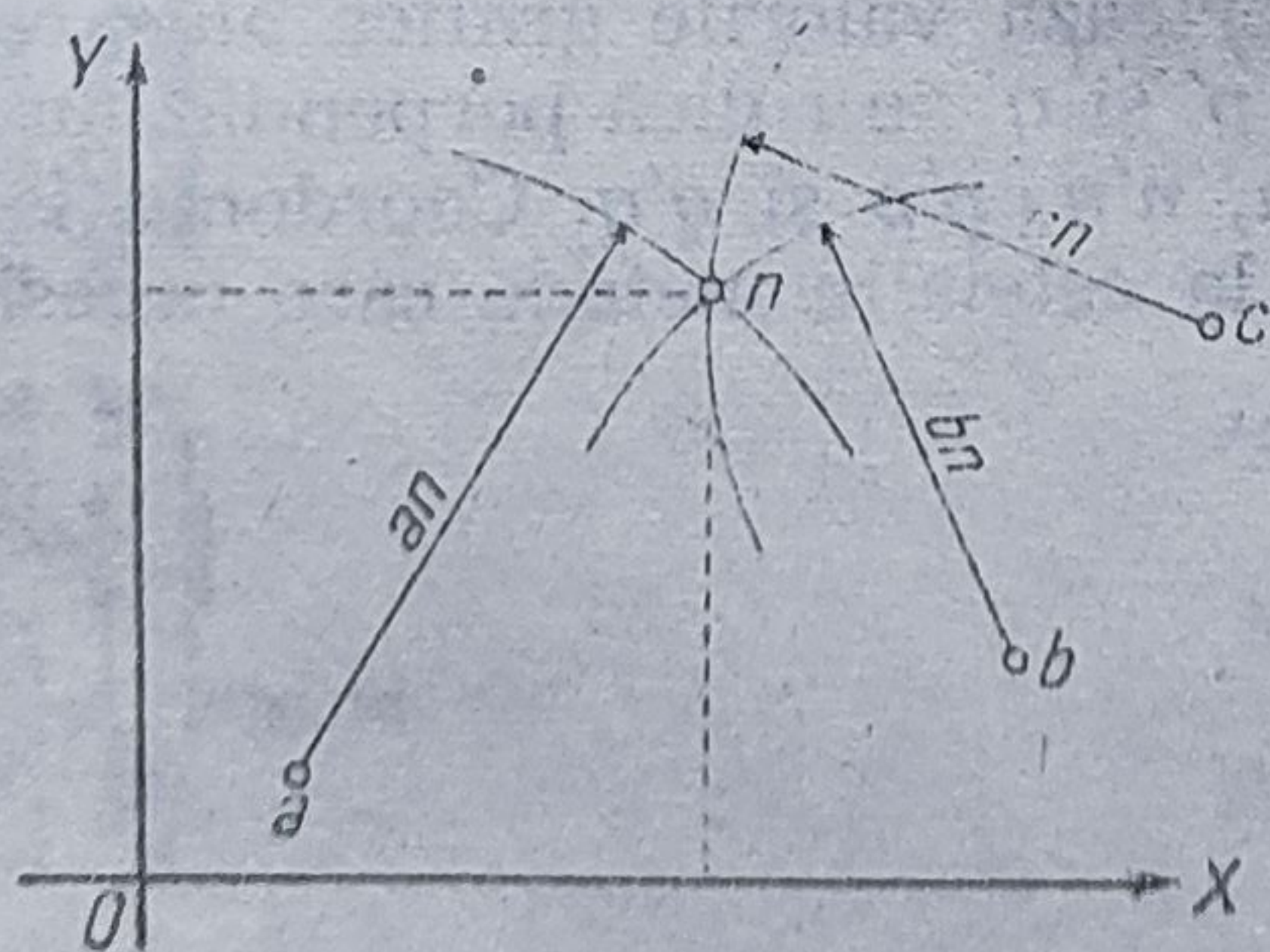


Fig. 195. Determinarea coordonatelor unui punct prin metoda cu metrul.

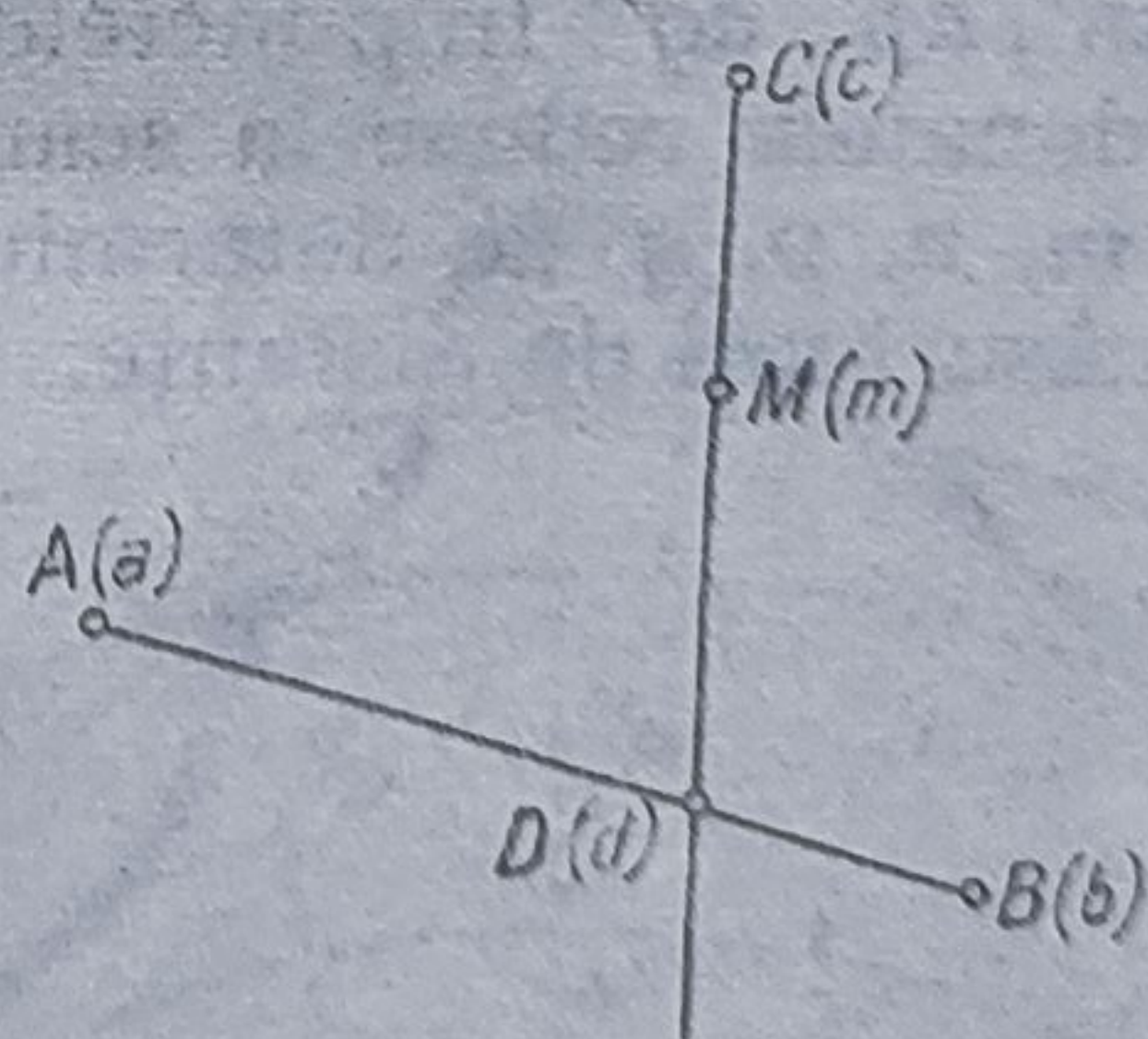


Fig. 196. Metoda aliniamentelor.



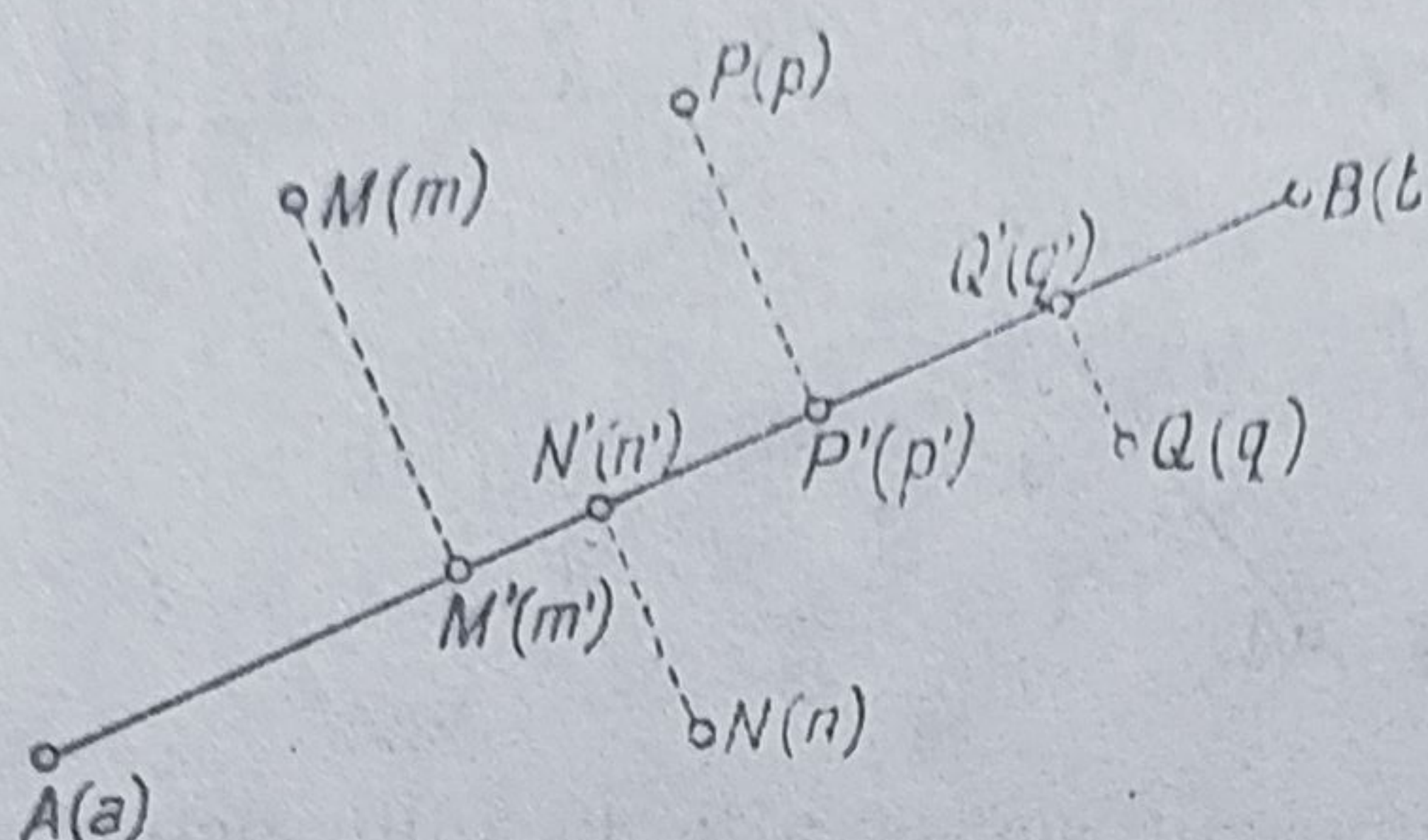


Fig. 197. Metoda coordonatelor (echerică).

Pe minută se raportează punctele cunoscute  $a$ ,  $b$  și  $c$ ; se trasează aliniamentul grafic  $ab$  pe care se reprezintă distanța  $AD$  redusă la scară și se obține punctul  $d$ . Se unește punctul  $d$  cu punctul  $c$ ; la extremitatea distanței  $DM$ , redusă la scară, se obține poziția punctului  $m$ , ale cărui coordonate  $X_M$ ,  $Y_M$  se extrag de pe minută.

c. Metoda coordonatelor (echerică). Pentru ridicarea detaliilor din orașe, a contururilor variate (sinuoase, curbe, frînte etc.) se utilizează metoda aliniamentelor cu abscise și ordonate (cu coordonate), unde, pe lângă instrumentul de măsurat distanțe, este necesar și un echer (arpen-tor, cu oglinzi sau cu prisme).

Se alege o linie de operație (un aliniament principal, o directoare  $AB$ , care să treacă prin apropierea punctelor de determinat. De pe acest aliniament se ridică perpendiculare care să treacă prin punctele cunoscute  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ . Pe linia de operație să măsoară abscisele punctelor necunoscute (pînă la picioarele perpendicularelor, materializate prin fișe)  $AM'$ ,  $AN'$ ,  $AP'$ ,  $AQ'$  și ordonatele  $M'M$ ,  $N'N$ ,  $P'P$  și  $Q'Q$  (fig. 197).

Distanțele pe directoare se măsoară simplu (de la un punct la altul) sau cumulat, prin marcarea valorilor liniare în dreptul picioarelor perpendicularelor sau în ambele moduri (pentru verificare). Se întocmește o schiță a punctelor din teren.

Pe minuta topografică se reprezintă punctele  $a$  și  $b$  care definesc linia de operație; pornind din  $a$ , se raportează valorile grafice ale absciselor  $am'$ ,  $an'$ ,  $ap'$ ,  $aq'$ . În punctele  $m'$ ,  $n'$ ,  $p'$  și  $q'$  se ridică perpendiculare egale cu ordonatele reduse la scară:  $m'm$ ,  $n'n$ ,  $p'p$  și  $q'q$ . Coordonatele punctelor  $m$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $q$  se determină ca și la celelalte metode care necesită numai măsurători de distanțe.



# Altimetria

## § 1. Determinarea altimetrică a punctelor

Altimetria sau nivelmentul este ramura topografiei care are ca scop determinarea altitudinii reliefului terenului și reprezentarea sa în plan.

Înălțimile punctelor în teren se măsoară pe verticală, față de o suprafață de comparație. Suprafața generală de comparație pentru globul terestru este suprafața geoidului sau suprafața de nivel zero. Fiecare țară își calculează cotele absolute (altitudinile) ale punctelor plecând de la nivelul mării pe țărmul căreia se află, unde își determină un punct de nivelment de precizie — punct fundamental zero — cu ajutorul medimarimetrului sau medimaregrafului (fig. 198).

Înălțimea, cota absolută sau altitudinea unor puncte  $M$  și  $N$  din teren, este distanța pe verticală  $MM'$  ( $H_M$ ) și  $NN'$  ( $H_N$ ) față de suprafața de nivel zero (fig. 199).

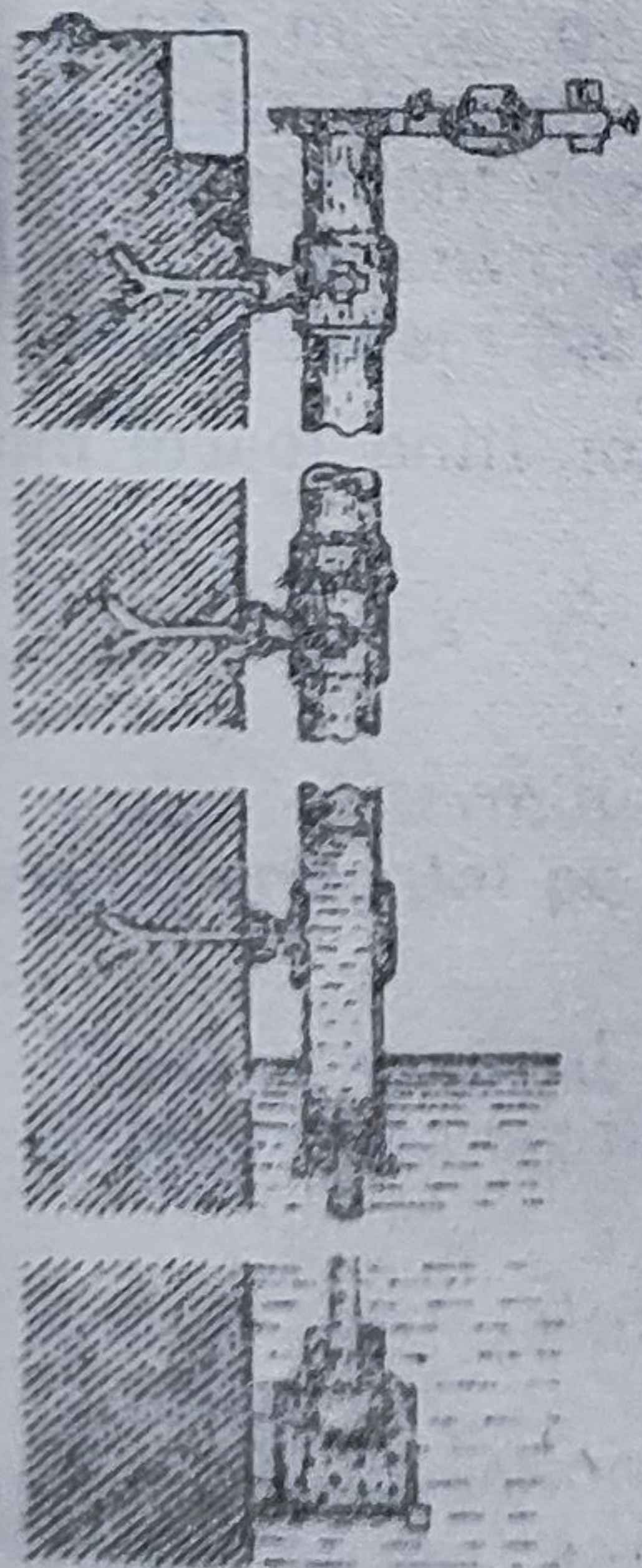
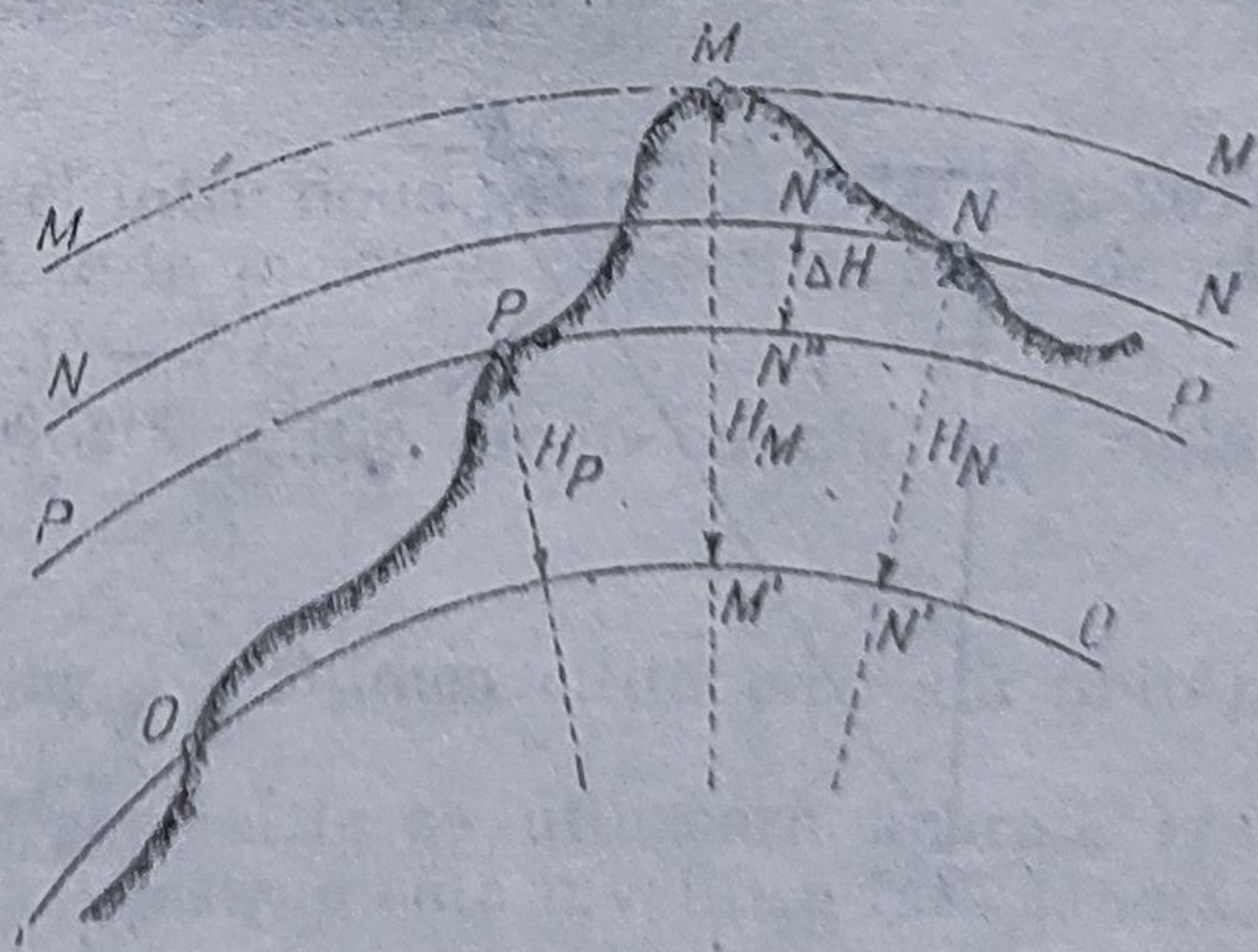


Fig. 198. Medimaregraf.

Fig. 199. Altitudini și diferențe de nivel.





În lucrările de altimetrie, cotele absolute ale punctelor se determină plecând de la o suprafață de nivel ce trece printr-un punct  $P$  a cărui altitudine se cunoaște ( $H_P$ ). În acest caz se obține *cota relativă* sau *diferența de nivel*  $NN''$  ( $\Delta H$ ).

Diferența de nivel poate fi pozitivă sau negativă, după cum punctul necunoscut se află deasupra sau sub nivelul suprafeței de comparație ce trece prin punctul cunoscut.

Suprafața de comparație (nivelul zero sau un alt nivel de înălțime cunoscută) formează *nivelul adevărat*, iar planul tangent într-un punct pe sferă *nivelul aparent*.

Cînd se determină cotele absolute ale unor puncte situate la mari distanțe, este necesar să se țină seama de neparalelismul suprafețelor de nivel și să se aplice corecția ortometrică ( $c_o$ )

$$H_N = H_M + \Delta H_{MN} + c_o$$

și de corecția de nivel aparent  $c_a$  formată din două componente : *corecția de sfericitate* ( $s'$ ) și cea de *refracție atmosferică* ( $r$ ) (fig. 200), unde  $c_a = s' - r$ .

Corecția de nivel aparent  $c_a$  este întotdeauna adițională, deoarece  $s' > r$ .

Din triunghiul  $OAM$  putem scrie :

$$(R + s')^2 = R^2 + D^2$$

$$R^2 + 2Rs' + s'^2 - R^2 = D^2$$

de unde

$$s' = \frac{D^2}{2R + s'}$$

În relația sfericității se poate neglija  $s'$  de la numitor fiind foarte mic în comparație cu  $2R$ .

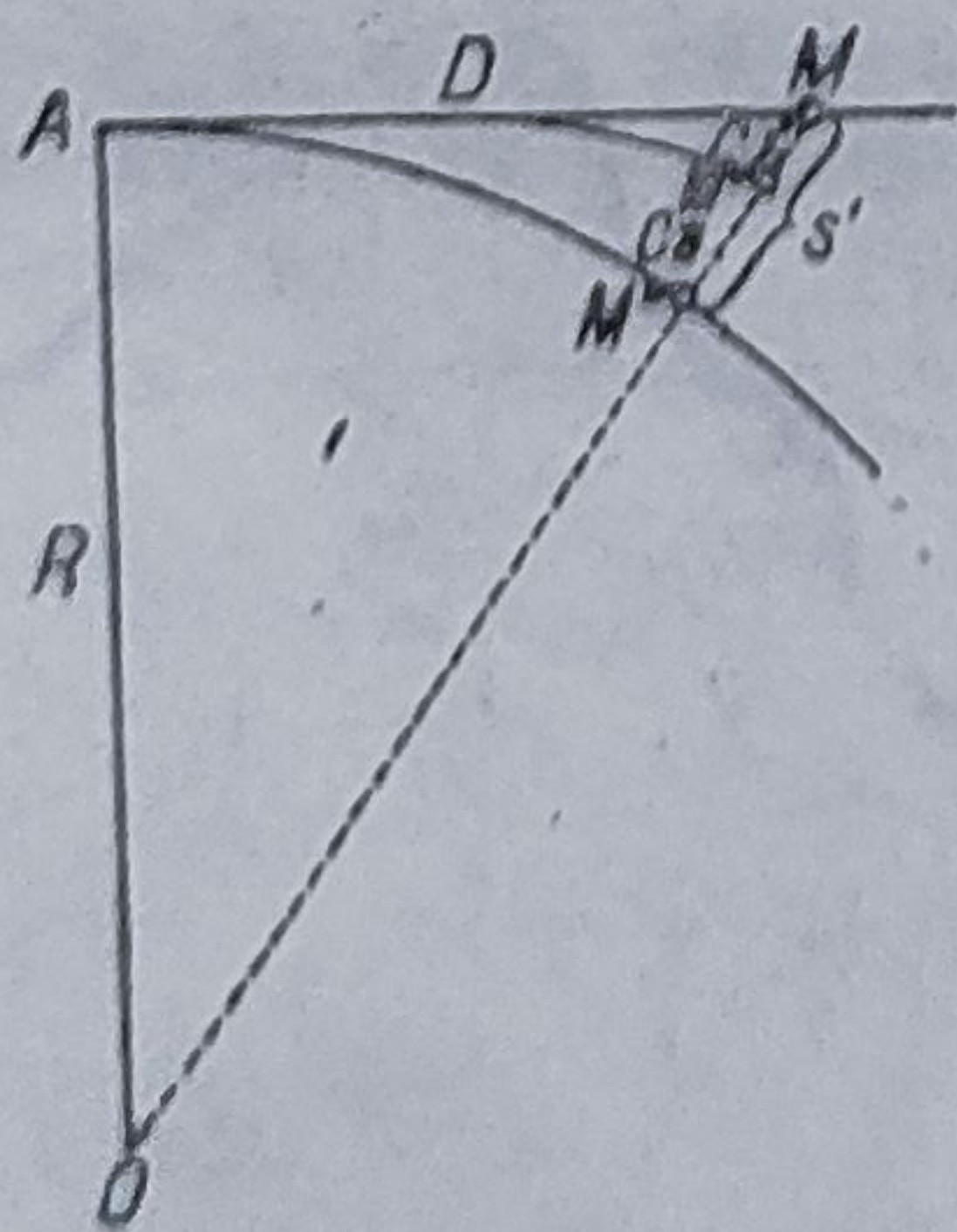


Fig. 200. Nivel adevărat și nivel aparent.



Din cauza refracției atmosferice, vizarea orizontală nu va trece prin  $M$ , ci prin  $M'$ , de aceea se determină, pe lângă corecția de sfericitate, și corecția de refracție :

$$r = \frac{D^2}{2R} \cdot k,$$

unde  $k$  este o constantă ce variază între 0,00 și 0,26. Pentru  $\varphi = 45^\circ$ ,  $k = 0,13$ .

Corecția de nivel aparent va fi :

$$C_a = s' - r = \frac{D^2}{2R} (1 - k).$$

După importanța nivelmentului, acesta se poate împărți în mai multe ordine (clase) (10) :

*nivelment de ordinul I*, corespunzător triangulației de ordinul I (40—50 km) ;

*nivelment de ordinul II*, corespunzător triangulației de ordinul II (15—25 km) ;

*nivelment de ordinul III*, care leagă nivelitic punctele de ordinul I și II;

*nivelment de ordinul IV*, care pornește de la punctele de nivelment de ordinul III și rămâne suspendat (nivelment de ultim detaliu).

Precizia nivelmentului depinde de ordinul acestuia și se exprimă în milimetri eroare nivelitică pe kilometru.

Pentru nivelmentul de ordinul I și II — nivelment de precizie — se admite o eroare nivelitică de 5—10 mm/km.

Nivelmentul de precizie se execută în teren atât la dus, cât și la întors, diferența între cele două valori neputând să depășească limitele toleranțelor admise pentru fiecare categorie de nivelment.

După modul de determinare a diferențelor de nivel din teren, se deosebesc trei metode :

- { — nivelment geometric (direct) ;
- { — nivelment trigonometric (indirect) ;
- { — nivelment barometric.

## § 2. Nivelmentul geometric

Putem determina diferența de nivel între două puncte  $A$  și  $B$  (fig. 201) vizând orizontal pe două mire, instalate în punctele respective. Se vede că

$$\Delta H = AA' - BB'.$$

Dacă în punctul  $A$  se află un aparat nivelitic, iar în punctul  $B$  o riglă (miră) gradată centimetric,

$$\Delta H = a - s,$$

unde  $a$  este înălțimea aparatului, iar  $s$  înălțimea citită pe riglă (miră) (fig. 202).

Pentru executarea nivelmentului geometric se utilizează aparate nivelitice cu lunetă, de diferite tipuri și instrumente nivelitice fără lunetă.



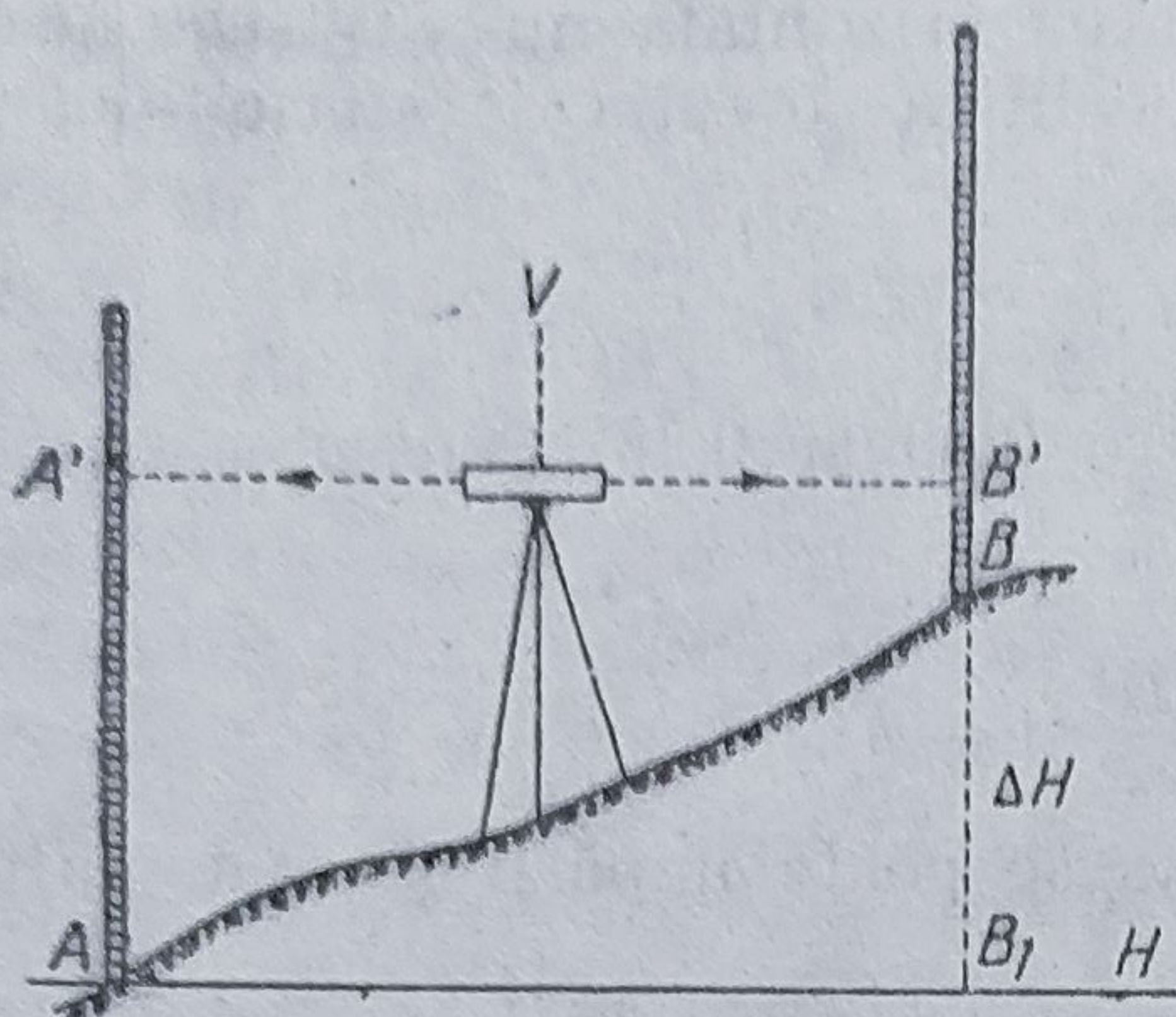


Fig. 201. Nivelment geometric. Principiul vizării de la mijloc.

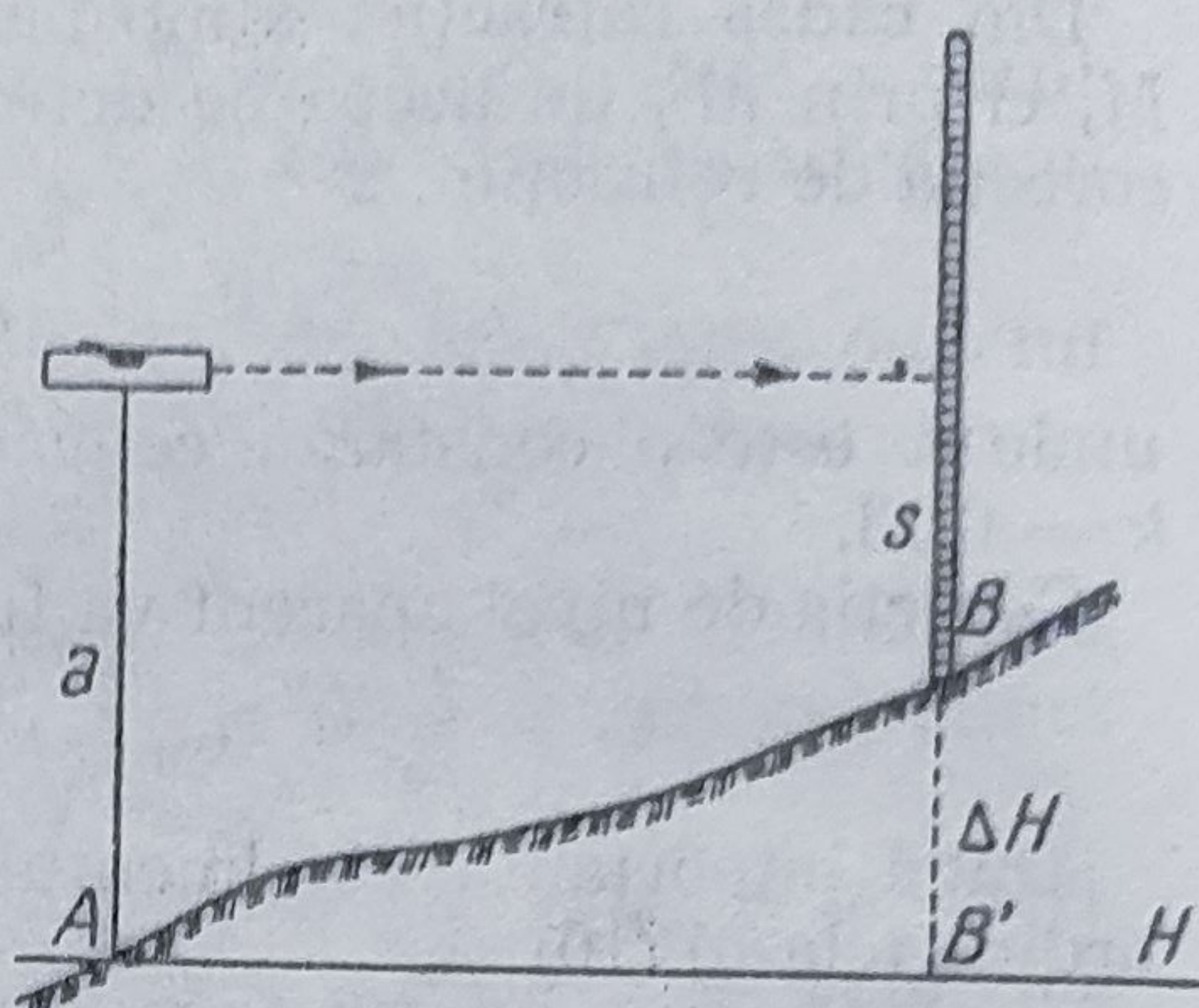


Fig. 202. Nivelment geometric. Vizare de la capăt.

Determinarea planului orizontal se bazează pe fenomenul gravitației, care permite să aflăm fie o dreaptă verticală cu ajutorul unui fir cu plumb, fie un plan orizontal — plan nivelitic — față de care se întreprind măsurătorile și care se obține prin suprafața unui lichid în echilibru.

Planul nivelitic se determină cu ajutorul instrumentelor nivelitice, care pot fi : hidrostatice, pendulare și cu bulă de aer.

a. **Instrumentele nivelitice hidrostatice.** Cele mai simple instrumente hidrostatice sînt nivelele cu apă. Nivela cu apă se compune din doi cilindri verticali de sticlă, legați printr-un tub orizontal  $TT'$  cu lungimi de 1—1,20 m. Dacă tubul se umple cu apă, aceasta va determina un plan orizontal după principiul vaselor comunicante (fig. 203). Operatorul vizază la nivelul  $ABA'B'$  al celor două suprafețe libere ale lichidului și în dreptul lor face citirea.

Acest instrument dă o precizie mică, deoarece vizarea se face cu ochiul liber.

b. **Instrumentele nivelitice pendulare.** Cel mai elementar instrument pendular este nivelul zidarului, format dintr-un echer triunghiular isoscel  $ABC$ , în vârful căruia se află fixat un fir cu plumb ce trece prin linia de credință (mediatoare), atunci cînd baza  $BC$  este orizontală (fig. 204). Rolul pendulului îl poate îndeplini și un cerc vertical sau un

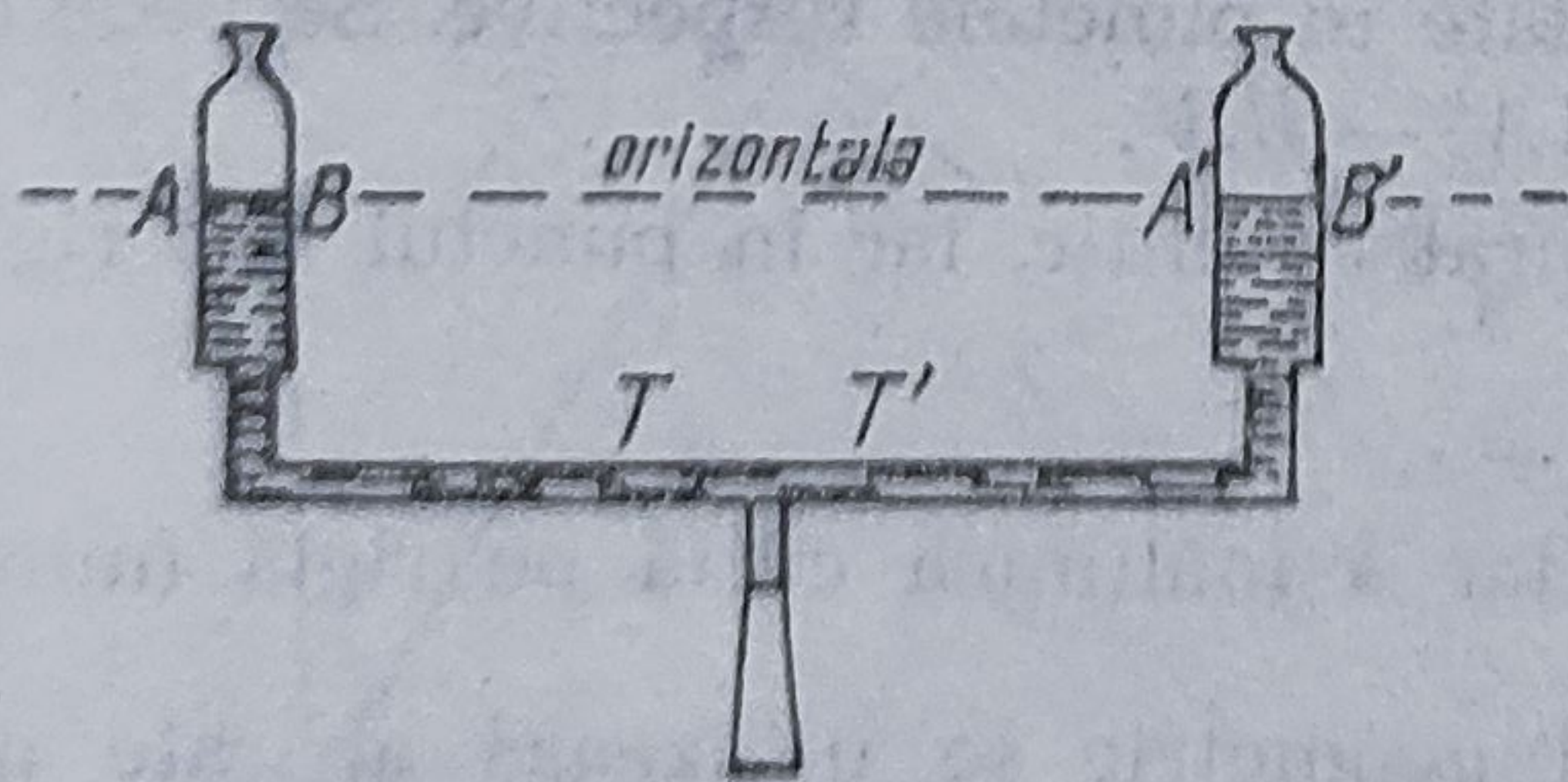


Fig. 203. Nivelă hidrostatică.

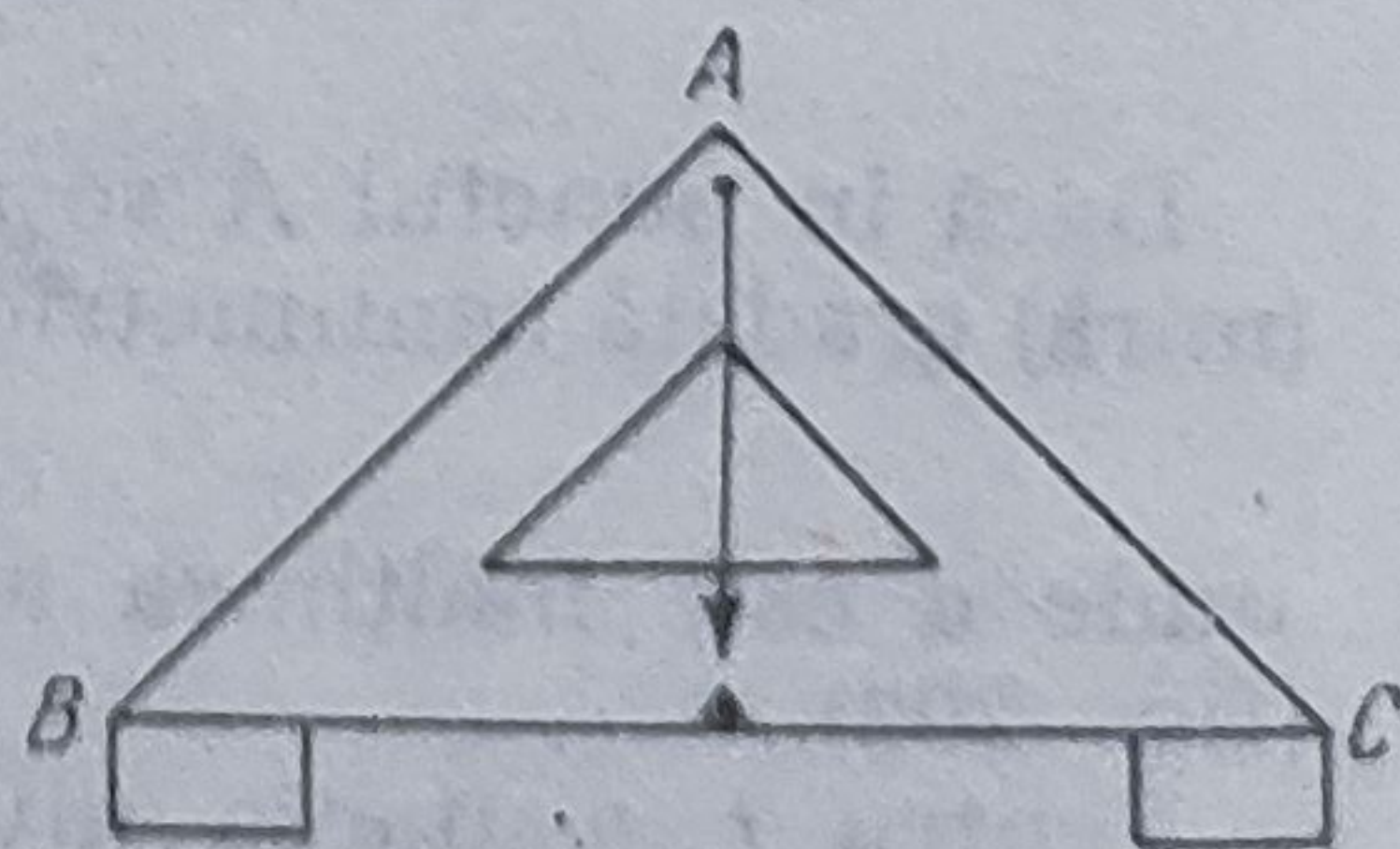


Fig. 204. Nivelul zidarului.



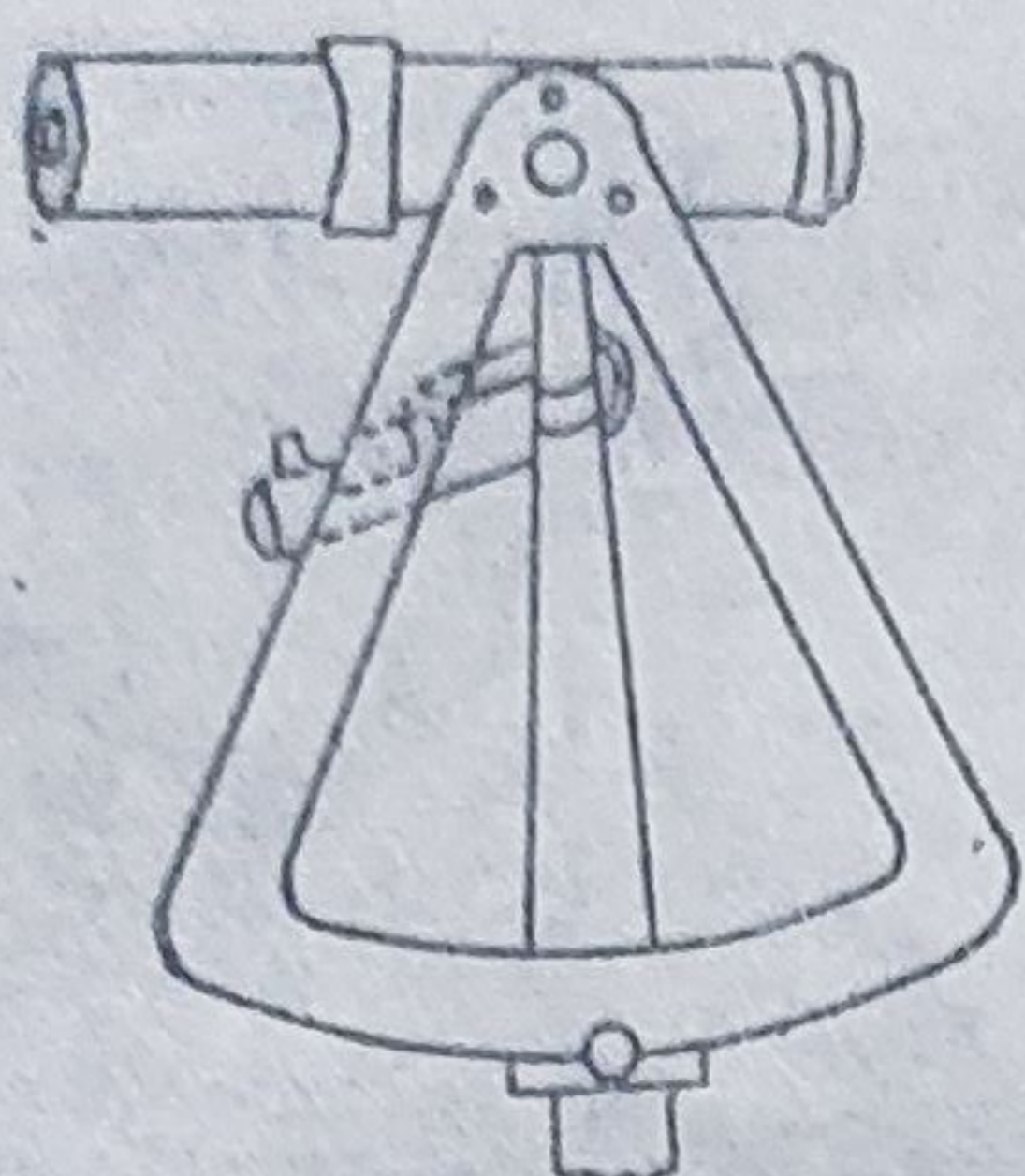


Fig. 205. Nivel pendular cu sector de cerc.

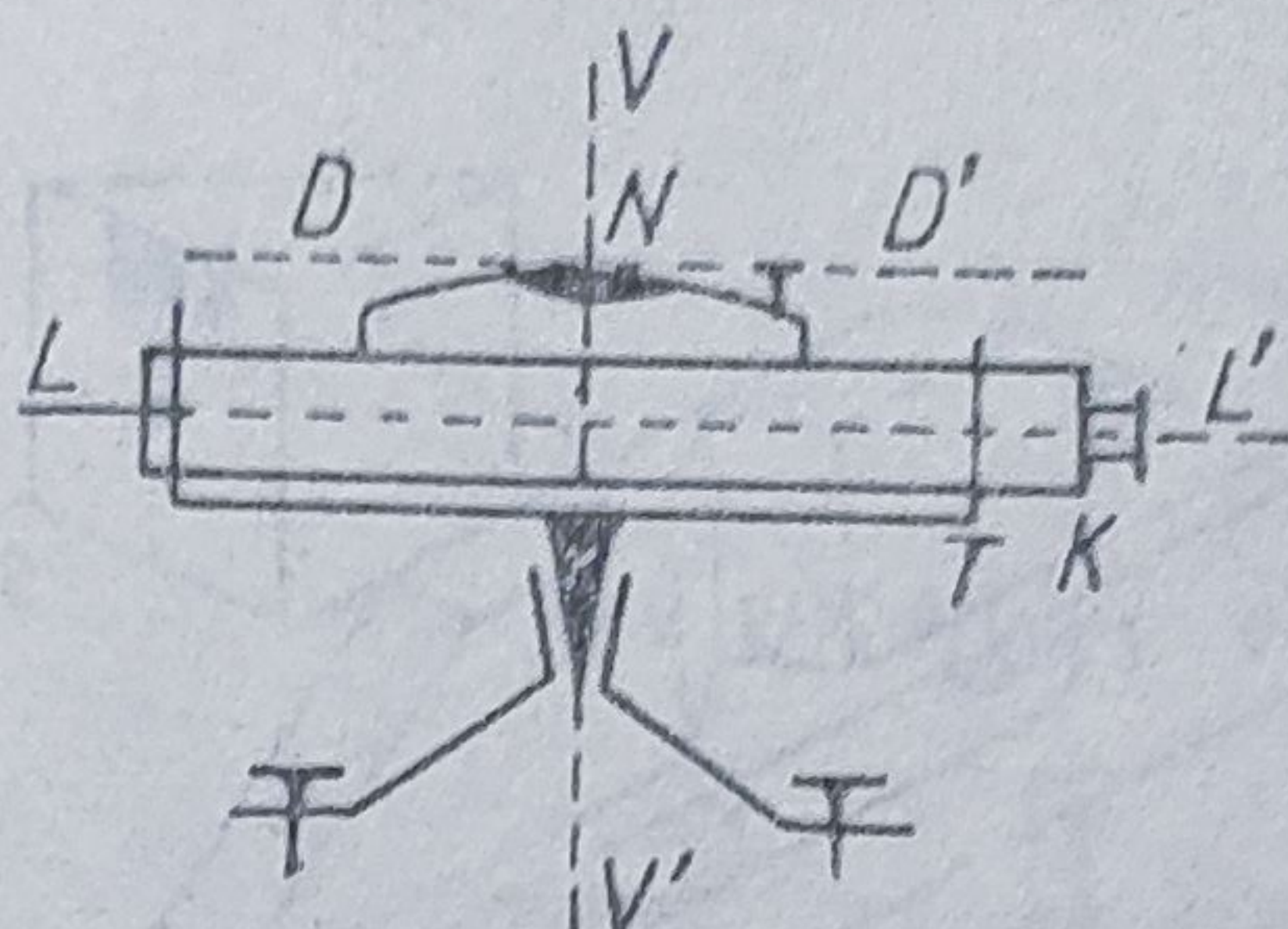


Fig. 206. Nivelul cu lunetă.

sector de cerc, care glisează în fața unui index fix, situat în planul vertical al locului (fig. 205).

c. Instrumentele nivelitice cu bulă de aer. În cadrul acestui grup de instrumente se deosebesc instrumentele nivelitice (*nivelurile*) cu pinule și cu lunetă.

1) *Nivelul cu pinule* este alcătuit dintr-un dispozitiv de calare, două pinule (ocular și obiectiv) și o nivelă cu bulă de aer. Pinula ocular conține în planul său o fereastră orizontală îngustă prin care se vede firul orizontal al pinulei obiectiv. Citirea se face când bula de aer a nivelei se află între reperele sale. O bună vizare se realizează când directoarea nivelei este paralelă cu planul orizontal format de fereastră cu firul orizontal al pinulei obiectiv. Instrumentul este cunoscut și sub numele de *alidadă cu nivelă*.

2) *Nivelul cu lunetă* se compune dintr-un suport cu trei șuruburi de calare și o lunetă topografică  $LL'$  a cărei orizontalitate a liniei de vizare este dată de o nivelă cu bulă de aer  $N$  atașată acesteia (fig. 206).

Pentru obținerea vizărilor orizontale este necesar ca axa lunetei  $LL'$  să fie paralelă cu directoarea nivelei  $DD'$  și ambele perpendiculare pe axa verticală  $VV'$ .

În caz de dereglare, când directoarea nivelei nu este paralelă cu axa optică a lunetei, defectul de paralelism introduce eroarea sistematică de *colimație*, care poate fi eliminată prin procedeul de observație.

Precizia nivelurilor cu lunetă poate ajunge la 1—2 mm pentru o distanță de 200 m.

În nivelmentul geometric se utilizează în general trei tipuri de niveluri cu lunetă, și anume :

- nivel cu nivelă solidară cu lunetă ;
- nivel cu nivelă reversibilă ;
- nivel cu nivelă independentă.

a) *Nivelul cu nivelă solidară cu lunetă*. Aparatul nivelitic are nivela fixată la lunetă ; în afară de aceste organe, cele mai multe aparate de



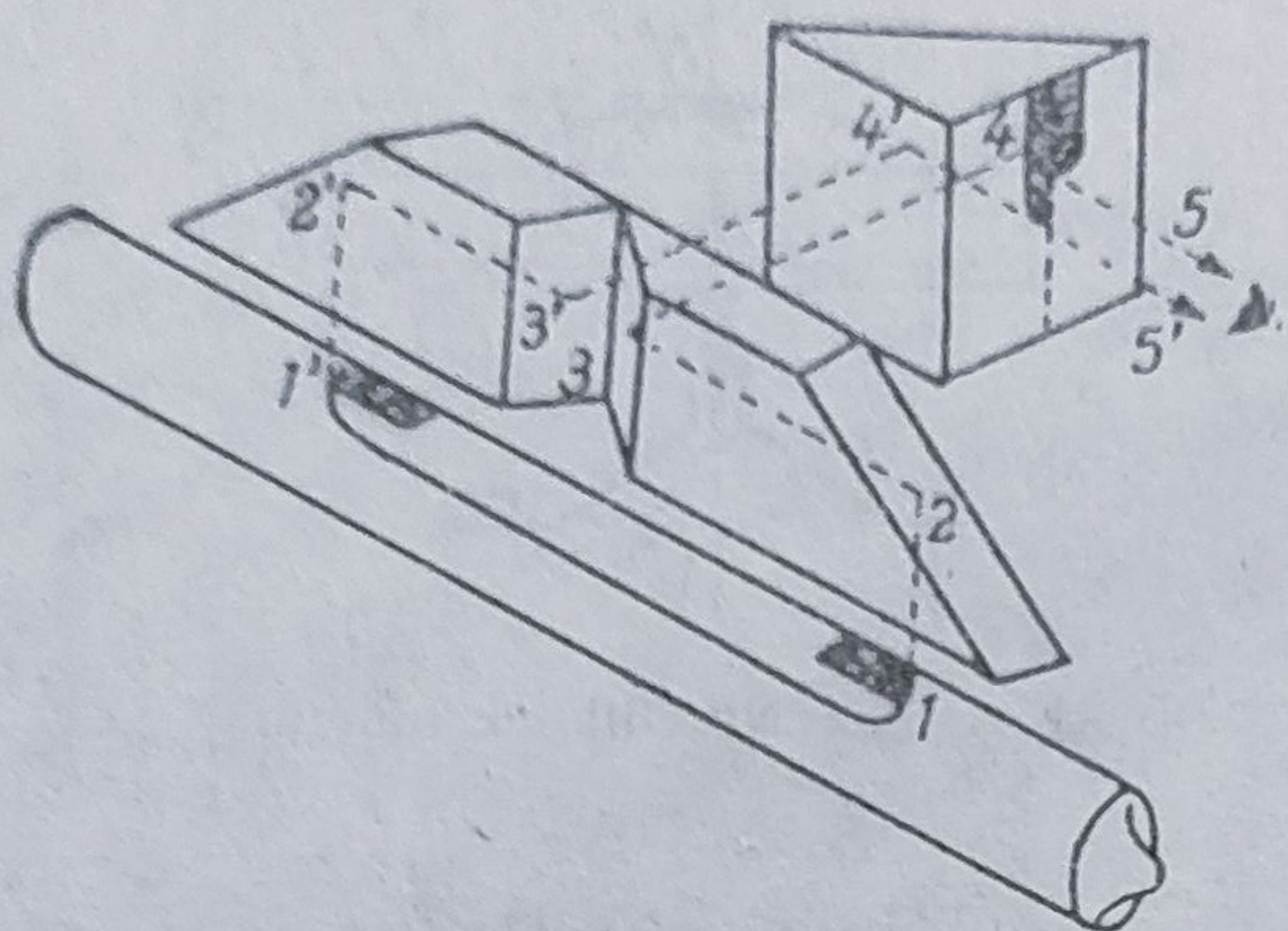


Fig. 207. Nivelul cu calare prin coincidență.

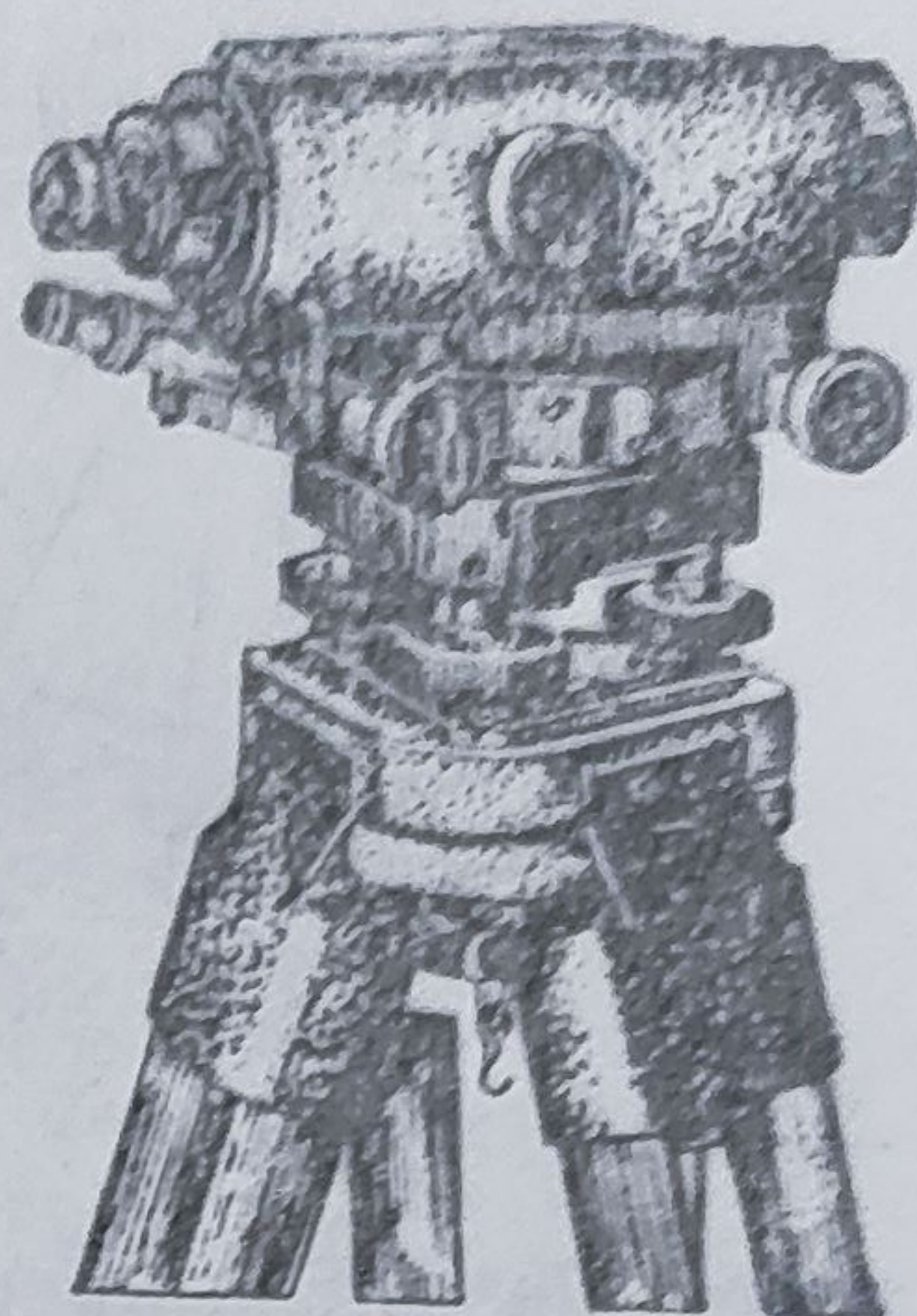


Fig. 208. Nivelul Zeiss.

tip nou au montată și o nivelă sferică, precum și un șurub pentru calarea fină a instrumentului.

Nivelurile de mare precizie, pentru observarea bulei de aer dispun fie de o oglindă înclinată care permite observarea bulei de aer fără deplasarea laterală a operatorului, fie de un dispozitiv optic care dă imaginea coincidenței bulei, în câmpul ocularului lunetei (fig. 207).

Printre aparatele nivelitice de acest tip, mai cunoscute sînt nivelul Zeiss (fig. 208), nivelul NG (fig. 209), Wild N-III, Meopta etc.

b) Nivelul cu nivelă reversibilă se compune dintr-o nivelă dublă, putîndu-se roti cu  $200^\circ$  în jurul axei. Ca poziție față de lunetă, nivela reversibilă poate fi la dreapta sau la stînga și deasupra sau dedesubt (fig. 210).

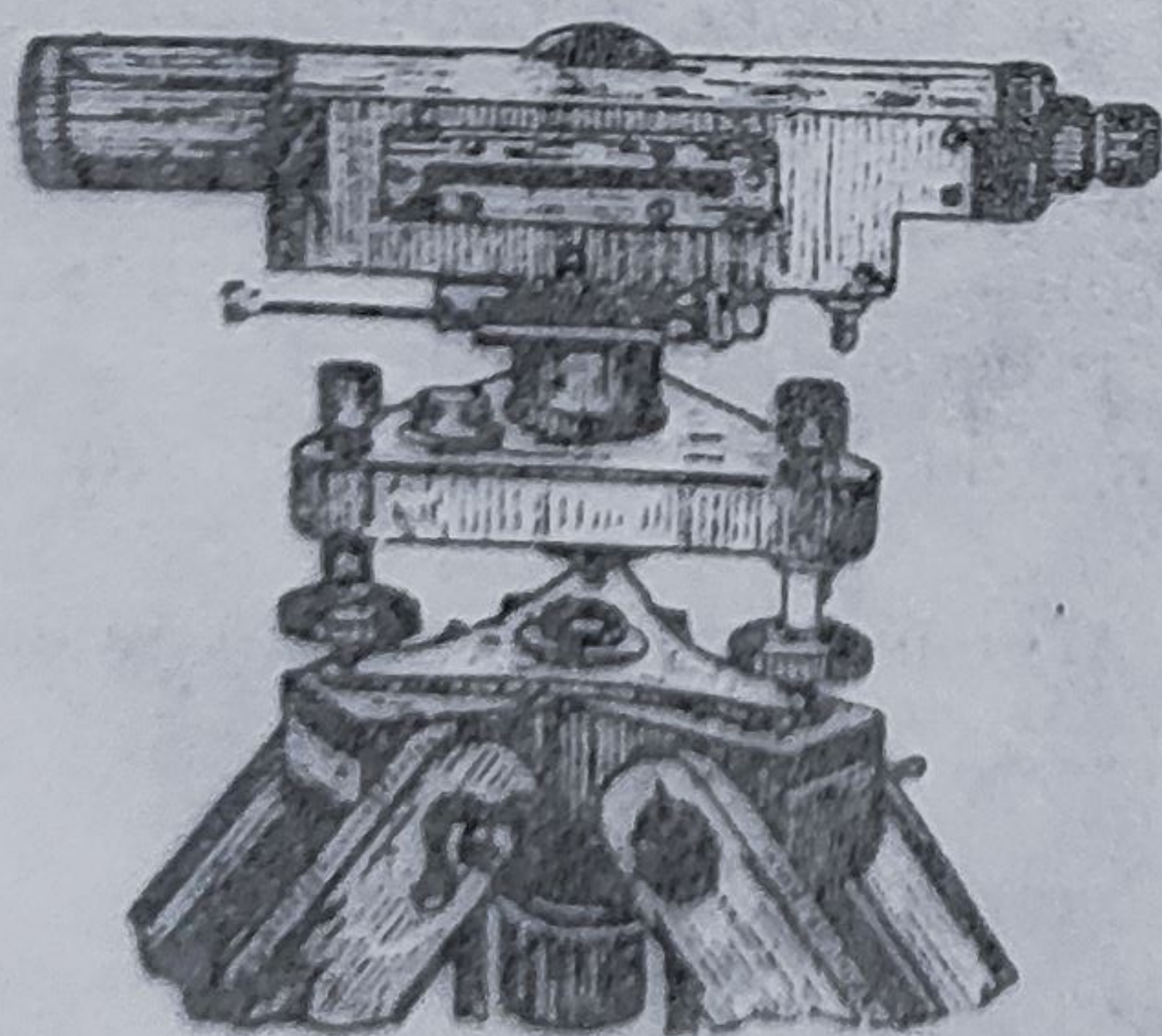


Fig. 209. Nivelul NG.

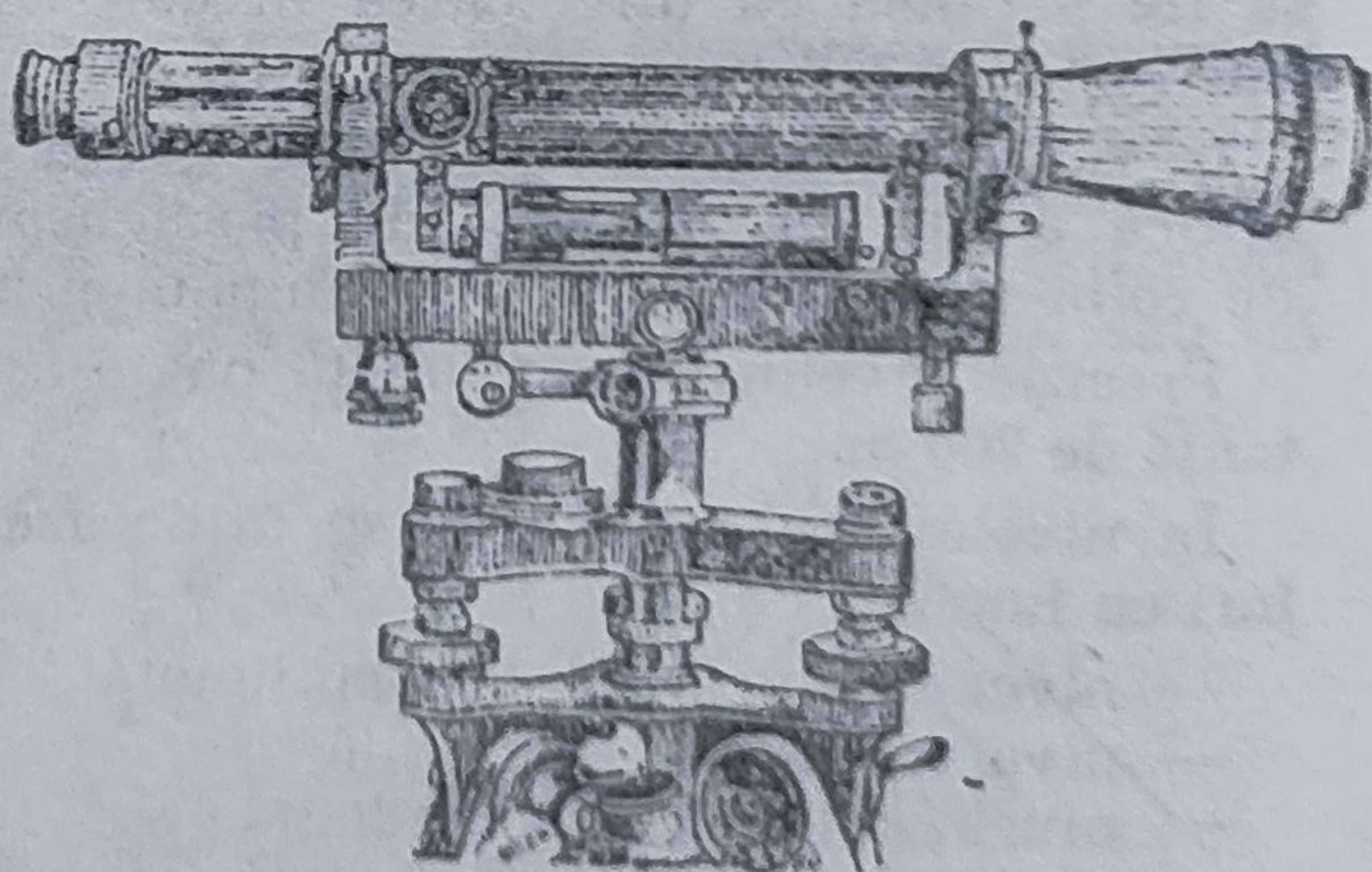


Fig. 210. Nivel cu nivelă reversibilă.



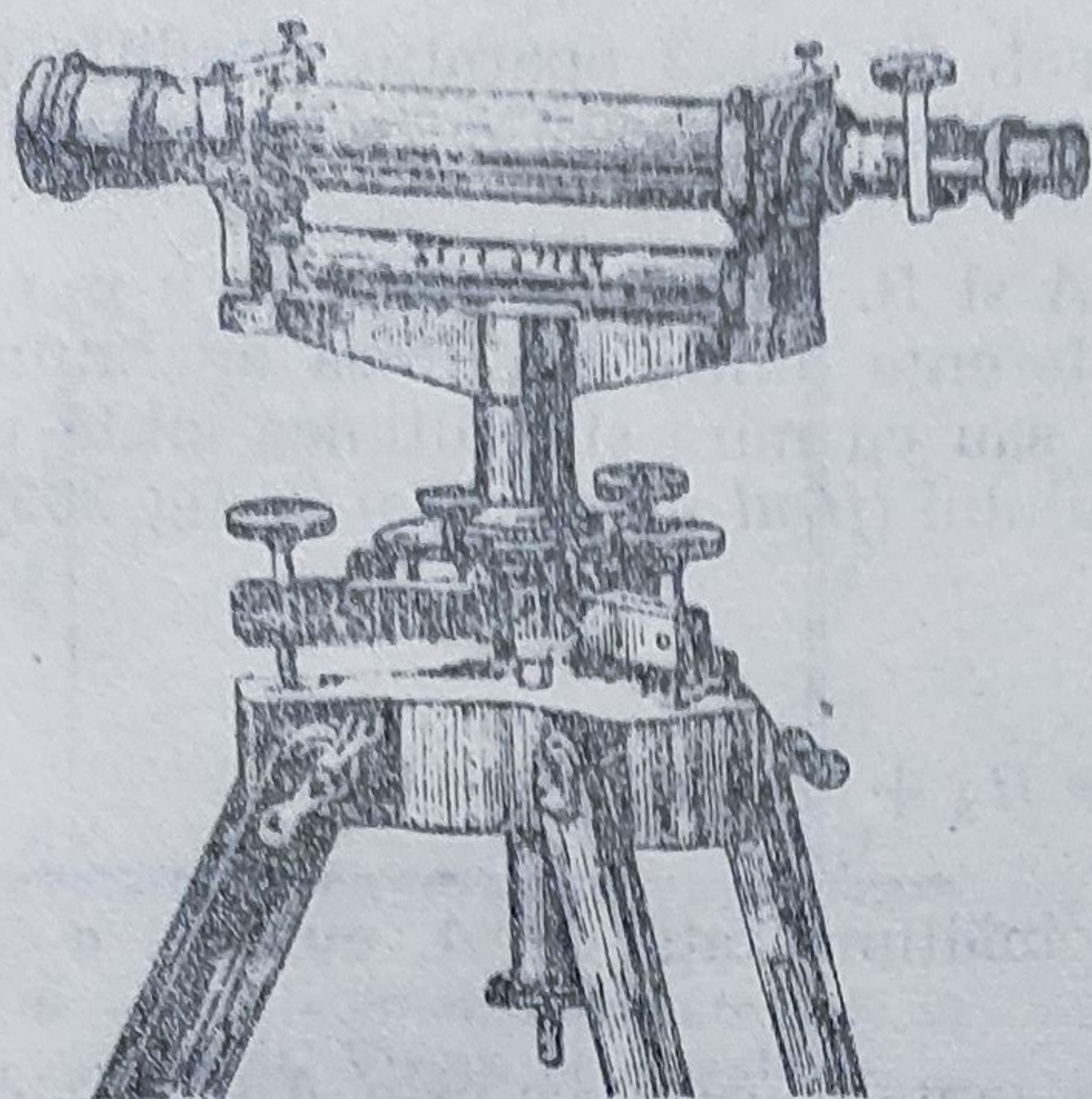
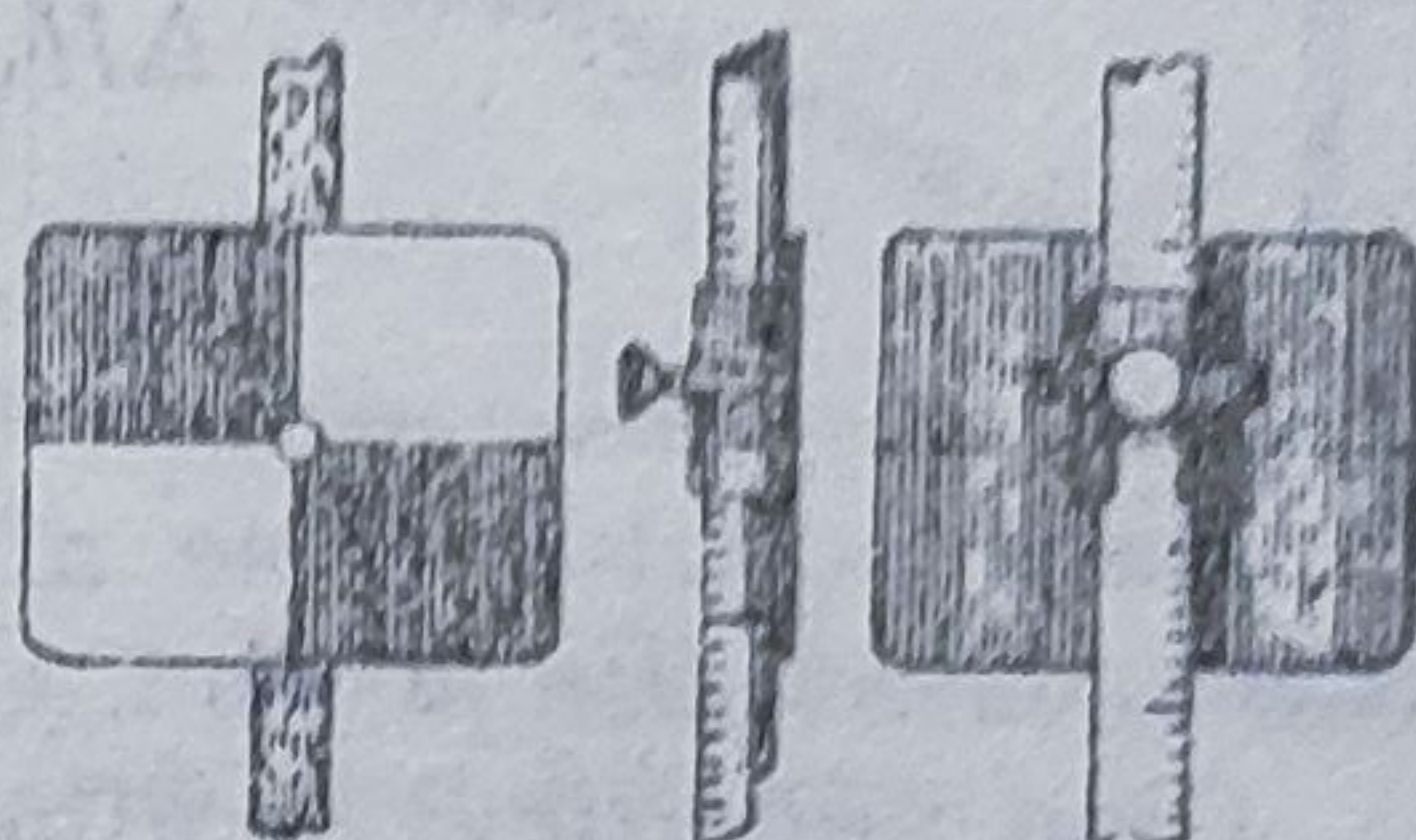


Fig. 211. Nivel cu lunetă detașabilă.

Fig. 212. Miră cu disc.



Aparatele nivelitice cu nivelă reversibilă, față de cele fixe, au avantajul că se rectifică ușor, prin răsturnarea nivelei.

c) *Nivelul cu nivelă independentă.* Aparatele de acest tip au nivela separată de lunetă sau luneta detașabilă față de aparat (fig. 211).

În primul caz, nivela este fixată într-o montură cu două furci, putînd fi așezată pe lunetă în poziția „cap la cap” (rotită în plan orizontal cu  $200^\circ$ ) sau pe traversă, sub lunetă. Prin schimbarea poziției nivelei pe lunetă, se elimină eroarea de colimație. În al doilea caz, luneta se poate detașa. Legătura cu aparatul se face prin două inele metalice, cu șuruburi de fixare.

*Mirele.* Pentru operațiile de nivelment geometric se utilizează mirele topografice verticale (stadiile) de 3—4 m, gradate centimetric. Verticalitatea lor se asigură cu o nivelă sferică sau două nivele torice, așezate în unghi drept. În lipsa nivelelor se poate utiliza și un fir cu plumb.

Mirele pot fi construite din lemn sau din invar. Cele din invar au gradații din jumătate în jumătate de centimetru și se utilizează la ridicările nivelitice de înaltă precizie.

Pentru determinările mai puțin precise se pot folosi și mire cu disc sau cu panou mobil (fig. 212).

### § 3. Metode de nivelment geometric

Am văzut că diferența simplă de nivel între două puncte din teren se poate determina cu ajutorul unui instrument nivelitic, prin vizare orizontală pe una sau două rigle gradate. După poziția aparatului nivelitic, se deosebesc două tipuri de nivelment geometric :

- nivelment geometric de la capăt ;
- nivelment geometric de la mijloc.



a. **Nivelmentul geometric de la capăt.** Se aşază aparatul nivelitic pe verticala punctului  $A$  din teren, se calează şi se vizează pe o miră situată în punctul  $B$ .

Diferenţa de nivel dintre punctele  $A$  şi  $B$ , când cota absolută a punctului  $A$  se cunoaşte, este egală cu diferenţa dintre înălţimea aparatului în  $A$  ( $a$ ), care se măsoară cu o ruletă sau cu mira şi înălţimea citită pe miră pe firul orizontal central al reticulului (*firul nivelor*) ( $s$ ) (v. fig. 202):

$$\Delta H = a - s$$

$$H_B = H_A + \Delta H = H_A + (a - s).$$

Dacă punctul  $B$  se află la aceeaşi înălţime faţă de  $A$ , evident  $a = s$ , deci  $\Delta H = 0$  (fig. 213).

Când punctul  $B$  se află sub planul orizontal care trece prin  $A$  (fig. 214), atunci

$$\Delta H = s - a$$

$$H_B = H_A - \Delta H = H_A - (a - s)$$

În general, dacă  $a > s$ ,  $\Delta H$  este pozitivă şi dacă  $a < s$ ,  $\Delta H$  este negativă.

Dacă se cere o precizie mai mare, diferenţa de nivel simplă dintre  $A$  şi  $B$  se verifică prin vizare inversă, din  $B$  spre  $A$  (fig. 215 şi 216).

$$\Delta H' = a_1 - s_1, \quad \Delta H'' = s_2 - a_2$$

$$\Delta H_{A-B} = \frac{a_1 - s_1 + s_2 - a_2}{2}.$$

Acest procedeu este cunoscut sub numele de procedeu vizărilor reciproce (directe şi inverse).

b. **Nivelmentul geometric de la mijloc.** Aparatul se instalează între cele două puncte  $A$  şi  $B$ , la jumătatea distanţei (pe cât posibil) şi aproximativ pe aliniamentul format de punctele  $A$  şi  $B$ .

Când punctul  $B$  se află deasupra planului orizontal ce trece prin punctul  $A$  (fig. 217),

$$\Delta H = s_1 - s_2$$

$$H_B = H_A + \Delta H = H_A + (s_1 - s_2).$$

Dacă punctul  $B$  se află la acelaşi nivel (fig. 218),

$$\Delta H = s_1 - s_2 = 0, \quad H_A = H_B.$$



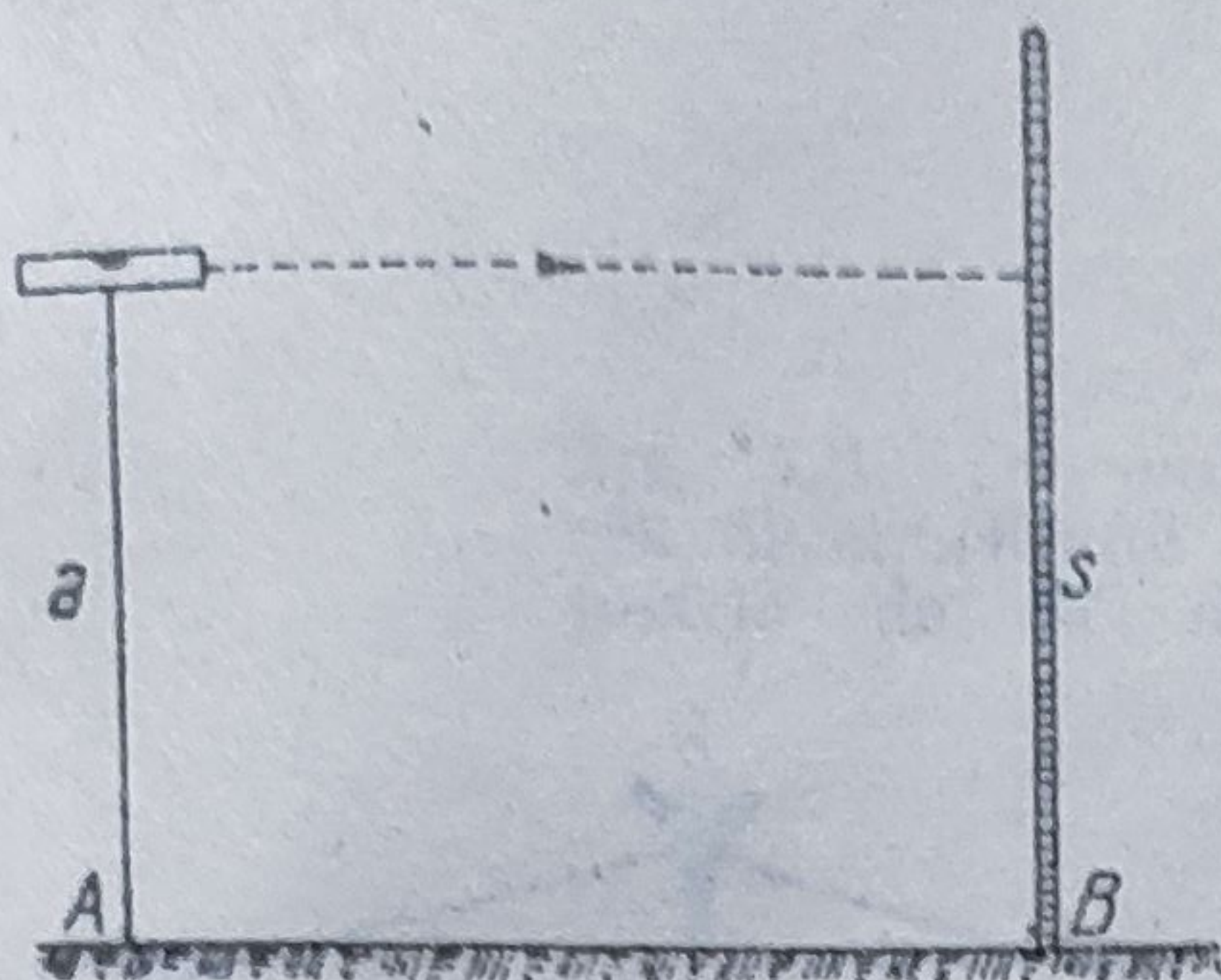


Fig. 213. Nivelment geometric de la capăt. Vizare orizontală.

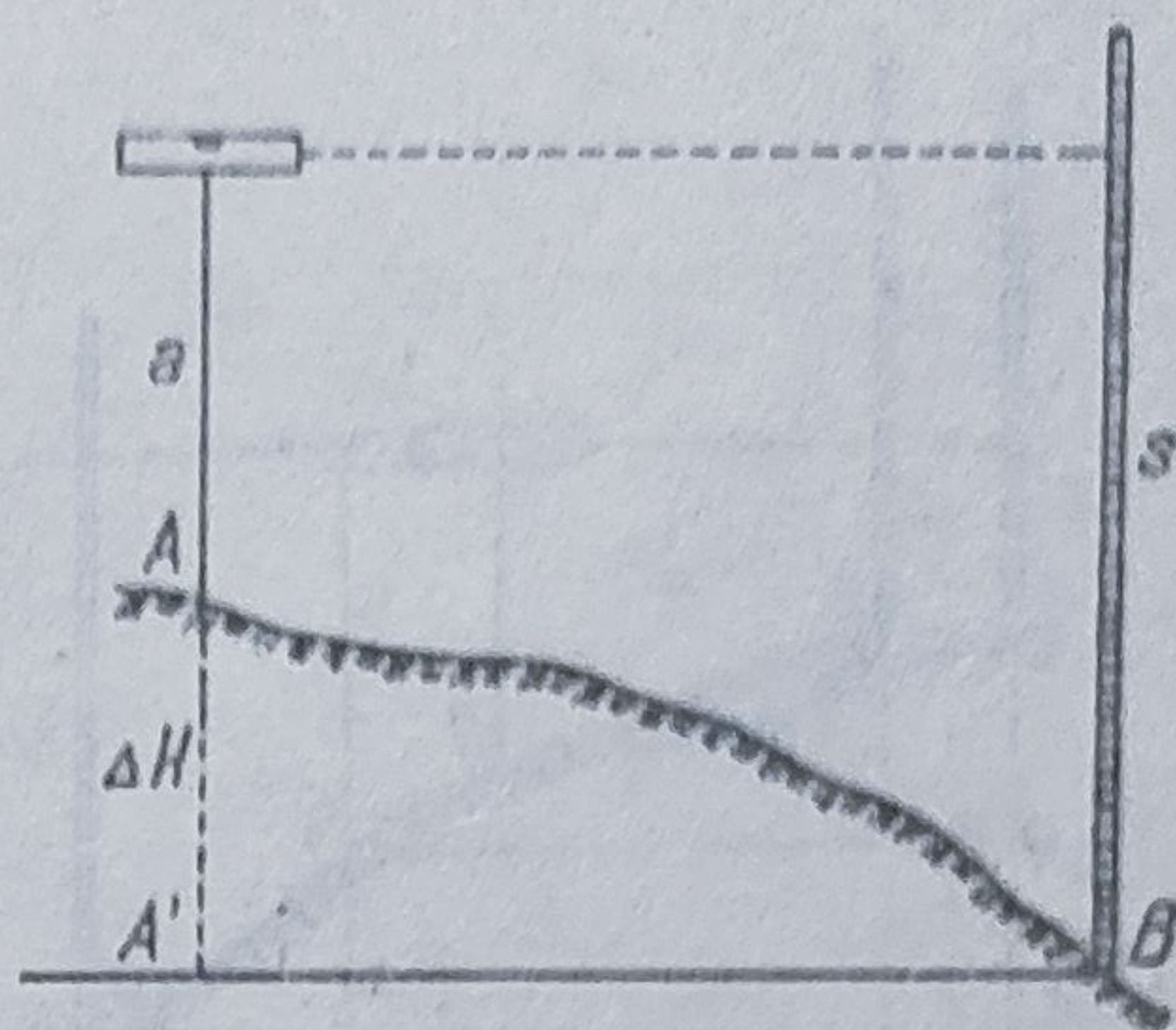


Fig. 214. Punctul necunoscut se află sub planul orizontal.

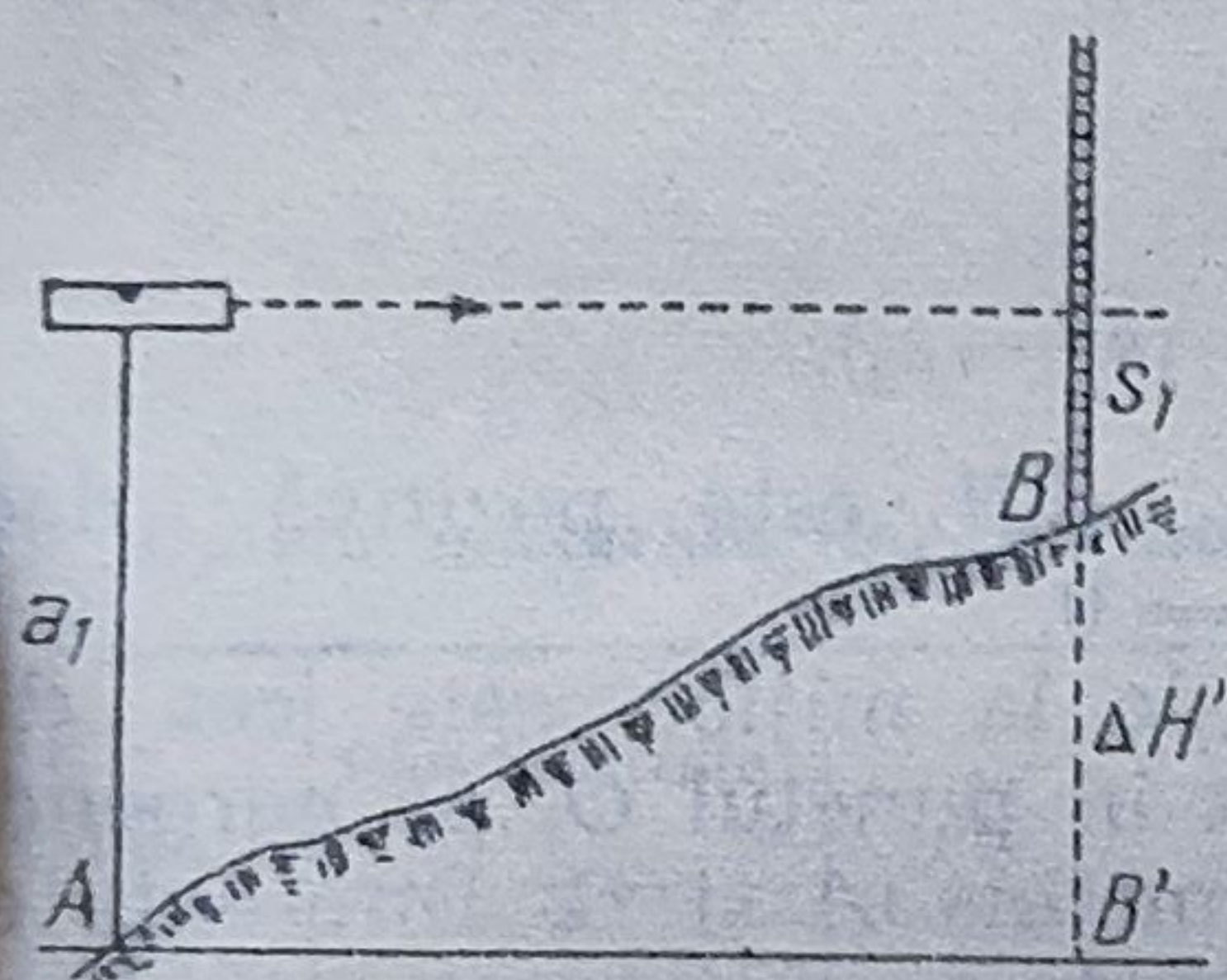


Fig. 215. Vizări reciproce : vizare directă.

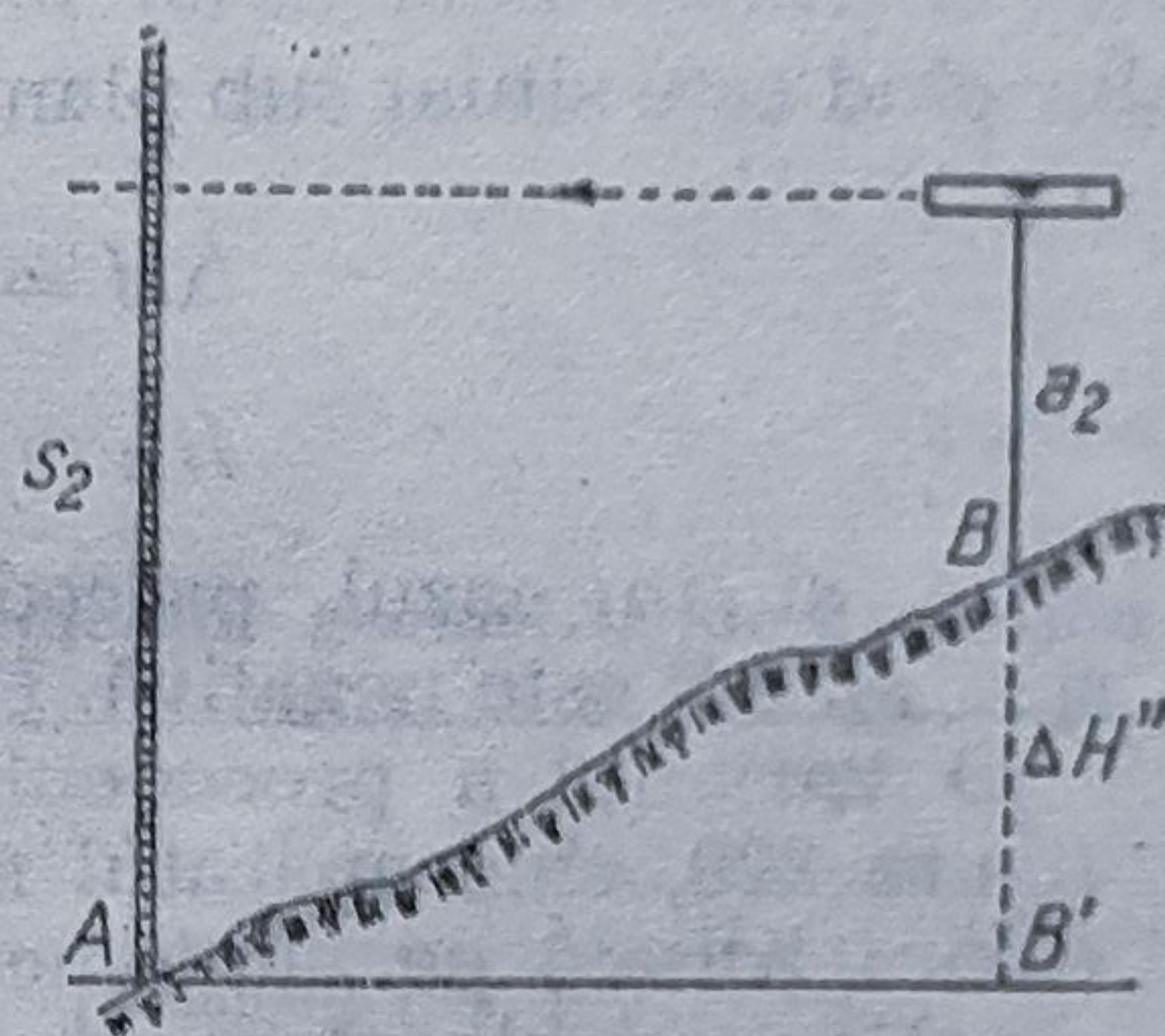


Fig. 216. Vizări reciproce : vizare inversă.

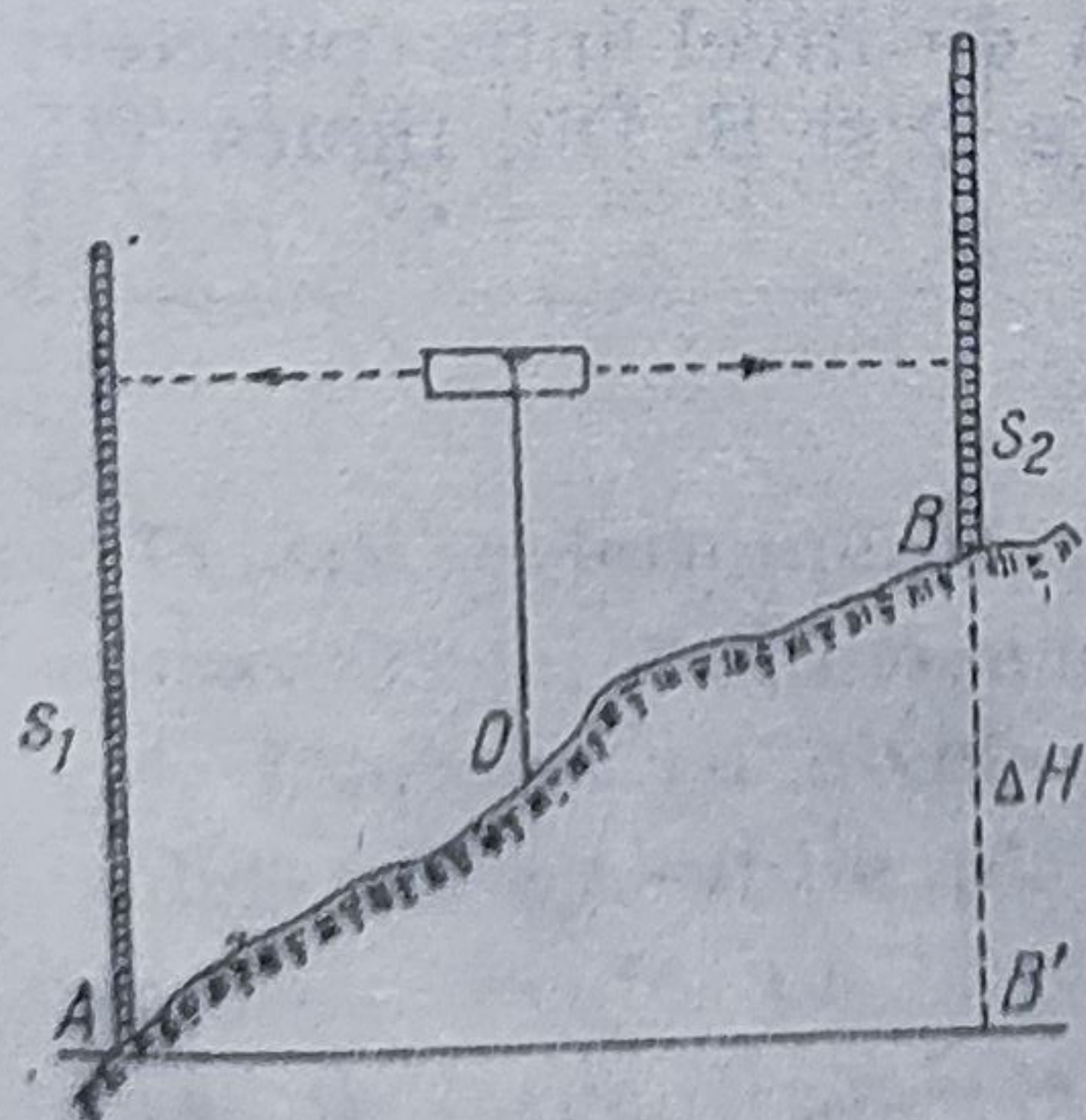


Fig. 217. Nivelment geometric de la mijloc :  $s_1 > s_2$ .

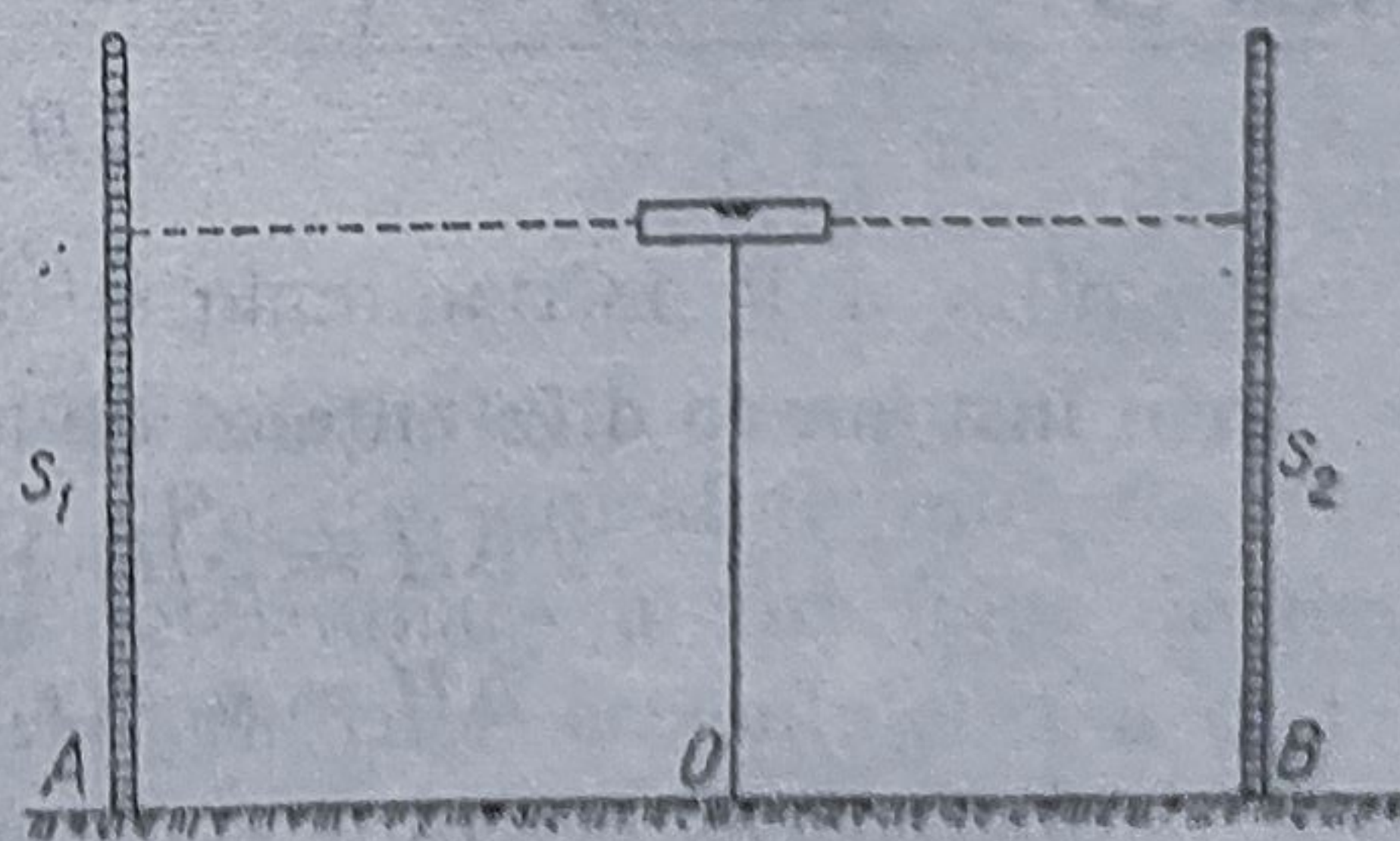


Fig. 218. Nivelment geometric de la mijloc :  $s_1 = s_2$ .



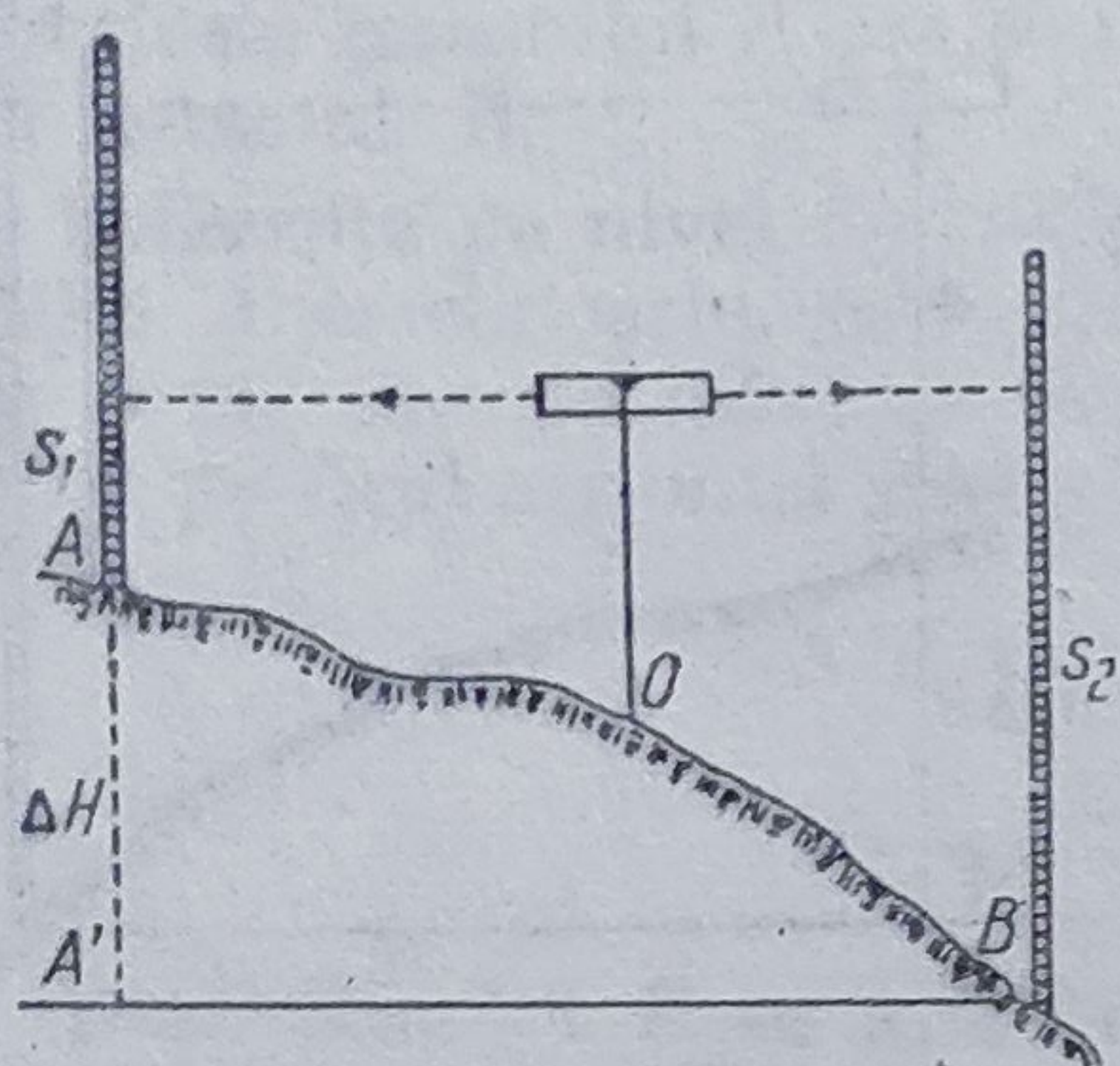


Fig. 219. Nivelment geometric de la mijloc :  $s_1 < s_2$ .

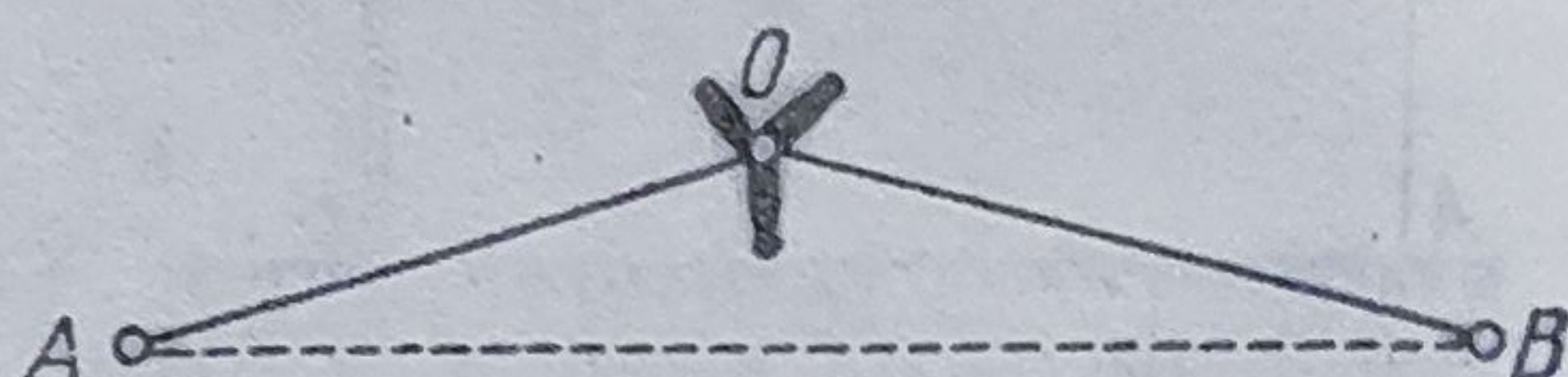


Fig. 220. Stație în afara aliniamentului nivelitic.

iar când este situat sub planul orizontal (fig. 219),

$$\Delta H = s_2 - s_1$$

$$H_B = H_A - \Delta H = H_A - (s_1 - s_2).$$

Ca și în cazul precedent, dacă  $s_1 > s_2$ ,  $\Delta H$  este pozitivă; dacă  $s_1 < s_2$ ,  $\Delta H$  este negativă. Pentru  $s_1 = s_2$ ,  $\Delta H = 0$ .

O variantă a procedurii nivelmentului de la mijloc este cea din figura 220, când aparatul nivelitic este situat în punctul O, pe perpendiculara trasată pe aliniamentul format de punctele A și B. Diferența de nivel se calculează ca la procedeul vizărilor de la mijloc, dar în acest caz suma *porteeilor* (suma distanțelor  $OA + OB$ ) nu mai este egală cu lungimea *niveleului* (panoului), adică cu distanța dintre cele două puncte A și B.

Nivelmentul geometric cu vizare de la mijloc reprezintă de fapt două nivelmente cu vizare de la capăt; diferența de nivel între punctele A și B se calculează parțial între A și O și între O și B. Din figura 221 se vede că :

$$\Delta H_1 = s_1 - a$$

$$\Delta H_2 = a - s_2.$$

Prin însumarea diferențelor de nivel parțiale avem :

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

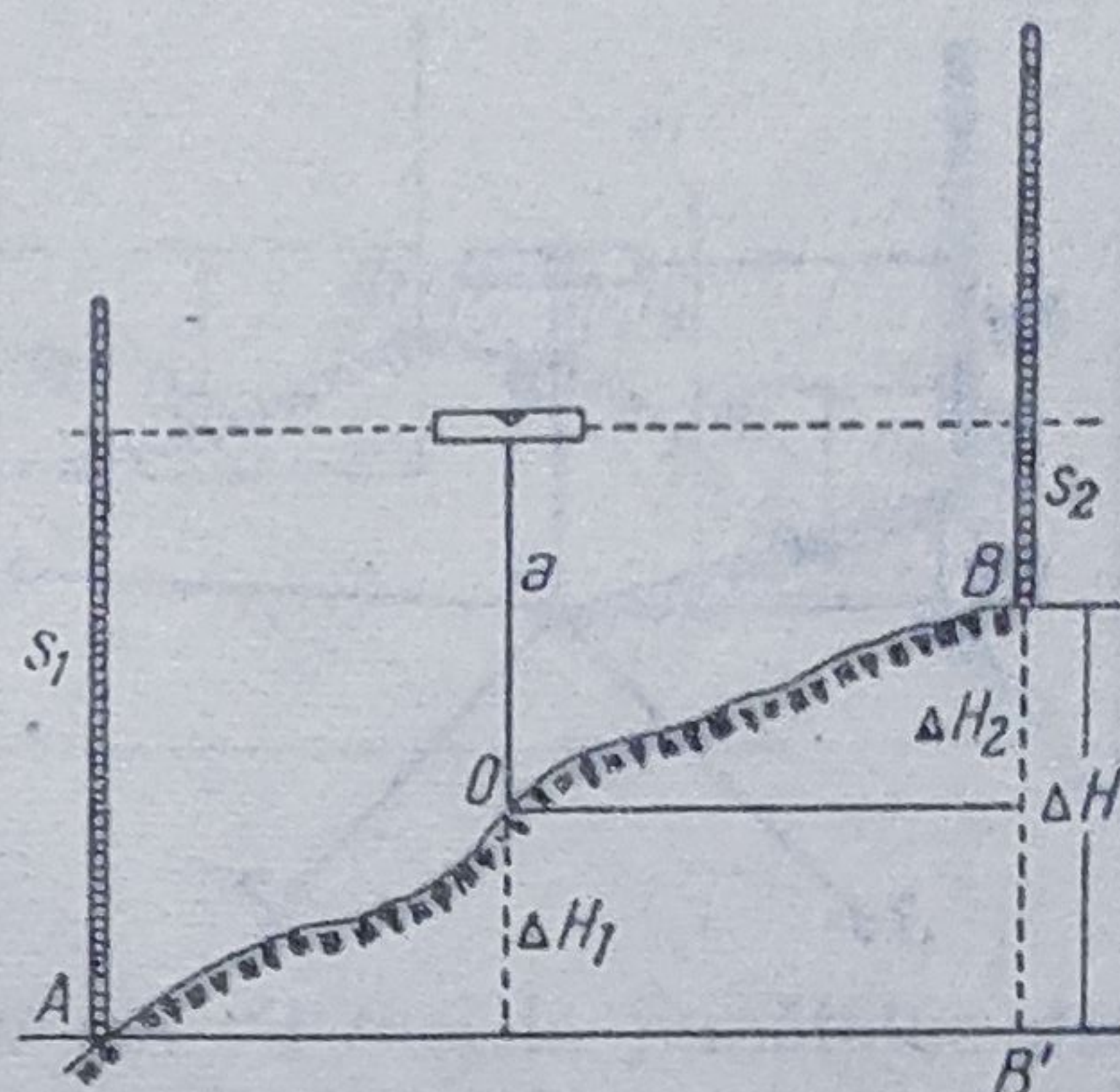
$$\Delta H = s_1 - s_2$$

$$H_B = H_A + \Delta H = H_A + s_1 - s_2.$$

La nivelmentul geometric de la mijloc, înălțimea aparatului nu se mai măsoară.



Fig. 221. Descompunerea nivelmentului geometric de la mijloc.



În tabela 9 sînt înscrise datele obținute în teren la nivelmentul geometric de la mijloc.

Tabela 9

Datele măsurătorilor obținute în teren la nivelmentul geometric de la mijloc

Puncte de stație	Puncte vizate		Dis- tanța m	Citiri pe miră (cm)		Diferența de nivel				Altitudini $H_A = 464,325$ (m)
	Înapoi	Înainte		Înapoi $s_1$	Înainte $s_2$	simple (cm)		cumulate (m)		
						+	-	+	-	
I	A	1	47,25	162	96	66		0,66		$H_1 = 464,985$
II	1	2	28,18	140	82	58		1,24		$H_2 = 465,565$
III	2	3	36,39	35	70		35	0,89		$H_3 = 465,215$
IV	3	4	48,66	91	30	61		1,50		$H_4 = 465,825$
V	4	5	59,04	11	182		171		0,21	$H_5 = 464,115$
VI	5	B	31,87	309	26	283		2,62		$H_B = 466,945$

Pentru determinarea concomitentă a planimetrării și a altimetrării se utilizează mai multe metode de nivelment geometric :

1) Radierea cu nivelment geometric. Pentru suprafețe mici de teren, o dată cu operațiile planimetrice de determinare a punctelor de detaliu necunoscute, pe lângă măsurarea unghiurilor orizontale și a distanțelor, se înregistrează și citirea pe miră, cu lunetă orizontală.

Aparatul se instalează într-un punct central cunoscut din punct de vedere planimetric și altimetric : punctul A ( $x_A, y_A, H_A$ ) (fig. 222).



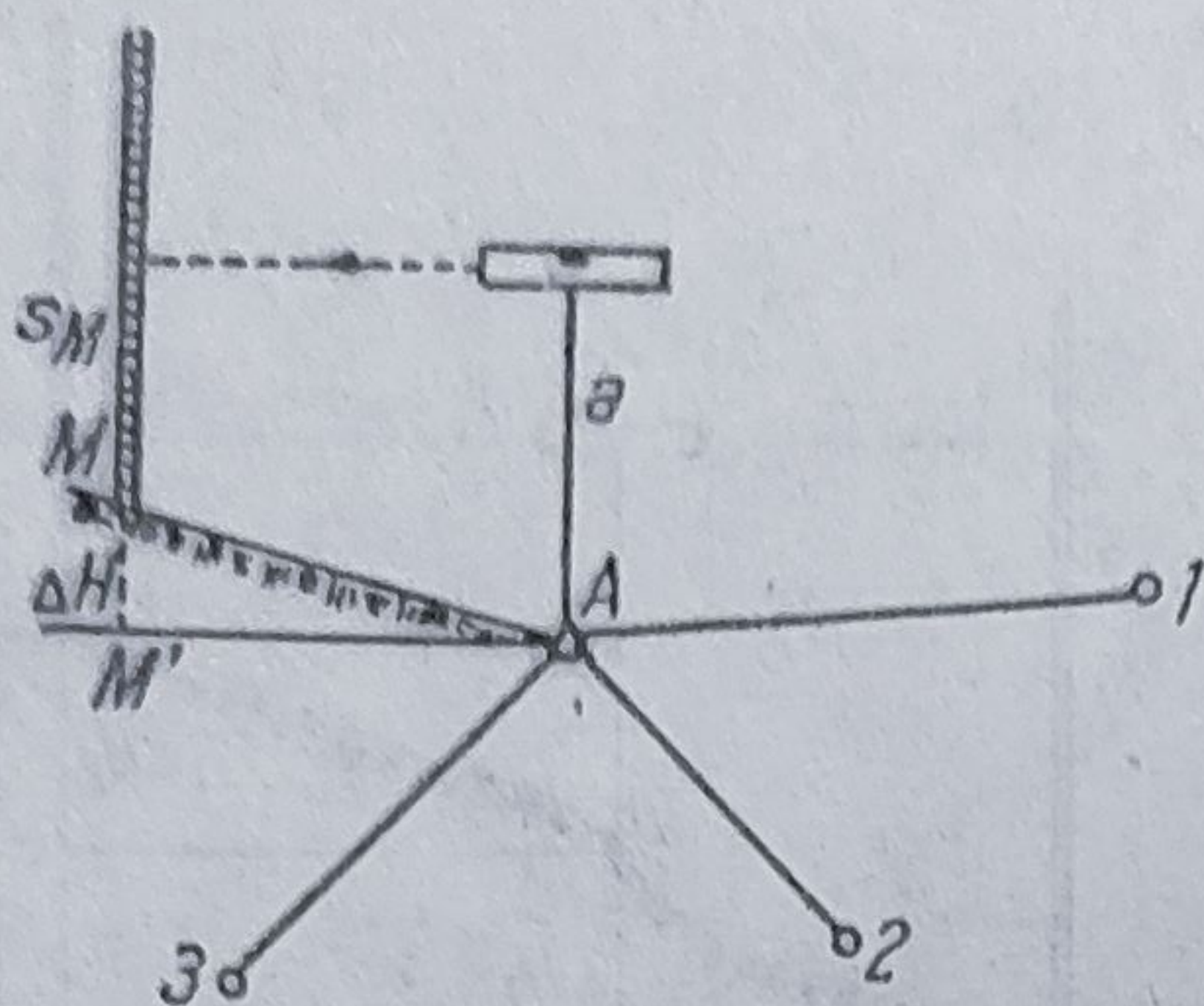


Fig. 222. Radiere cu nivelment geometric.

Operațiile se desfășoară ca la radierea planimetrică. Cotele punctelor necunoscute 1, 2 și 3 se calculează plecând de la cota punctului de stație, la care se adaugă sau se scad diferențele de nivel pentru fiecare punct, după procedeul nivelmentului geometric de la capăt.

În cazul nostru,

$$H = H_A + \Delta H; \Delta H = \pm (a - s).$$

Dacă punctul de stație nu este cunoscut din punct de vedere altimetric, din punctul A se vizează inițial un punct M, a cărui cotă se cunoaște.

În acest caz se aplică procedeul vizărilor de la mijloc (intermediare): Pentru punctul 1,

$$H_1 = H_A + \Delta H_1; \Delta H_1 = \pm (s_M - s_1).$$

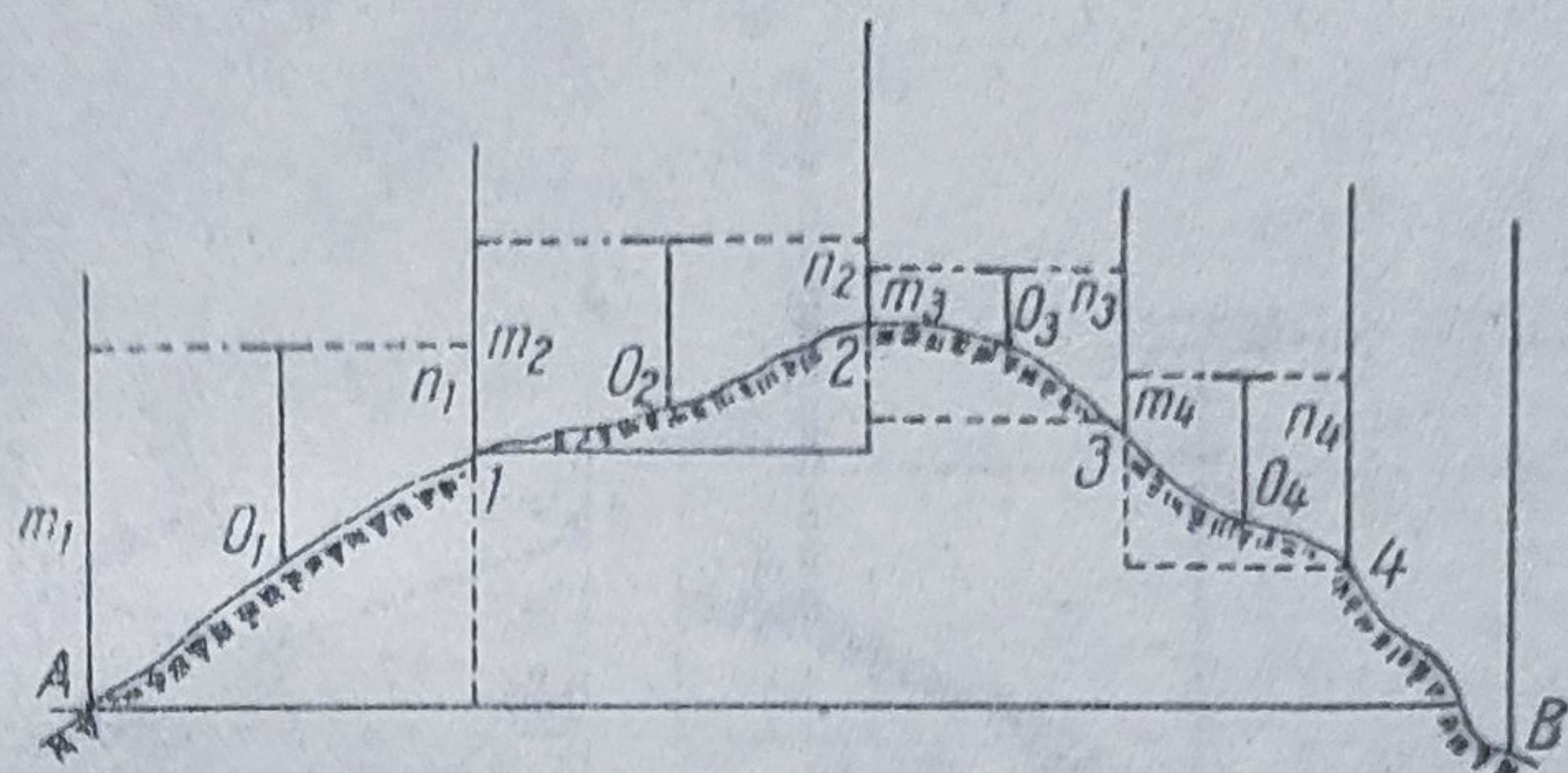
2) **Drumuirea cu nivelment geometric.** Ca și drumuirea planimetrică, drumuirea nivelitică (de nivelment geometric) determină poziția unor puncte necunoscute altimetric, efectuând stații intermediare, cota fiecăreia dintre ele rezultând din cota punctului anterior. Aparatele se instalează în punctele de schimbare de pantă, vîrfuri, intersecții de văi etc., puncte de drumuire unde, utilizînd procedeul vizărilor de la mijloc sau procedeul vizărilor directe și inverse, se determină diferențele de nivel simple și apoi cotele absolute ale punctelor drumuirii nivelitice.

În cazul unei drumuiri întinse, cu punctele cunoscute (inițial și final) sprijinite pe puncte de nivelment de precizie, putem afla cotele punctelor intermediare astfel (fig. 223):

Fie A și B cele două puncte ale rețelei nivelitice de precizie și 1, 2, ...,  $p-1$  puncte necunoscute din punct de vedere altimetric, ce definesc o linie poligonală de  $n$  laturi. Se instalează nivelul succesiv în punctele



Fig. 223. Drumuire cu nivelment geometric.



$O_1, O_2, \dots$ , cît mai aproape de aliniament și cît mai la jumătatea distanței dintre puncte, pentru a avea vizări egale. Notînd cu  $m$  și  $n$  vizările înapoi și înainte pe miră, cotele punctelor intermediare vor fi :

$$H_1 = H_A + \Delta H_1 \quad \Delta H_1 = m_1 - n_1$$

$$H_2 = H_1 + \Delta H_2 \quad \Delta H_2 = m_2 - n_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$H_B = H_{B-1} + \Delta H_B \quad \Delta H_B = m_B - n_B.$$

Putem calcula deci, din aproape în aproape, poziția altimetrică ( $H$ ) a oricărui punct necunoscut al drumuirii. Pentru punctul  $P$ ,

$$H_p = H_A + \Delta H_1 + \Delta H_2 + \dots + \Delta H_{p-1} + \Delta H_p$$

$$H_p = H_A + (m_1 - n_1) + (m_2 - n_2) + \dots + (m_{p-1} - n_{p-1}) + (m_p - n_p)$$

sau 
$$H_p = H_A + \Sigma \Delta H = H_A + \Sigma (m - n).$$

Cînd se cere determinarea simultană a planimetrii și altimetriei, se aplică procedeul vizărilor directe și inverse ; în fiecare stație, o dată cu observațiile necesare obținerii poziției acestora (măsurarea unghiului orizontal și a distanței), se citește pe miră și înălțimea respectivă.

Diferența dintre înălțimea aparatului în stație și citirea pe miră ne dă diferența de nivel.

Pentru o precizie mai mare, în fiecare stație se efectuează vizări duble pe miră — cu două orizonturi — prin modificarea înălțimii aparatului (fig. 224)

Diferența de nivel se ia ca medie a diferențelor de citire la cele două orizonturi.

3) **Drumuri și radieri de nivelment geometric.** În cazul că pe traseul unei drumuri, în apropierea punctelor de stație apare necesitatea determinării pozițiilor și cotelor unor puncte de detaliu, drumuirea nivelitică se combină cu radierile, respectiv fiecare stație de drumuire devine și un centru de radieri planimetrice și altimetrice.

Fiind dată drumuirea  $A, 1, 2, \dots B-1, B$  (fig. 225), nivelmentul drumuirii se realizează fie prin procedeul vizărilor de la mijloc, fie prin



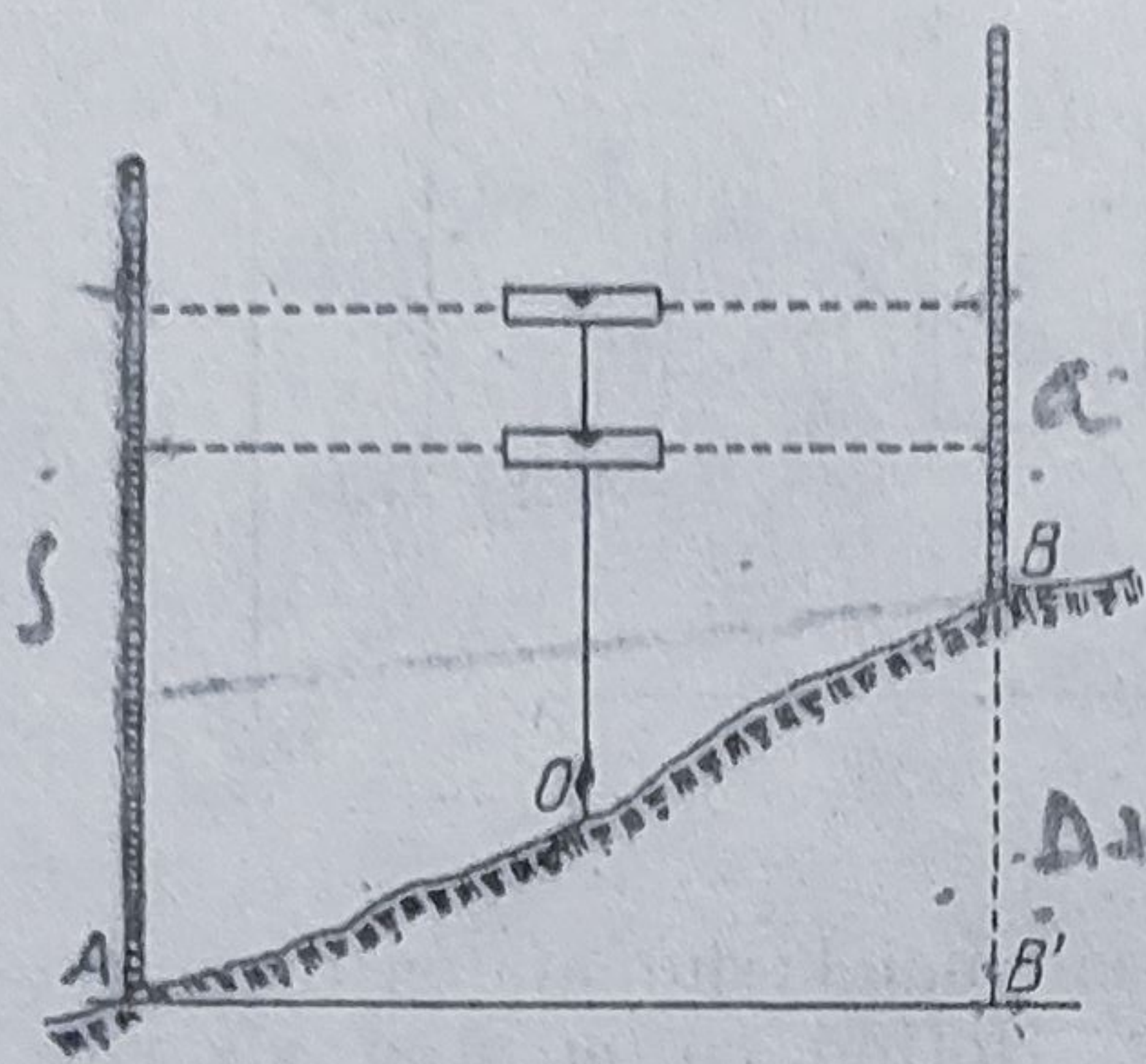


Fig. 224. Vizări duble pe miră.

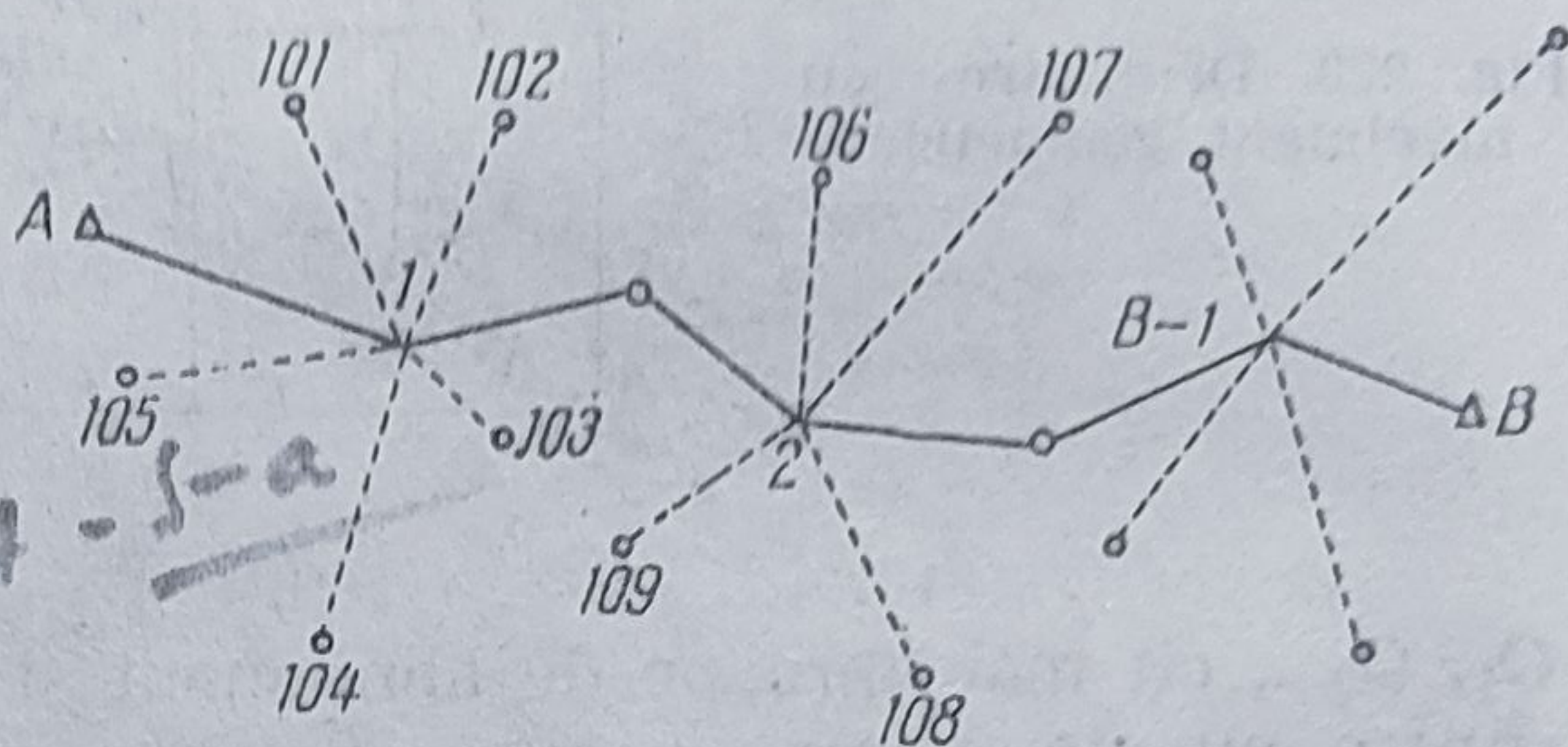


Fig. 225. Drumuiri și radieri de nivelment geometric.

procedeul vizărilor de la capăt. Toate punctele radiate (101, 102...) vor fi determinate altimetric prin procedeul vizărilor de la capăt. În consecință, se determină înălțimea aparatului în fiecare punct de stație de drumuire care se utilizează în formula de calcul a diferențelor de nivel, pentru toate punctele de radiere.

Cînd din centrele de radiere nu se văd toate punctele de detaliu necesare ridicării altimetrice, se determină puncte intermediare, a căror cotă se află plecînd de la cel mai apropiat punct de stație de drumuire.

**Profile prin nivelment geometric.** Prin profilul unui teren (apă, drum, canal, terasament etc.) se înțelege linia de intersecție a acestuia cu un plan vertical.

Profilul — *transversal* sau *longitudinal* — poate fi ridicat în plan prin nivelment geometric aplicînd drumuirea nivelitică, drumuirea combinată cu radieri sau prin metoda profilelor.

**Metoda profilelor** constă în determinarea, cu un aparat nivelitic, a diferențelor de nivel dintre un punct de stație cunoscut și o serie de puncte pe profil, unde acesta are discontinuități de pantă. Pentru reprezentarea grafică a profilului este necesară și măsurarea distanțelor. Datele obținute în teren se trec în carnetul de observații.

**Profilul transversal** este orientat, de cele mai multe ori, perpendicular pe direcția unei văi, a axei unui drum, canal, terasament etc. Prin vizări succesive asupra unei mire instalate în punctele de schimbare de pantă, marcate în teren prin țaruși, se obțin, față de cota punctului de stație în care se cunoaște înălțimea aparatului, diferențele de nivel simple, prin procedeul nivelmentului geometric de la capăt (fig. 226).

Pentru reprezentarea grafică a profilului transversal se aleg două scări :

— o scară a distanțelor orizontale, în funcție de lungimea profilului și de precizia lucrării : 1 : 200, 1 : 500, 1 : 1 000 ;

— o scară a înălțimilor, dependentă de diferențele de nivel și de distanțele orizontale : 1 : 10, 1 : 20, 1 : 50, 1 : 100.



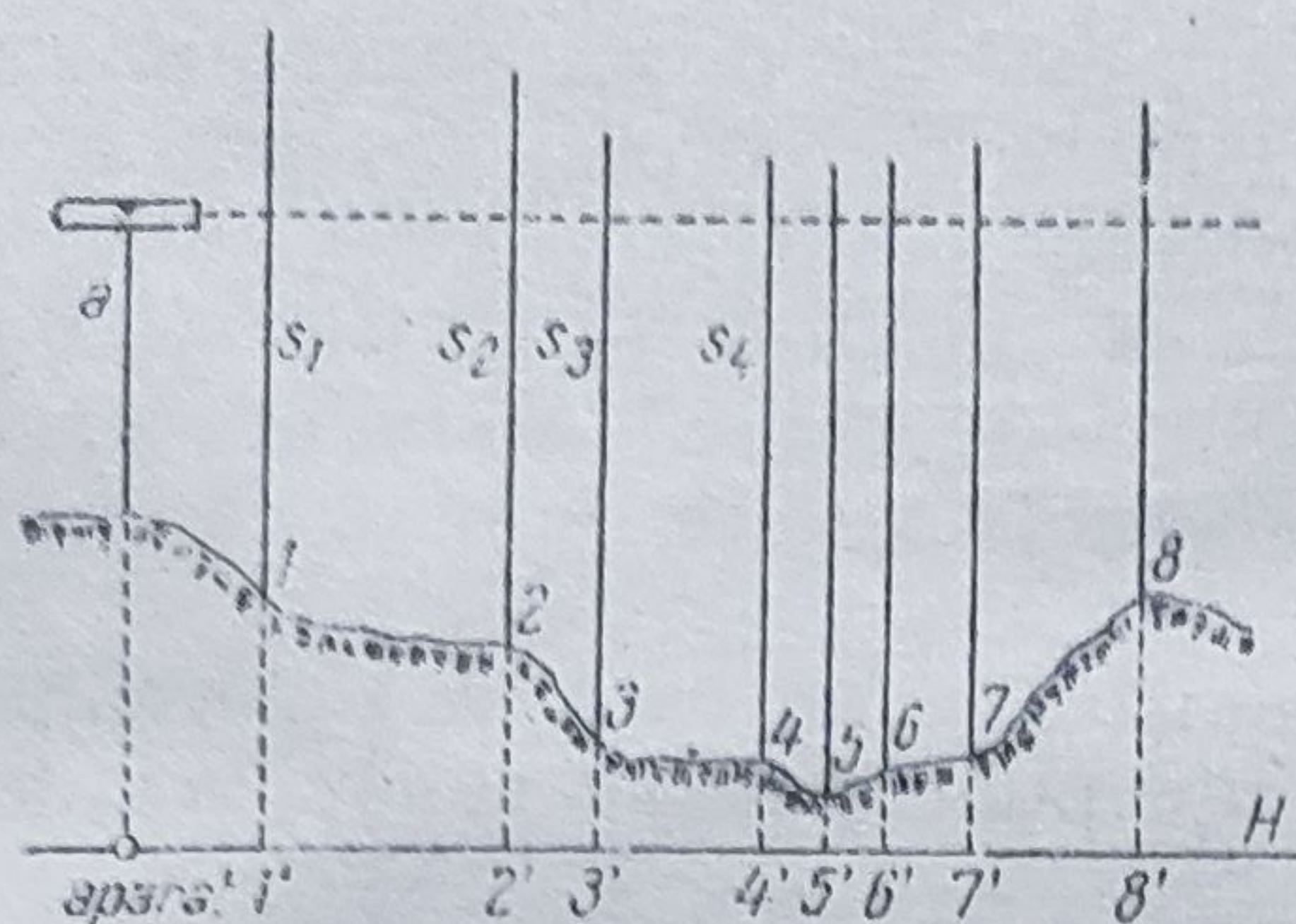


Fig. 226. Profil transversal.

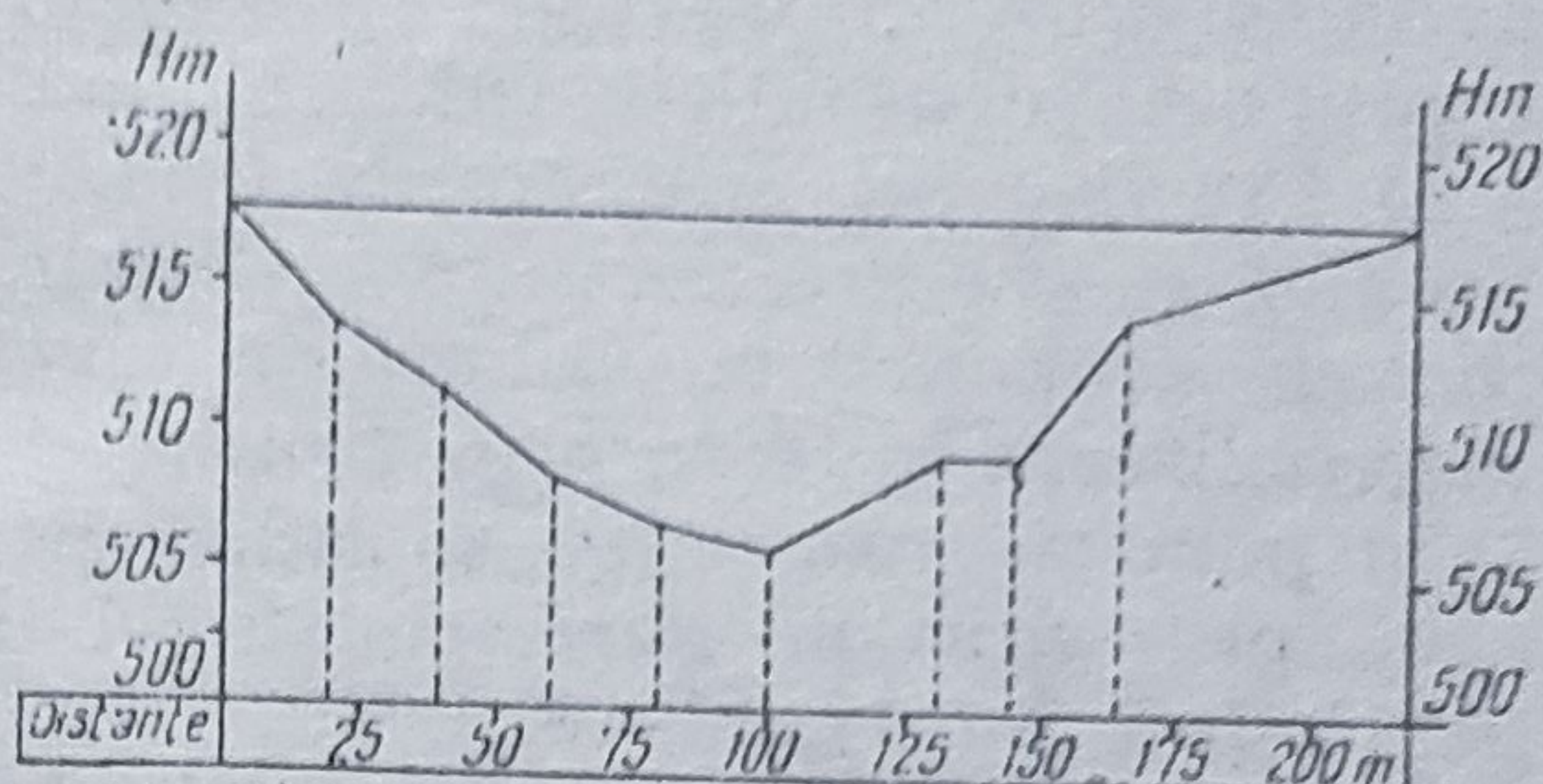


Fig. 227. Redactarea unui profil transversal.

În unele cazuri se ia aceeași scară pentru distanțe și înălțimi. Pentru redactarea unui profil (fig. 227), se ia un sistem de axe rectangulare, cu originea în punctul de nivelment cunoscut. Axa absciselor corespunde planului orizontal al locului (orizontul convențional), față de care se reprezintă diferențele de nivel cumulate, iar axa ordonatelor planului vertical ce trece prin punctul respectiv și pe care se raportează diferențele de nivel.

Pe linii orizontale, sub profil, se trece numărul punctului de stație, distanțele reduse la orizont, distanțele cumulate, cotele, diferențele de nivel, panta etc.

*Profilul longitudinal* se reprezintă în același mod. Datele tehnice se obțin prin instalarea aparatului pe axa unei văi (canal, drum etc.), într-un punct cunoscut și prin citirea pe mire situate în punctele de schimbare de pantă.

După calcularea diferențelor de nivel se stabilesc scările de redactare a profilului și se reprezintă grafic (fig. 228).

**Nivelmentul geometric al suprafețelor de teren.** În terenurile aproximativ orizontale ca izlazurile, grădinile și livezile de dimensiuni mici,

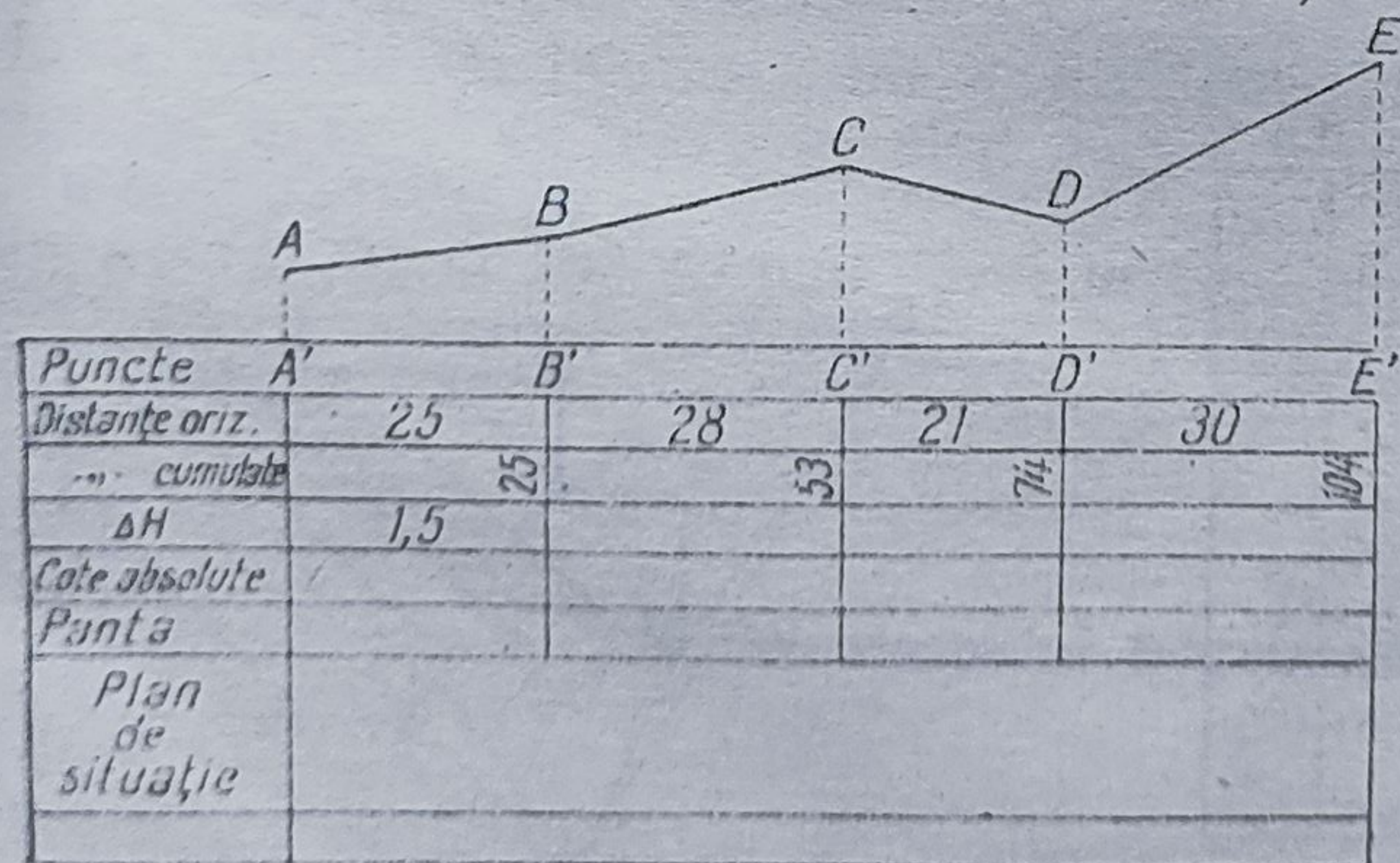


Fig. 228. Profil longitudinal.

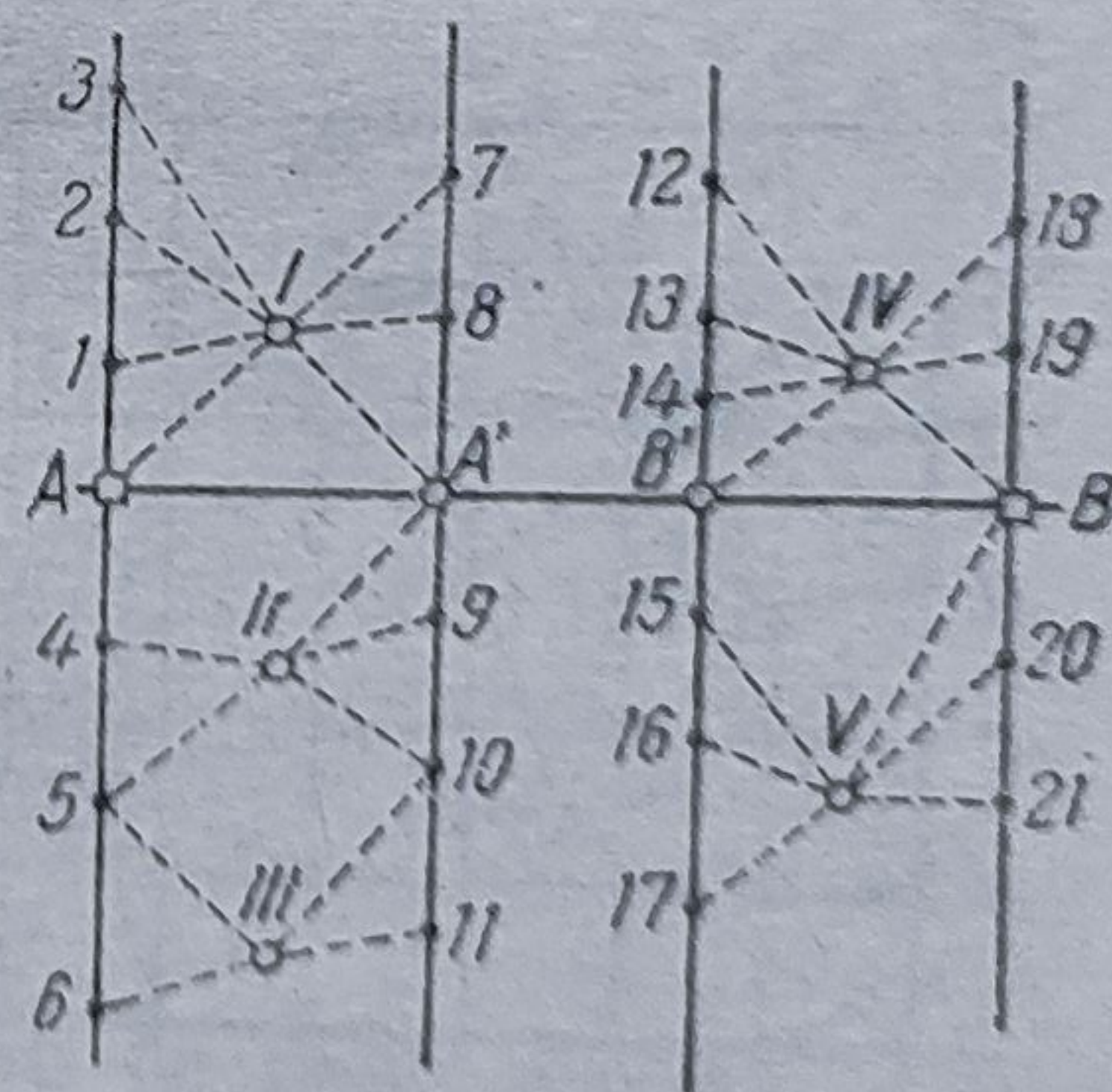


Fig. 229. Nivelmentul suprafețelor prin profile transversale.



stadioanele, aeroporturile etc., nivelmentul geometric de suprafață se execută prin profile transversale, prin puncte de caroiaj (în pătrate) și prin niveiment față de ridicarea planimetrică.

a) *Nivelmentul prin profile transversale* se execută astfel (fig. 229): Se aleg câteva profile transversale în terenul de ridicat, stabilind, prin metoda drumuirii cu radieri de nivelment, cotele unor puncte care se materializează în teren prin țărui.

În punctele respective se ridică perpendiculare pe care se determină apoi, prin citiri pe miră, cotele relative ale punctelor de schimbare de pantă (1, 2, 3, ... 17, 18, 19...).

Punctele A și B sînt puncte de drumuire, iar A' și B' puncte intermediare, determinate prin radiere nivelitică. Cotele punctelor de pe profile se determină și prin vizări orizontale din punctele I, II, III etc.

b) *Nivelmentul prin puncte de caroiaj* (pătrate). Terenul se împarte în pătrate cu laturi cuprinse între 10 și 50 m, în funcție de precizia cerută, colțurile pătratelor fiind marcate prin țărui (fig. 230).

Ridicarea altimetrică a punctelor se face prin drumuire cu radieri, iar lățimea unei fișii va cuprinde 3—5 pătrate.

Notarea punctelor se face prin literele minuscule ale alfabetului și prin cifre arabe, de exemplu: a-1, b-6, c-3 etc.

Cotele se obțin în două etape: se calculează întâi drumuirea și apoi cotele punctelor intermediare, plecînd de la valorile altimetrice ale planurilor de vizare a stațiilor respective.

c) *Nivelmentul față de ridicarea planimetrică*. Cînd se cere determinarea altimetrică a unui teritoriu care în prealabil a fost ridicat planimetric (cartierul unui oraș, clădirea și curtea unei școli etc.), prin drumuire cu radieri nivelitice se determină cotele punctelor necesare nivelmentului de suprafață (fig. 231). Diferențele de nivel se obțin prin citiri pe miră în punctele caracteristice ale teritoriului (colțuri de străzi, colțuri de clădiri, împrejurimi etc.). Cotele punctelor se trec direct pe planul de situație.

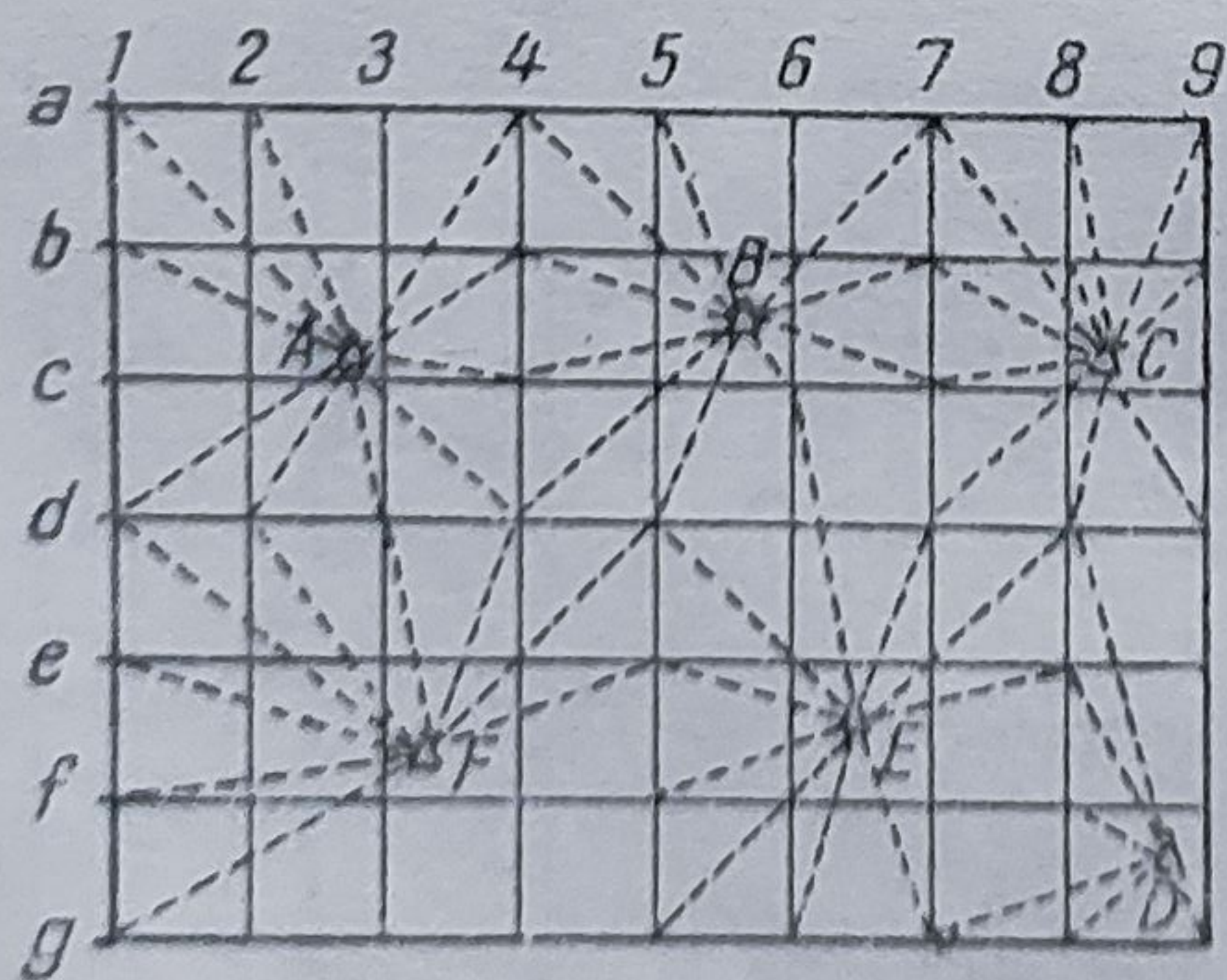


Fig. 230. Nivelmentul suprafețelor prin puncte de caroiaj.

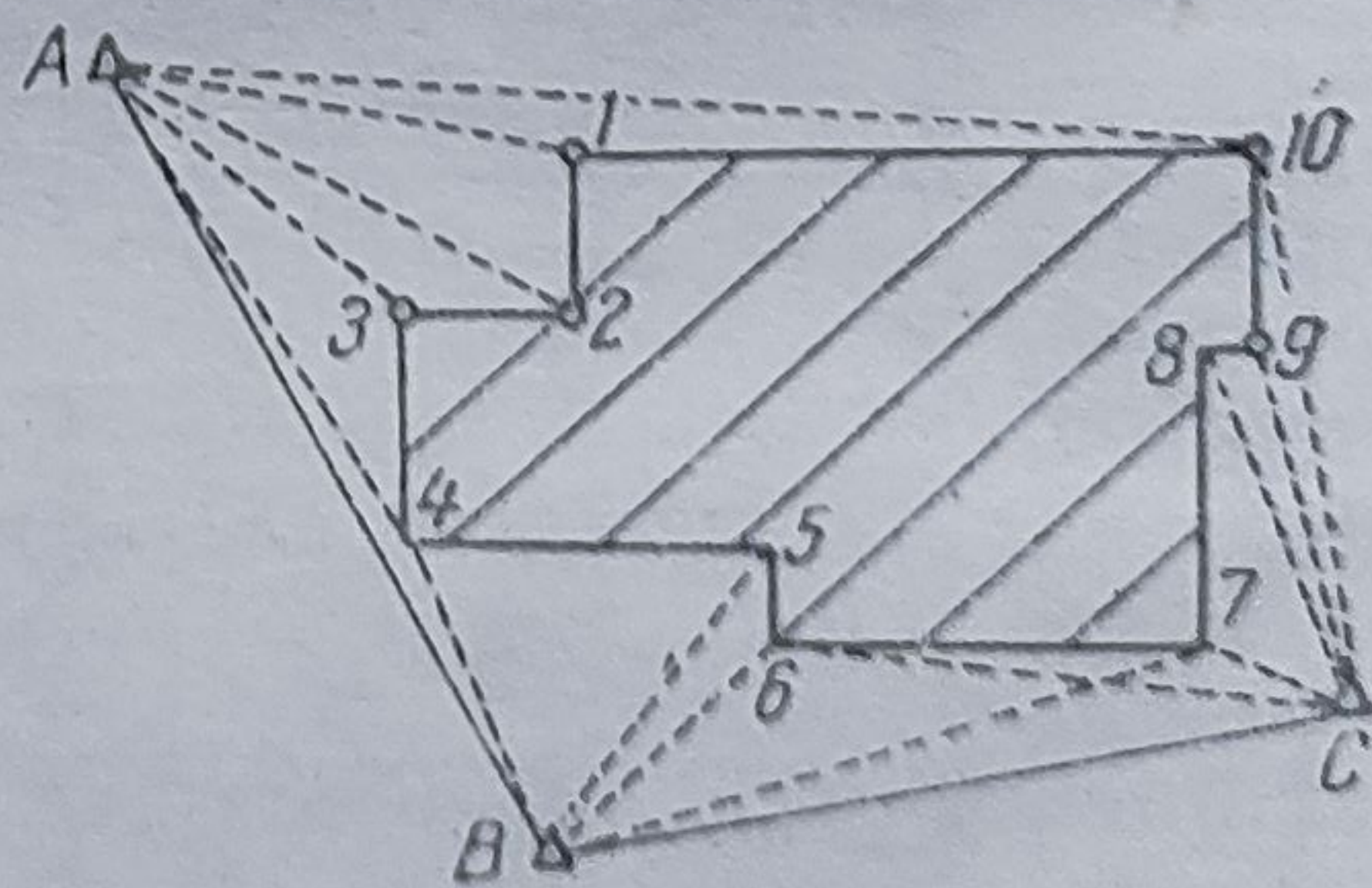


Fig. 231. Nivelmentul suprafețelor față de ridicarea planimetrică.



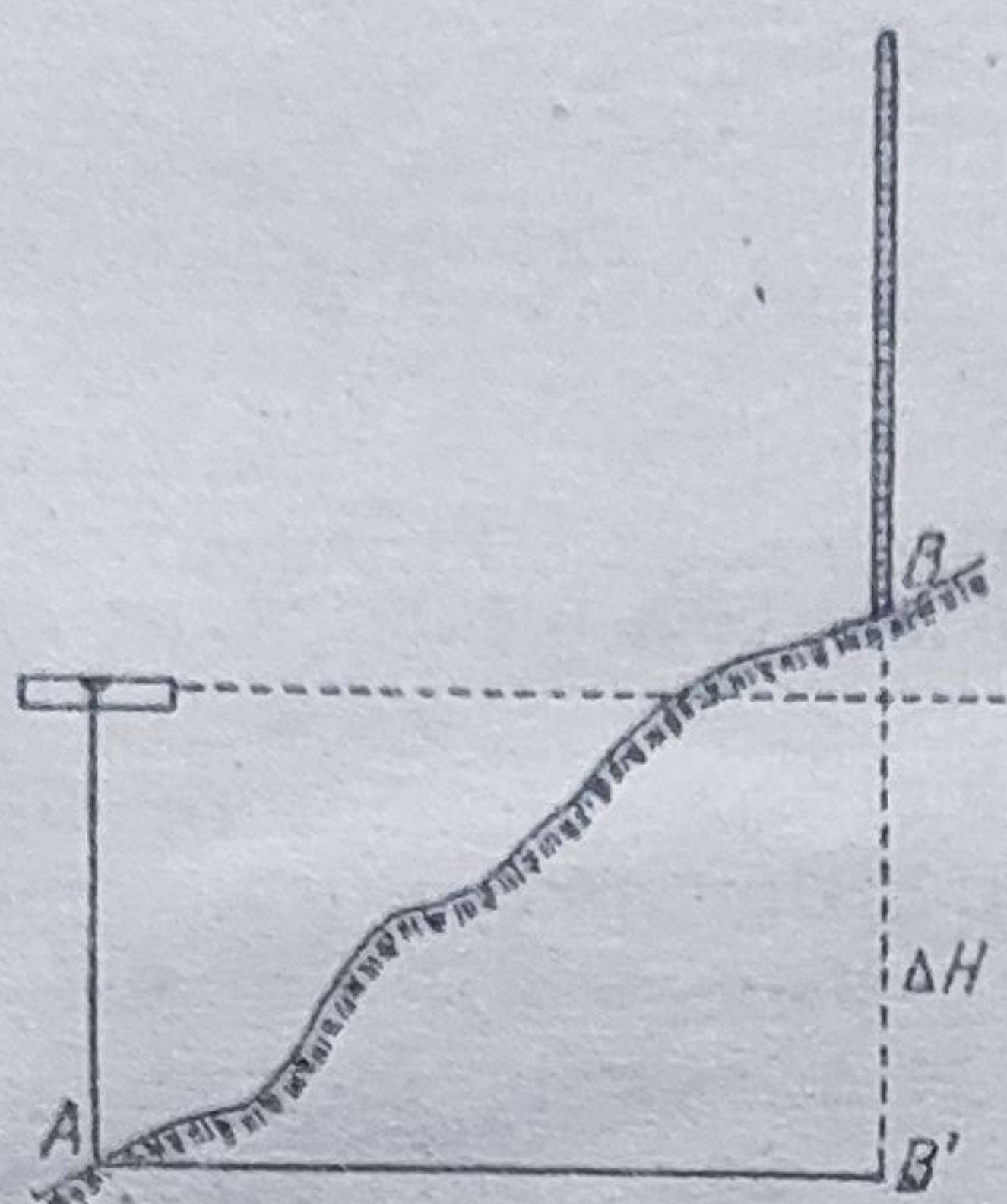


Fig. 232. Planul orizontal trece pe sub O al mirei.

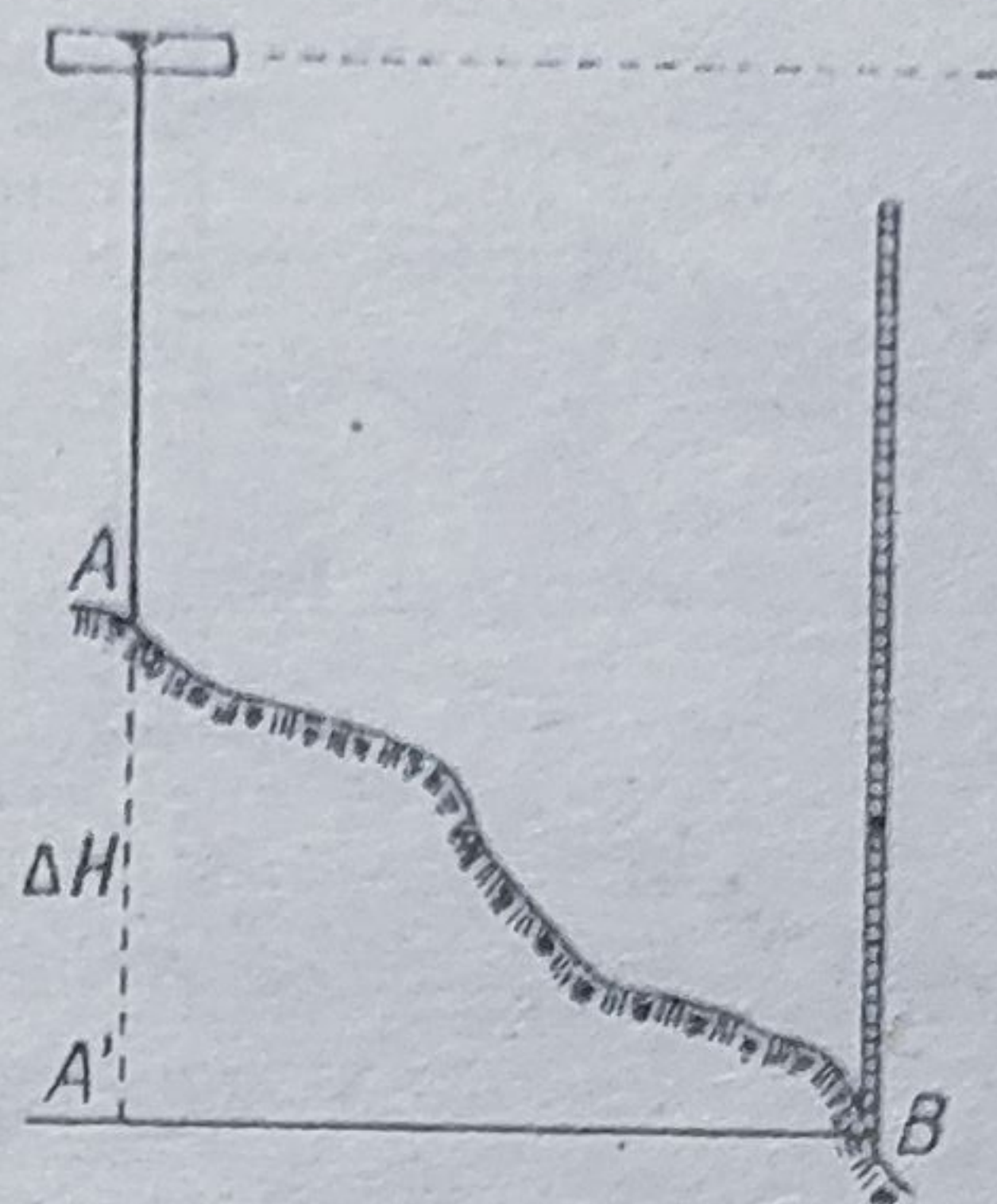


Fig. 233. Planul orizontal trece pe deasupra mirei.

**Precizia nivelmentului geometric.** Erorile principale care intervin în executarea nivelmentului geometric sînt erorile instrumentale și cele de citire pe miră.

În cazul porțelor sensibil egale, eroarea uneia fiind  $\pm e_{\Delta H}$ , eroarea medie pătratică a rezultatului va fi  $E_{\Delta H} = e_{\Delta H} \sqrt{\frac{D}{d}}$ , unde  $D$  este lungimea totală a traseului nivelitic, iar  $d$  lungimea unei porțee.

În nivelmentul geometric tehnic, precizia este de 1 cm/km.

Întrucît toleranța se consideră dublul erorii medii, aceasta va fi de 2 cm/km.

Nivelmentul geometric este cea mai precisă metodă de nivelment, în comparație cu nivelmentul trigonometric sau barometric.

Pentru a asigura precizia necesară, lungimea porțelor nu va depăși 100 m ; de asemenea, nu se vor alege porțee sub 10 m din cauza preciziei și a randamentului scăzut.

În terenurile cu înclinare mare, nivelmentul geometric este legat de lungimea mirei ; de aceea se aleg porțee potrivite, în așa fel ca să se poată efectua citiri pe miră.

În figura 232 și 233 se dau cazurile cînd nu se pot executa citiri pe miră, planul orizontal de vizare trecînd fie sub O al mirei, fie pe deasupra acesteia.

#### § 4. Nivelmentul trigonometric

Diferența de nivel între două puncte din teren se poate obține prin calculul trigonometric, cînd se măsoară unghiul de înclinare și distanța dintre cele două puncte.



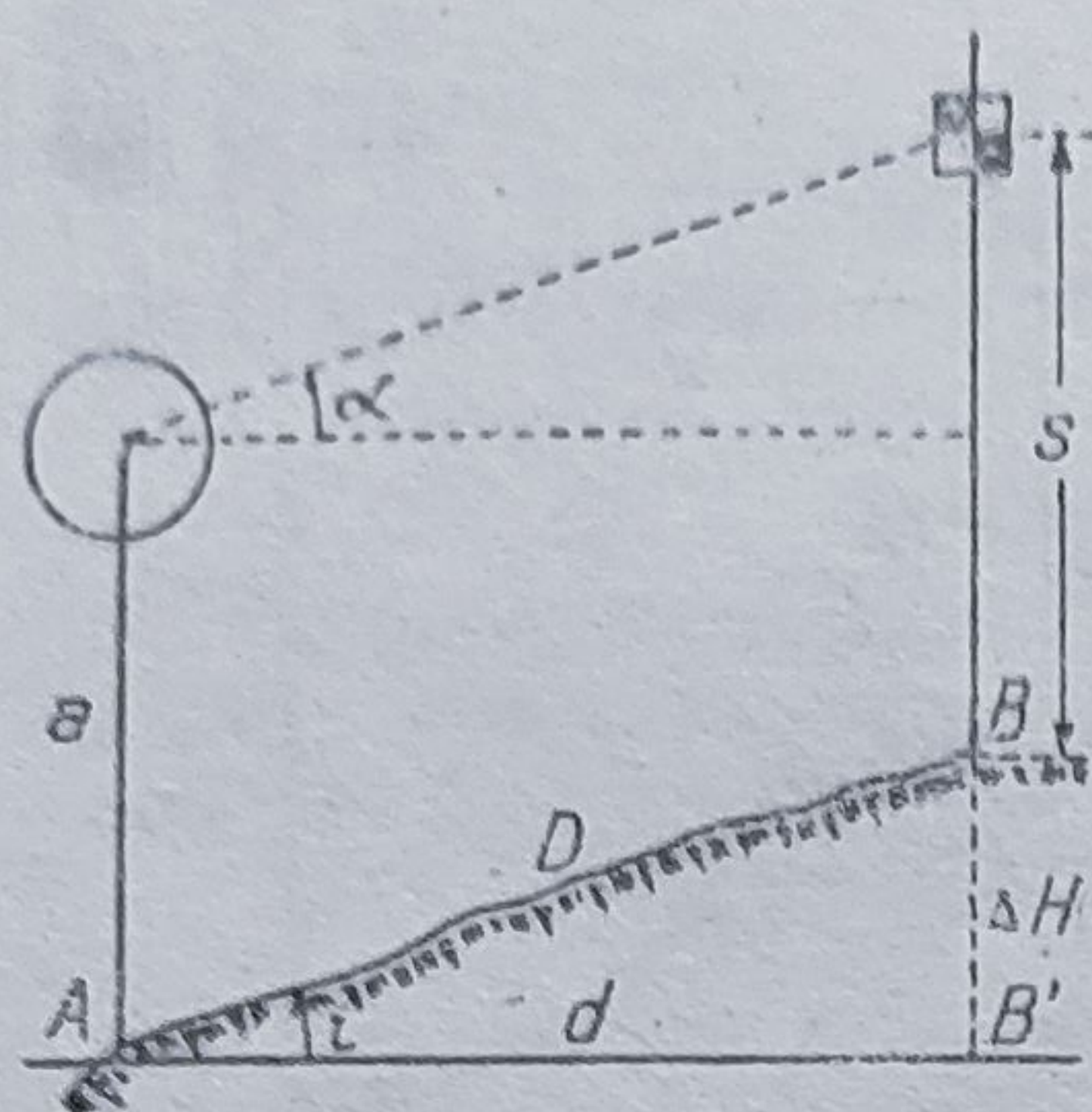


Fig. 234. Principiul nivelmentului trigonometric.

Dacă dispunem de un teodolit și de o miră topografică sau o miră cu disc vizînd la înălțimea aparatului,

$$\Delta H = D \sin i,$$

$D$  fiind distanța măsurată cu panglica, iar  $i$  unghiul terenului, măsurat la înălțimea aparatului (fig. 234).

Cînd distanța  $D$  este redusă la orizont ( $d$ )

$$\Delta H = d \operatorname{tg} i,$$

iar în cazul distanțelor măsurate stadimetric, știind că  $d_s = D_s \cos^2 i$  și înlocuind,

$$\Delta H = D_s \sin i \cos i.$$

Pentru determinarea cotei absolute a unui punct necunoscut  $B$ , în funcție de modul de măsurare a distanței și  $a=s$ , vom avea :

$$H_B = H_A + D \sin i$$

$$H_B = H_A + d \operatorname{tg} i$$

$$H_B = H_A + D_s \sin i \cos i.$$

Acestea sînt formulele care ne dau cotele punctelor cînd diferențele de nivel sînt calculate prin nivelment trigonometric.

Unghiurile verticale necesare calculului diferențelor de nivel se citesc pe eclimetrul teodolitului sau se obțin cu un clizimetru sau clinometru (cînd nu se cere o precizie mare).

Vizările se fac de două ori, cu aparatele susceptibile de dublă răs-turnare, cu luneta la dreapta și la stînga, pentru eliminarea erorii de colimație.



### § 5. Metode de nivelment trigonometric

Ca și la nivelmentul geometric, la nivelmentul trigonometric se utilizează două procedee :

- nivelmentul trigonometric de la capăt și
- nivelmentul trigonometric de la mijloc.

a. Nivelmentul trigonometric de la capăt. Se instalează aparatul în punctul  $A$ , de cotă cunoscută  $H_A$ . Se vizează pe o miră în punctul  $B$ , la înălțimea aparatului, deci  $\alpha = s$  și se măsoară unghiul de înclinare  $i = \alpha$  ( $\alpha =$  unghiul vertical, citit pe eclimetru). Se utilizează formulele de calcul de la § 4.

În cazul că  $a \neq s$ , deci  $i \neq \alpha$ , trebuie să ținem cont de înălțimea aparatului și de înălțimea semnalului pe care se vizează. Când panta este pozitivă (fig. 235), vom avea

$$\Delta H = h + a - s,$$

unde

$$h = d \lg \alpha;$$

deci

$$H_B = H_A + d \lg \alpha + a - s;$$

când panta este negativă (fig. 236),

$$\Delta H = h - a + s.$$

$$H_B = H_A + d \lg \alpha - a + s.$$

Un exemplu de calculare a nivelmentului trigonometric de la capăt este dat în tabela 10.

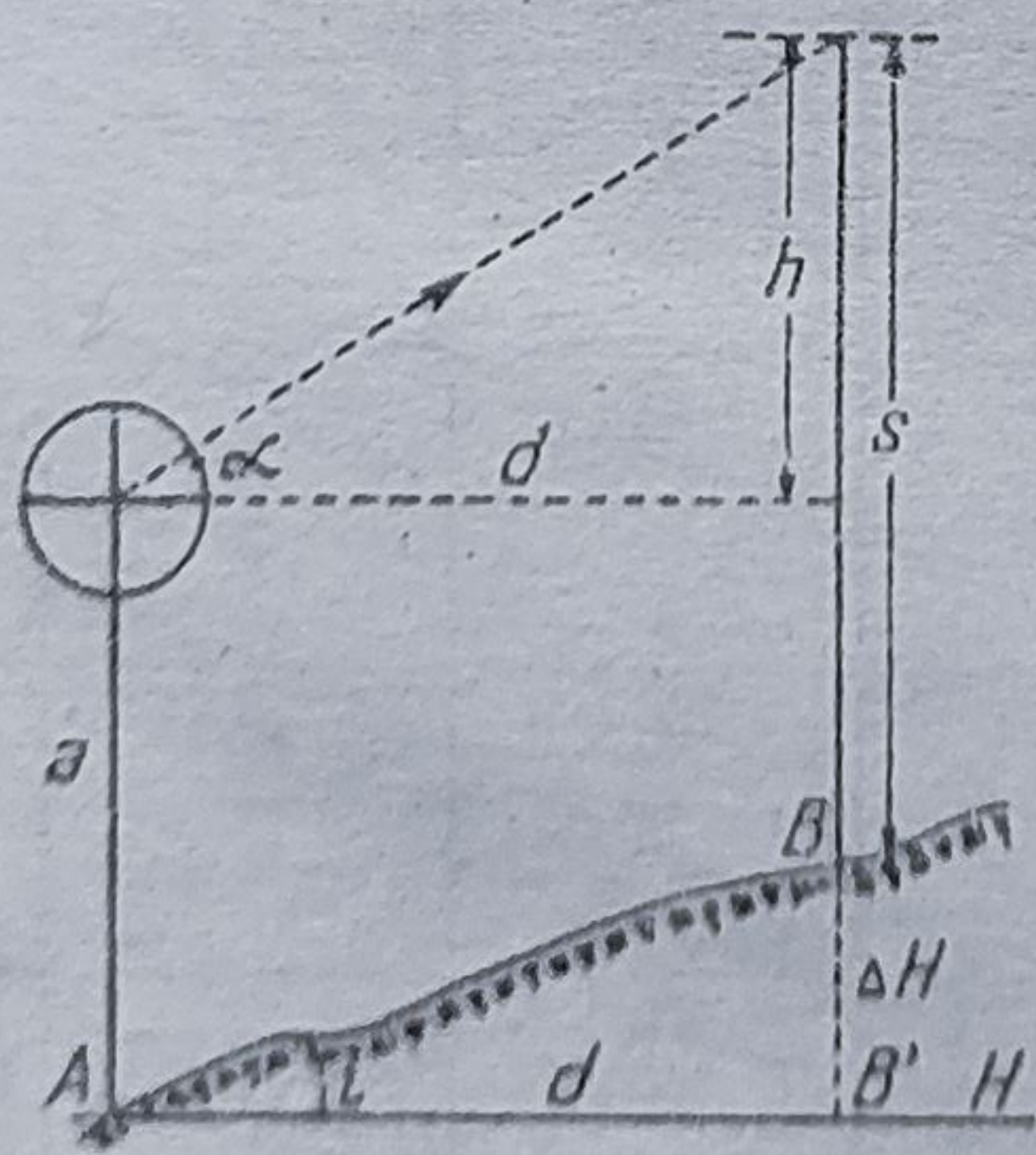


Fig. 235. Nivelmentul trigonometric pentru  $a \neq s$ , panta pozitivă.

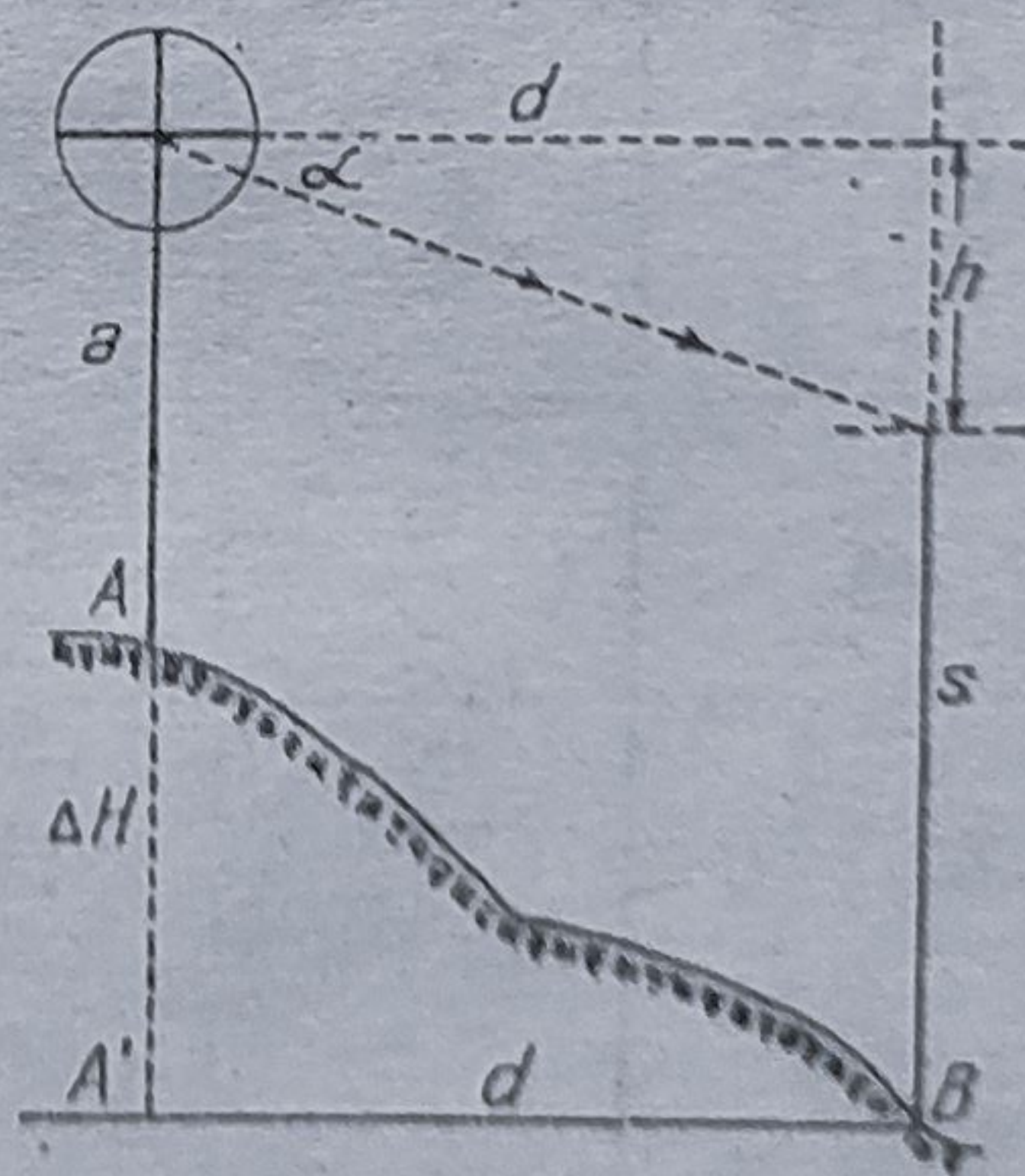


Fig. 236. Nivelmentul trigonometric pentru  $a \neq s$ , panta negativă.



Calcularea nivelmentului trigonometric

Puncte de stație	Puncte vizate	Dis- tanțe stadimetric (m)	Cos <sup>2</sup> <sub>i</sub>	Distanțe reduse la orizont dg = Dg cos <sup>2</sup> <sub>i</sub>	Citiri verticale			Unghi de înclinare i	ΔH = dg sinici		ΔH cumulat	Altitudinea H <sub>A</sub> = 350,999
					Poziția I	Poziția a II-a	Media		+	-		
A	I	102,76	0,99973	102,48	179°00'50"	180°54'10"	0°55'40"	-0°56'40"	1,793	1,793	1,793	H <sub>1</sub> = 349,206
1	2	75,40	0,99983	75,11	179°09'50"	180°40'50"	0°45'30"	-0°45'30"	0,993	0,993	2,786	H <sub>2</sub> = 348,213
2	3	38,76	0,99614	38,61	176°22'20"	183°29'40"	3°33'40"	-3°33'40"	2,393	2,393	5,179	H <sub>3</sub> = 345,820
3	4	31,80	0,98733	31,39	173°15'20"	186°39'50"	6°42'15"	-6°42'15"	3,638	3,638	8,817	H <sub>4</sub> = 342,182
4	5	74,50	0,99974	74,47	179°01'40"	180°54'20"	0°56'20"	-0°56'20"	1,237	1,237	10,054	H <sub>5</sub> = 340,945
5	B	74,40	0,99983	75,11	179°40'50"	180°40'50"	0°45'30"	-0°45'30"	0,993	0,993	11,04	H <sub>B</sub> = 339,942



b. Nivelmentul trigonometric de la mijloc. Se face stație între punctele A și B, aproximativ pe aliniament și la jumătatea distanței AB. Cunoscând distanțele  $d_1$  și  $d_2$  și unghiurile verticale  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  (fig. 237), scriem :

$$\Delta H_1 = h_A + s_A - a$$

$$\Delta H_2 = h_B + s_B - a$$

$$\Delta H = \Delta H_2 - \Delta H_1$$

și înlocuind,

$$\Delta H = h_B + s_B - h_A - s_A,$$

unde

$$h_A = d_1 \lg \alpha_1 \text{ și } h_B = d_2 \lg \alpha_2.$$

Dacă distanța între punctele A și B nu se cunoaște, sînt necesare două vizări pe mira situată în B (fig. 238) care dau unghiurile verticale  $\alpha$  și  $\beta$  și citirile pe miră  $s_1$  și  $s_2$ ,

$$h_s = s_1 - s_2$$

$$h = d \lg \beta$$

$$h - h_s = d \lg \alpha$$

$$h_s = d (\lg \beta - \lg \alpha)$$

$$d = \frac{h_s}{\lg \beta - \lg \alpha}.$$

Cunoscînd distanța  $d$ , se calculează  $h$ , iar diferența de nivel  $\Delta H$  va fi :

$$\Delta H = h + s_2 - a; \quad h = d \lg \beta$$

atunci

$$\Delta H = d \lg \beta + s_2 - a.$$

Pentru obținerea cotelor punctelor necunoscute într-un teren oarecare prin nivelment trigonometric, se utilizează metoda drumirii, metoda radierii, metoda combinată (drumiri cu radieri) și metoda intersecției.

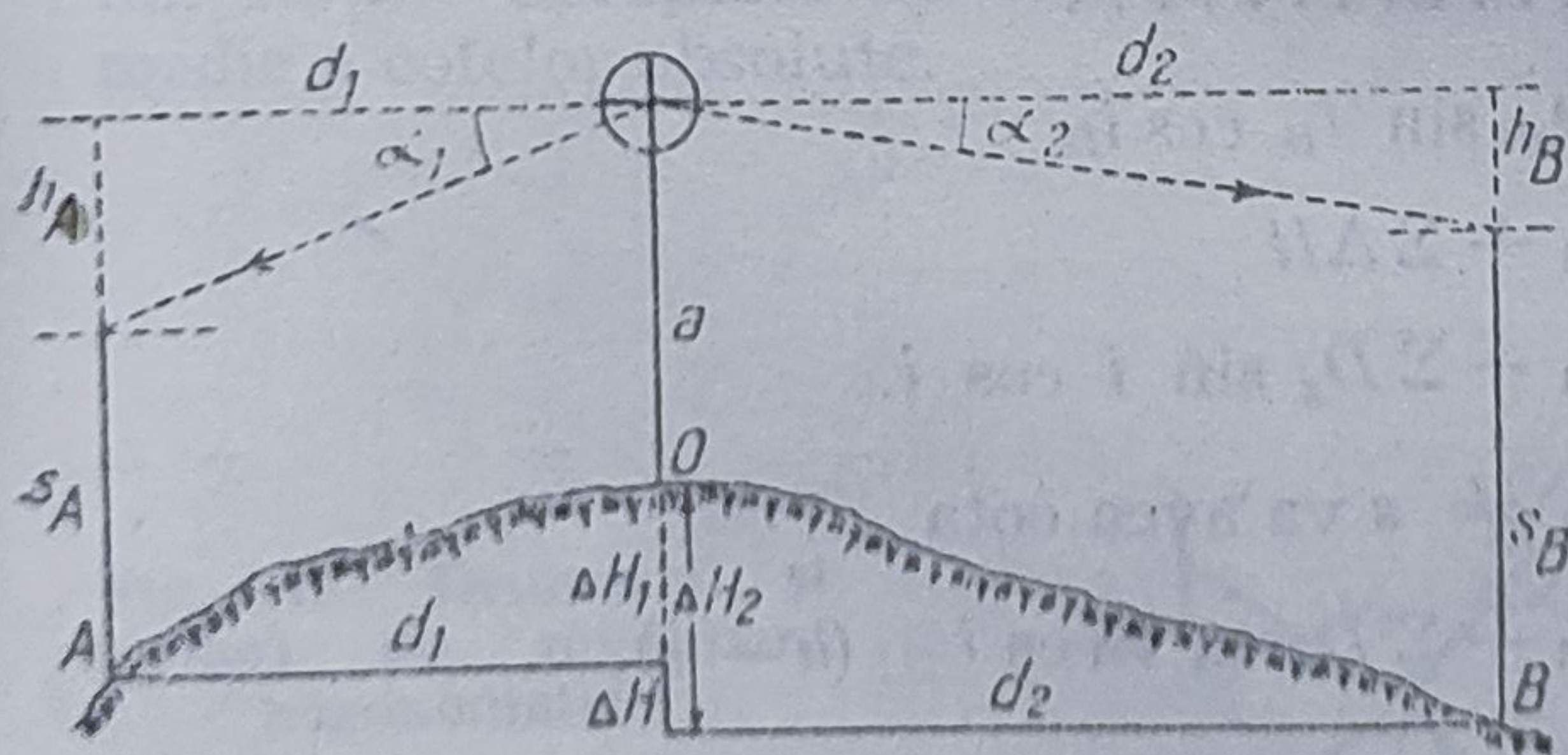


Fig. 237. Nivelmentul trigonometric de la mijloc.

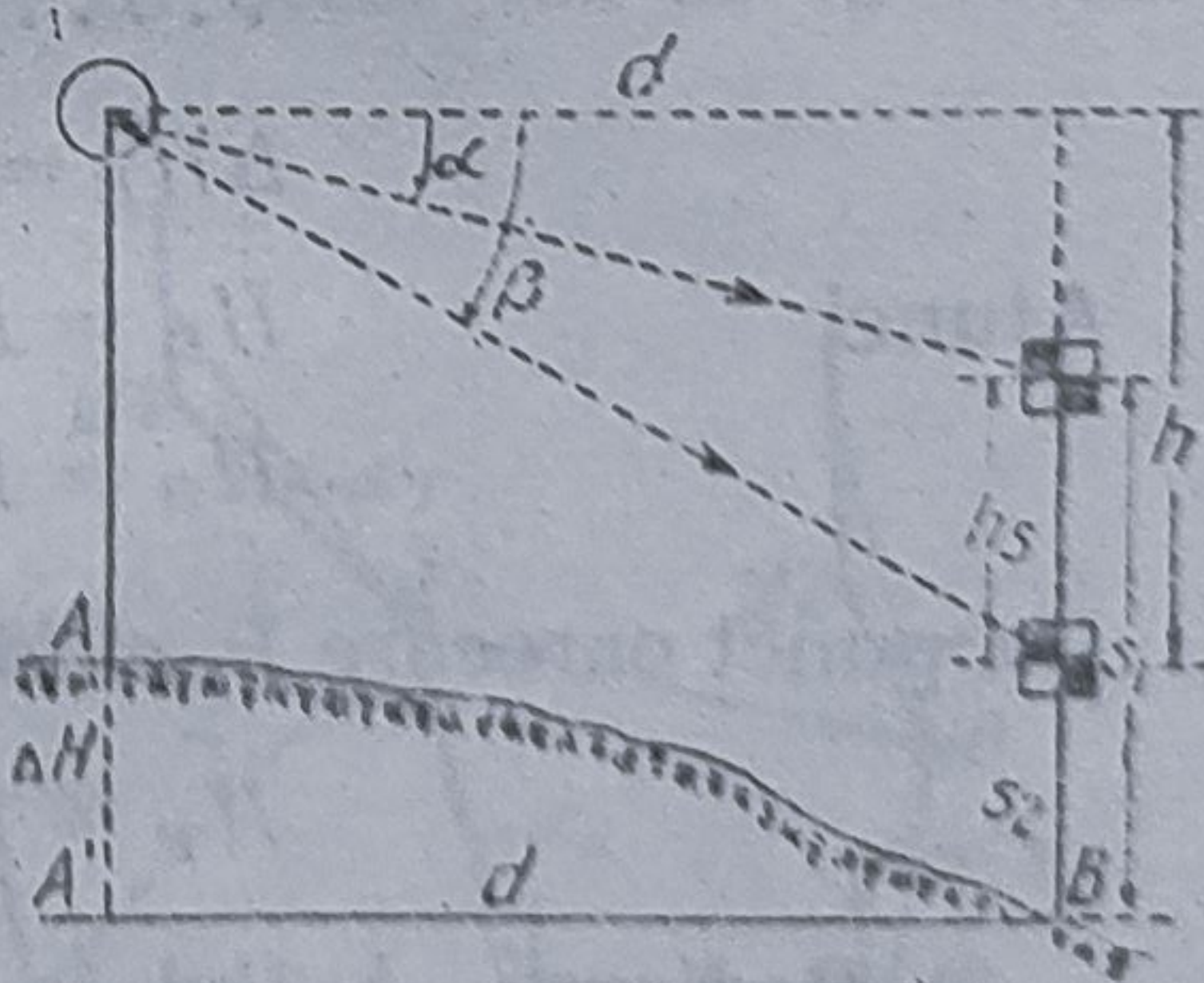


Fig. 238. Nivelmentul trigonometric cînd nu se cunoaște distanța.



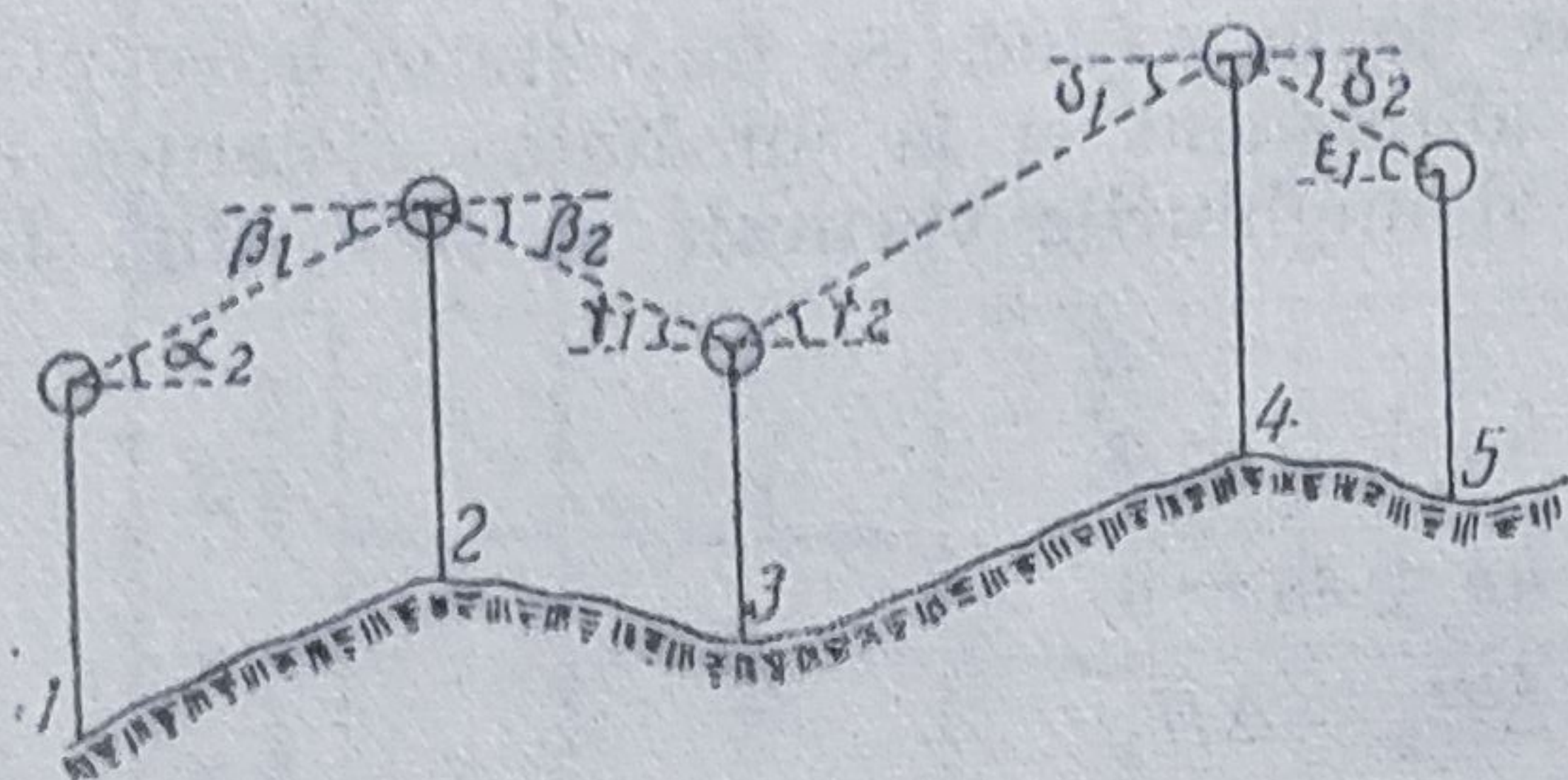


Fig. 239. Drumuire cu nivelment trigonometric.

Cotele punctelor se pot determina fie simultan cu operațiile de planimetrie, fie printr-o ridicare nivelitică separată.

1) **Metoda drumuirii.** Se procedează ca și la drumuirea planimetrică, instalând teodolitul în stații intermediare din care se măsoară distanțele între puncte și unghiul vertical sau unghiul de înclinare. Pentru ridicarea planimetrică a punctelor se cere în plus măsurarea unghiurilor orizontale (fig. 239).

În cazul executării concomitente, a planimetriei și altimetrice, diferențele de nivel se obțin printr-una din formulele cunoscute, în funcție de modul în care se măsoară distanțele.

Deoarece prin însăși metoda de lucru — drumuirea — sînt necesare vizări directe și inverse, și diferențele de nivel se vor calcula pe baza măsurărilor reciproce, luîndu-se valoarea medie a celor două rezultate.

Pentru controlul rezultatului, drumuirea se încheie pe un punct de cotă cunoscută.

Eroarea nivelitică de închidere permite compensarea drumuirii, ca și în cazul drumuirii planimetrice. Pentru un punct  $B$  al traseului de drumuire, cînd  $a=s$

$$H_B = H_A + \Delta H_1 + \Delta H_2 + \dots + \Delta H_B,$$

dar

$$\Delta H_1 = D_{s1} \sin i_1 \cos i_1;$$

$$\Delta H_2 = D_{s2} \sin i_2 \cos i_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Delta H_B = D_{sB} \sin i_B \cos i_B.$$

Atunci

$$H_B = H_A + \Sigma \Delta H$$

$$H_B = H_A + \Sigma D_s \sin i \cos i.$$

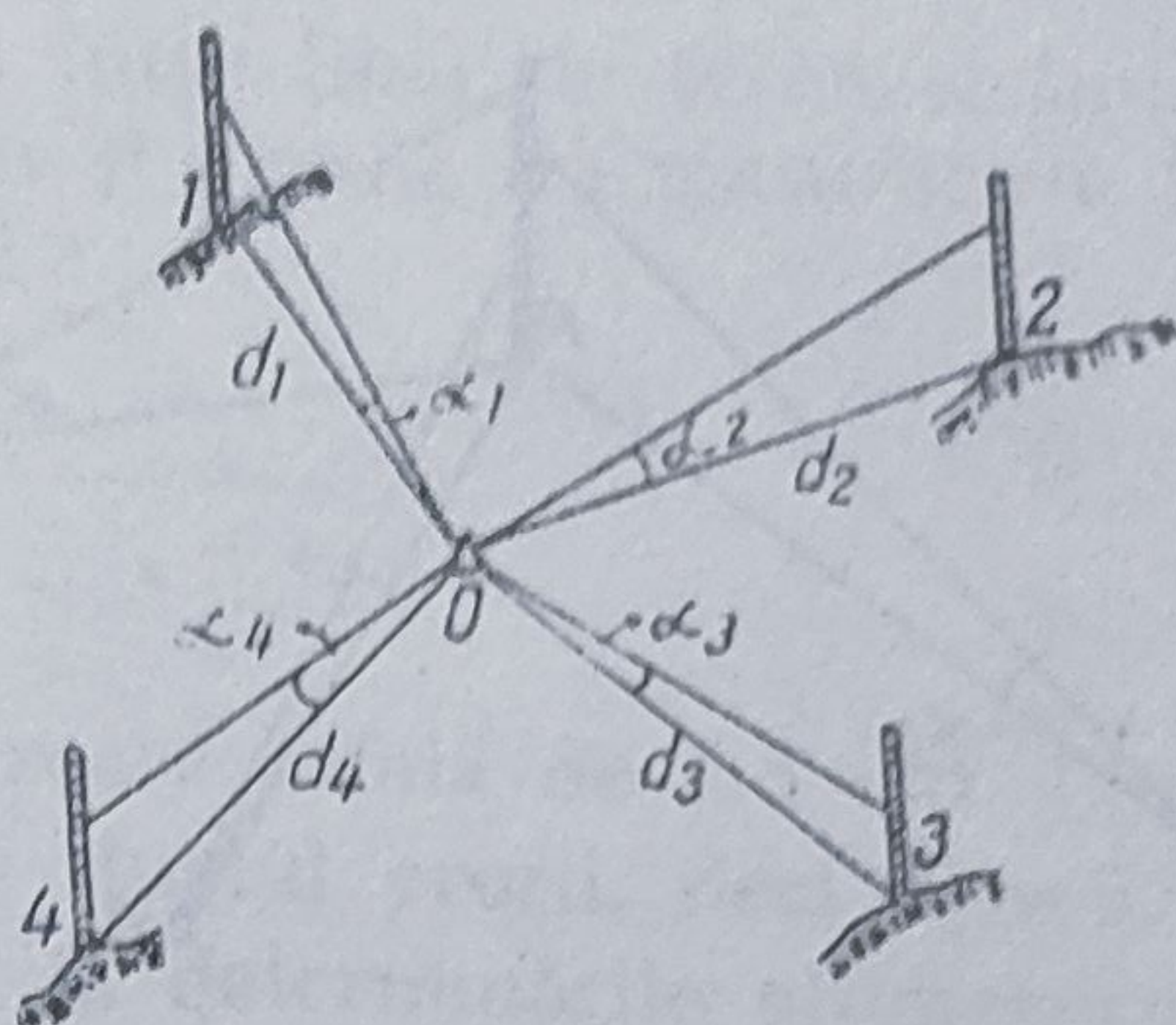
Un punct oarecare  $P$ , cînd  $a \neq s$  va avea cota

$$H_P = H_A + \Sigma D_s \sin i \cos i \pm (a - s).$$

2) **Radierea.** Avînd în teren un punct cunoscut din punct de vedere altimetric ( $O$ ), se pot determina cotele a oricîte puncte sînt necesare pentru reprezentarea reliefului unei regiuni restrînse, măsurînd distanțele la fiecare punct și unghiurile verticale sau unghiurile de în-



Fig. 240. Radiere cu nivelment trigonometric.



clinare în cazul vizării la înălțimea aparatului (fig. 240). Pentru definirea poziției punctului se măsoară și unghiurile orizontale, în cadrul unui tur de orizont.

Cota unui punct 1,  $H_1$ , este dată de relația :

$$H_1 = H_0 + \Delta H_1,$$

unde  $H_0$  este cota punctului de stație, iar  $\Delta H$ , diferența de nivel.

În cazul că distanța se măsoară stadimetric și se vizează la înălțimea aparatului,

$$\Delta H_1 = D_{s1} \sin i_1 \cos i_1,$$

deci

$$H_1 = H_0 + D_{s1} \sin i_1 \cos i_1.$$

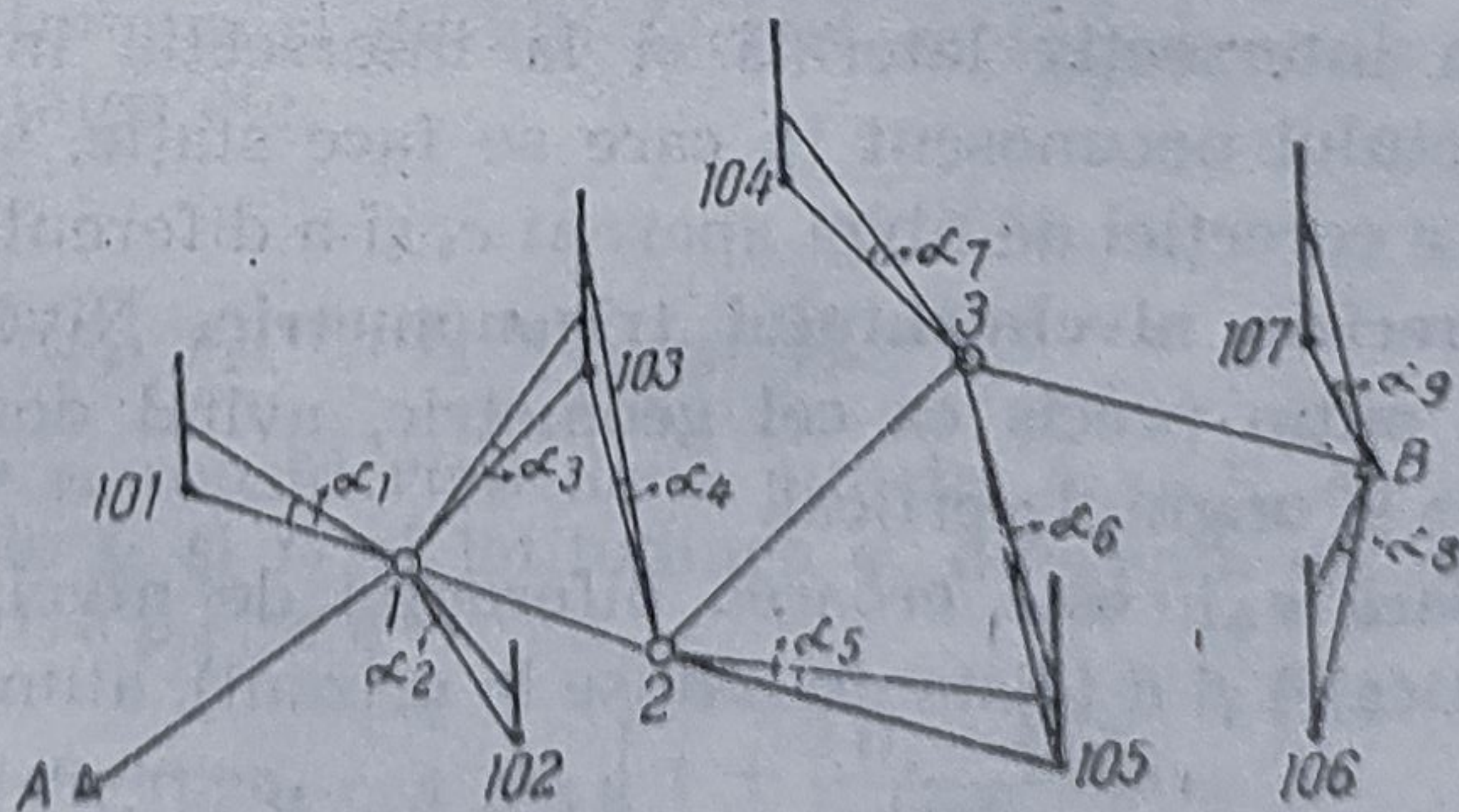
Pentru un punct oarecare  $P$ , cînd  $a \neq s$

$$H_p = H_0 + D_{sp} \sin i_p \cos i_p \pm (a - s).$$

3) **Drumuri și radieri de nivelment trigonometric.** Din stațiile de drumuire nivelitică se pot determina și cotele punctelor de detaliu, executînd în fiecare stație cîte un tur de orizont planimetric și altimetric. Cotele definitive ale punctelor radiate se calculează după compensarea drumuirii nivelitice.

Valorile cotelor se verifică prin vizări pe același punct de radiere și din stațiile apropiate de drumuri (fig. 241). În acest caz se ia valoarea medie a cotelor absolute.

Fig. 241. Drumuri și radieri de nivelment trigonometric.





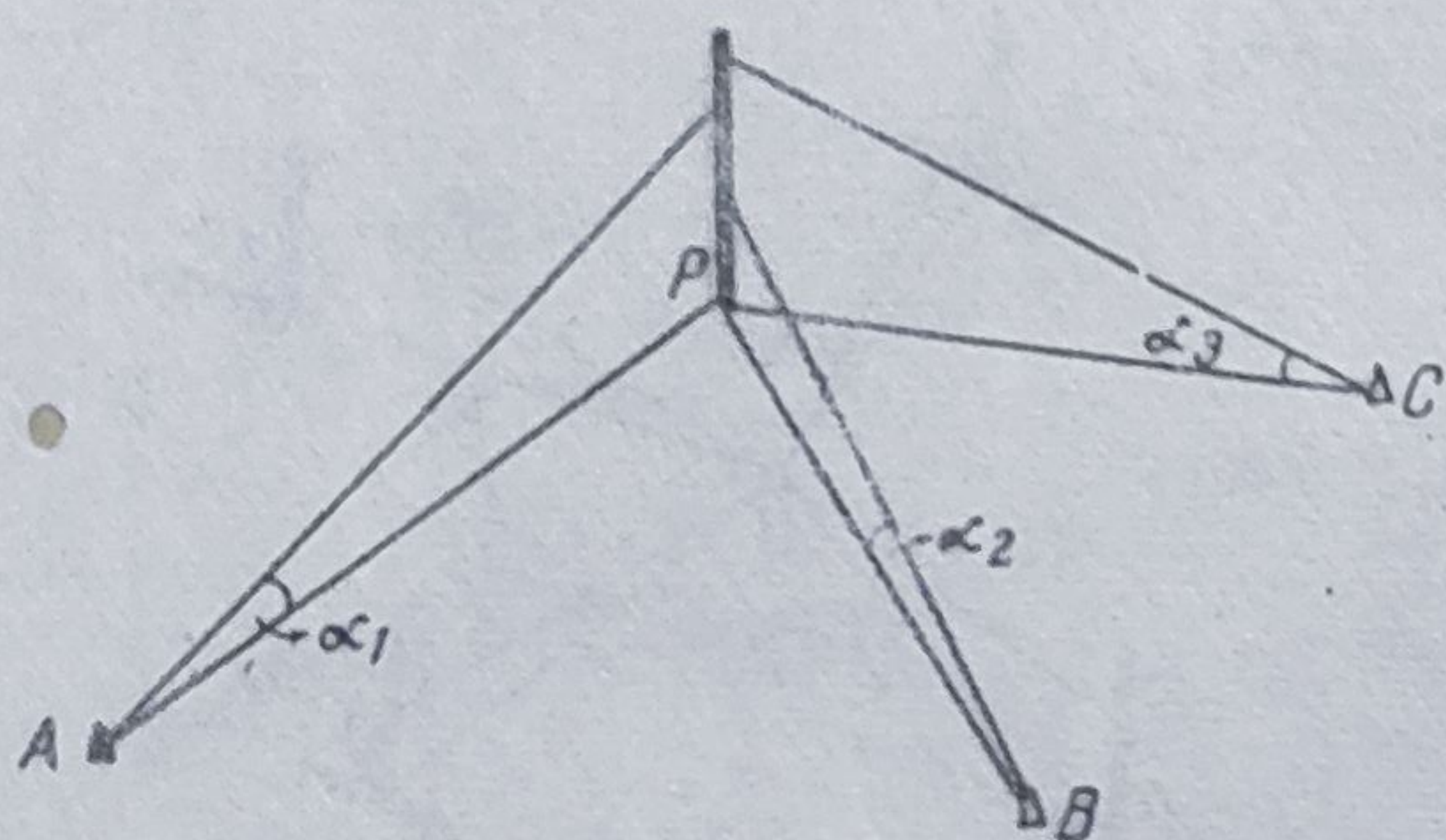


Fig. 242. Intersecție cu nivelment trigonometric.

4) **Intersecții nivelitice.** Fie  $P$  un punct necunoscut altimetric și punctele  $A, B, C$  de altitudine cunoscută (fig. 242). Simultan cu vizările pentru determinarea planimetrică a punctului necunoscut, din fiecare punct cunoscut se măsoară și unghiurile verticale, vizînd semnalul plasat în  $P$ . Din fiecare punct se determină o diferență de nivel pentru punctul  $P$  și cota absolută a acestuia, plecînd de la cotele absolute ale punctelor de stație. Distanțele se obțin grafic sau prin calcul (distanțe reduse la orizont).

Deoarece la intersecții vizările de obicei sînt lungi, este necesară aplicarea corecției de nivel aparent  $C_a = s' - r$ , întotdeauna adițională.

Vom avea astfel :

$$H'_p = H_A + d_1 \lg \alpha_1 \pm (a_1 - S_1) + c_{a1};$$

$$H''_p = H_B + d_2 \lg \alpha_2 \pm (a_2 - S_2) + c_{a2};$$

$$H'''_p = H_C + d_3 \lg \alpha_3 \pm (a_3 - S_3) + c_{a3}.$$

Cota absolută a punctului  $P$  va fi :

$$H_P = \frac{H'_p + H''_p + H'''_p}{3}.$$

La intersecția laterală și la intersecția inversă, pentru aflarea cotei punctului necunoscut în care se face stație, semnul diferențelor de nivel  $\Delta H$ , a corecției de nivel aparent  $c_a$  și a diferenței  $a - s$  se schimbă.

**Precizia nivelmentului trigonometric.** Nivelmentul trigonometric este mai puțin precis ca cel geometric, avînd două elemente de calcul, distanța și unghiul vertical.

Dacă  $e_{\Delta H}$  este eroarea diferenței de nivel, în funcția de  $\alpha$  (unghiuri verticale) și  $d$  (distanțe reduse la orizont), atunci

$$e_{\Delta H} = \pm \sqrt{e_r^2 + e_a^2}.$$



Cînd nu se poate asigura paralelismul între linia de teren și linia de vizare, deci cînd  $a \neq i$  sau  $a \neq s$ , intervin și erorile de măsurare a înălțimii aparatului  $a$  și a înălțimii semnalului  $s$ .

Atunci eroarea totală va fi :

$$E_{\Delta H} = \pm \sqrt{c_{\Delta H}^2 + c_a^2 + c_s^2}.$$

În practica topografică se admite o eroare totală de 2,5 cm.

Toleranța se consideră, în general, cît dublul erorii, deci  $T = 5$  cm.

Nivelmentul trigonometric se pretează la determinările altimetrice în terenurile accidentate, unde nivelmentul geometric nu poate asigura o precizie necesară. Această metodă de nivelment nu este legată de înclinarea terenului și nici de înălțimea semnalului (a mirei). Se cere însă numai cunoașterea înălțimii la care se vizează și înălțimea aparatului în stație.

Precizia determinărilor altimetrice prin nivelment trigonometric depinde în primul rînd de precizia cu care se măsoară unghiurile verticale.

## § 6. Nivelmentul barometric

Nivelmentul barometric se bazează pe variația presiunii în funcție de altitudine.

În consecință, denivelarea între două puncte  $A$  și  $B$  se deduce din diferența de presiune atmosferică dintre punctele considerate, măsurată simultan.

La această metodă de nivelment nu se măsoară distanțele; diferențele de nivel se obțin cu o precizie redusă, de aceea nu se utilizează decît în ridicările expeditivă și de recunoaștere.

Presiunea atmosferică scade pe măsură ce ne depărtăm de suprafața geoidului, unde este egală cu 760 mm. În afară de presiune, diferența de nivel mai este în funcție și de alți factori ca temperatura medie, latitudinea medie, umiditatea etc.

Putem scrie deci :

$$H = F(p_1, p_2, t_1, t_2, u_1, u_2, \varphi).$$

Cunoscînd această funcție și considerînd două puncte  $A$  și  $B$ , cu presiunile  $p_1$  și  $p_2$ , temperaturile  $t_1$  și  $t_2$  și latitudinea  $\varphi$ , diferența de nivel  $\Delta H$  este dată de formula lui Laplace :

$$\Delta H = 18336 \text{ m} (1 + 0,00265 \cos 2 \varphi) \left[ 1 + \frac{2(t_1 + t_2)}{1000} \right] \log \frac{p_1}{p_2}$$



sau de formula lui Babinet, simplificată pentru diferențe de nivel mijlocii și la latitudinea medie  $\varphi=45^\circ$ :

$$\Delta H = 16\,000 \text{ m} \left[ 1 + \frac{2(t_1 + t_2)}{1\,000} \right] \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}.$$

Diferențele de nivel  $\Delta H$  se obțin și cu ajutorul formulei:

$$\Delta H = k(p_2 - p_1),$$

unde  $k$  este un coeficient care se determină în funcție de presiunea medie  $p = \frac{p_1 + p_2}{2}$  și temperatura medie  $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ .

Valoarea coeficientului  $k$  este dată în tabela 11.

Tabela 11

Valorile coeficientului  $k$ 

$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$	$t = \frac{t_1 + t_2}{2}$	$-20^\circ$	$-10^\circ$	$0^\circ$	$+10^\circ$	$+20^\circ$	$+30^\circ$
780		9,49	9,86	10,24	10,62	10,99	11,37
770		9,62	10,00	10,38	10,76	11,14	11,50
760		9,74	10,13	10,52	10,91	11,29	11,68
750		9,87	10,26	10,65	11,04	11,43	11,82
740		10,00	10,40	10,80	11,20	11,59	11,16
730		10,15	10,55	10,95	11,35	11,75	12,16
720		10,29	10,69	11,10	11,51	11,91	12,32
710		10,43	10,84	11,25	11,55	12,08	12,49
700		10,58	11,00	11,42	11,84	12,26	12,68
690		10,74	11,16	11,58	12,00	12,43	12,85
680		10,89	11,32	11,75	12,19	12,61	13,04
670		11,05	11,49	11,93	12,37	12,81	13,24
660		11,23	11,67	12,11	12,55	13,00	13,44

*Exemplu.* În punctul A s-a măsurat  $p_1=720$  mm și  $t_1=15^\circ$  și în punctul B,  $p_2=740$  mm și  $t_2=25^\circ$ .

$$\text{Media } p = \frac{740 + 720}{2} = 730 \text{ mm și } t = \frac{15^\circ + 25^\circ}{2} = 20.$$

În tabelul coeficientului  $k$  găsim pentru  $p=730$  mm și  $t=20^\circ$   $k=11,75$ .



Atunci :

$$\Delta H = 11,75 (740 - 720);$$

$$\Delta H = 11,75 \cdot 20 = 235 \text{ m.}$$

**Instrumente.** Dintre instrumentele utilizate în nivelmentul barometric, specificăm câteva tipuri :

1) *Barometrul cu mercur*, cu cuvetă sau în formă de U, permite citirea cu precizie a presiunii atmosferice cu ajutorul unei scale cu vernier care poate da până la  $1/20$  dintr-un milimetru (fig. 243).

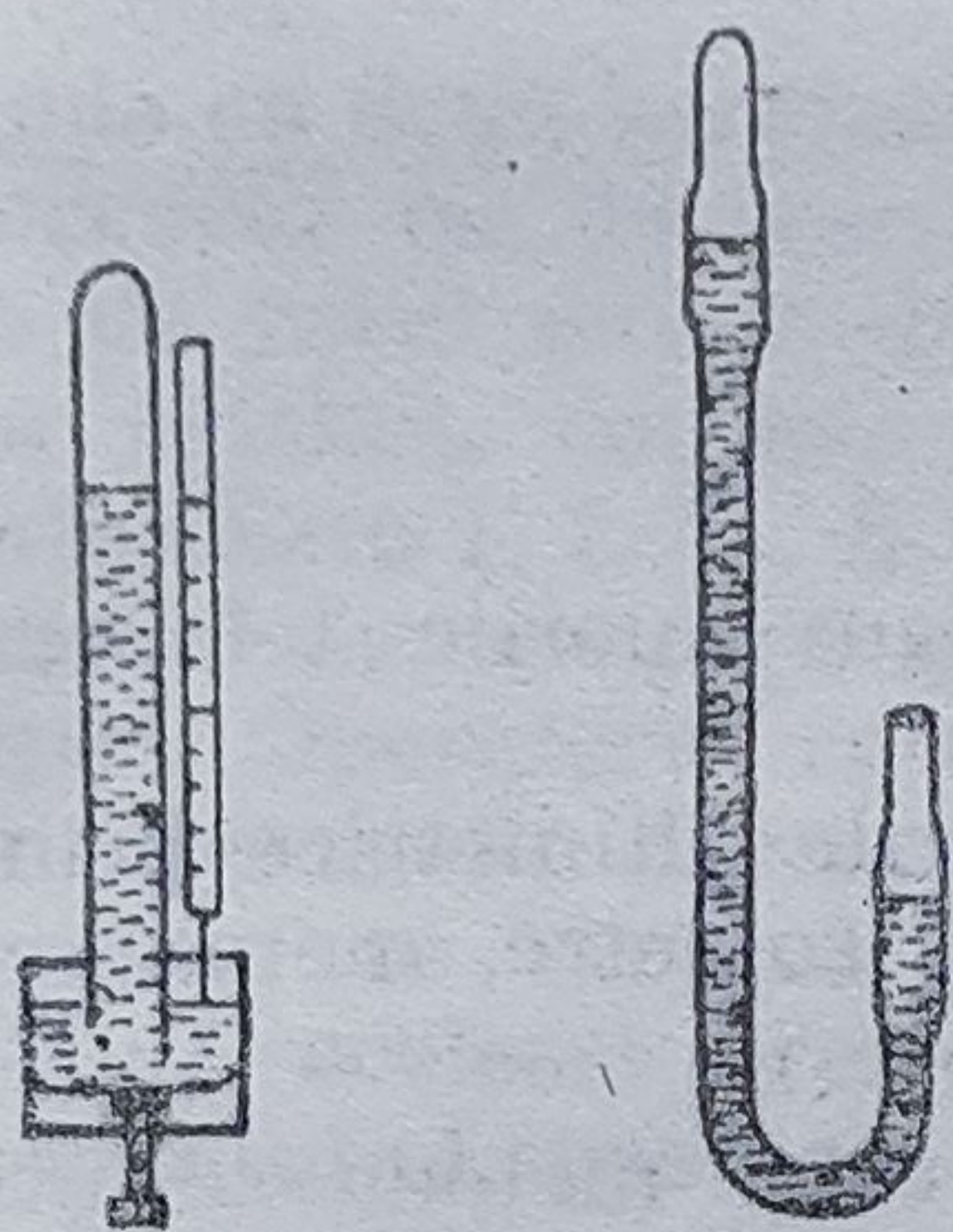
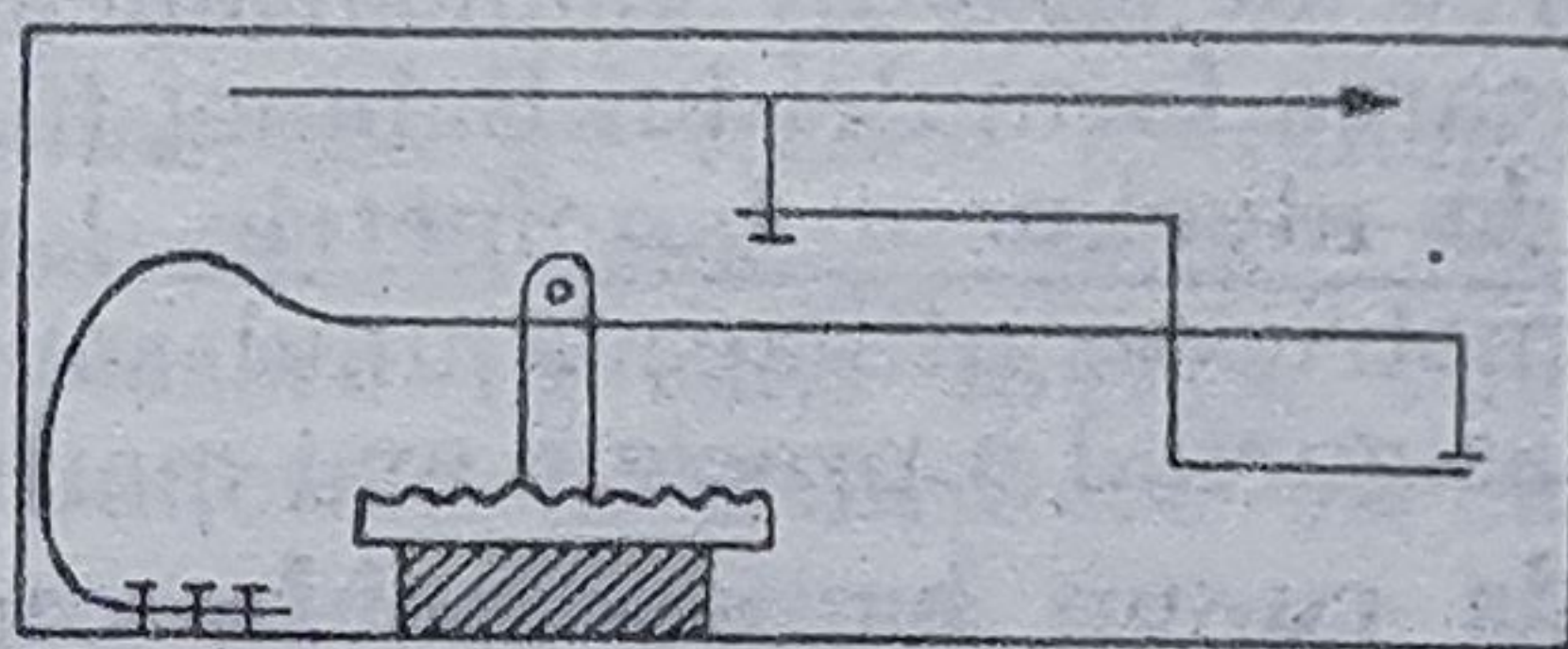


Fig. 243. Barometrul cu mercur.

Fig. 244. Barometrul aneroid.



2) *Barometrul aneroid*. Aneroidele, deși măsoară presiunea atmosferică cu o precizie mai mică decât barometrele cu mercur, se utilizează mai des în nivelmentul barometric. Presiunea atmosferică se măsoară prin variația volumului unui gaz închis într-o cutie metalică asupra căreia acționează presiunea (fig. 244).

Pereții barometrului aneroid sînt construiți din tablă ondulată pentru mărirea suprafeței de acțiune a aerului din atmosferă. Pe cadranul cutiei metalice, un index arată variația presiunii atmosferice. Gradațiile de pe cadranul aneroidului sînt construite după principiul gradațiilor barometrului cu mercur.

Unele aneroides sînt dotate cu o rozetă pe care sînt gravate gradații orometrice care indică direct cota punctului în comparație cu suprafața de nivel zero. Aceste instrumente, numite *altimetre*, sînt utilizate pe scară largă în cercetările geografice, geologice, în navigația aeriană, turism, armată etc. (fig. 245).

3) *Hipsometrul* se compune dintr-un termometru de precizie care se introduce într-un vas cu apă. Termometrul este gradat în jurul diviziunii  $100^{\circ}\text{C}$  și dă temperatura de fierbere a apei de  $0,01^{\circ}\text{C}$ , ce corespunde unei diferențe de nivel de 2,7 m. Cunoșcînd că temperatura de fierbere a apei scade cu presiunea, care este invers proporțională cu



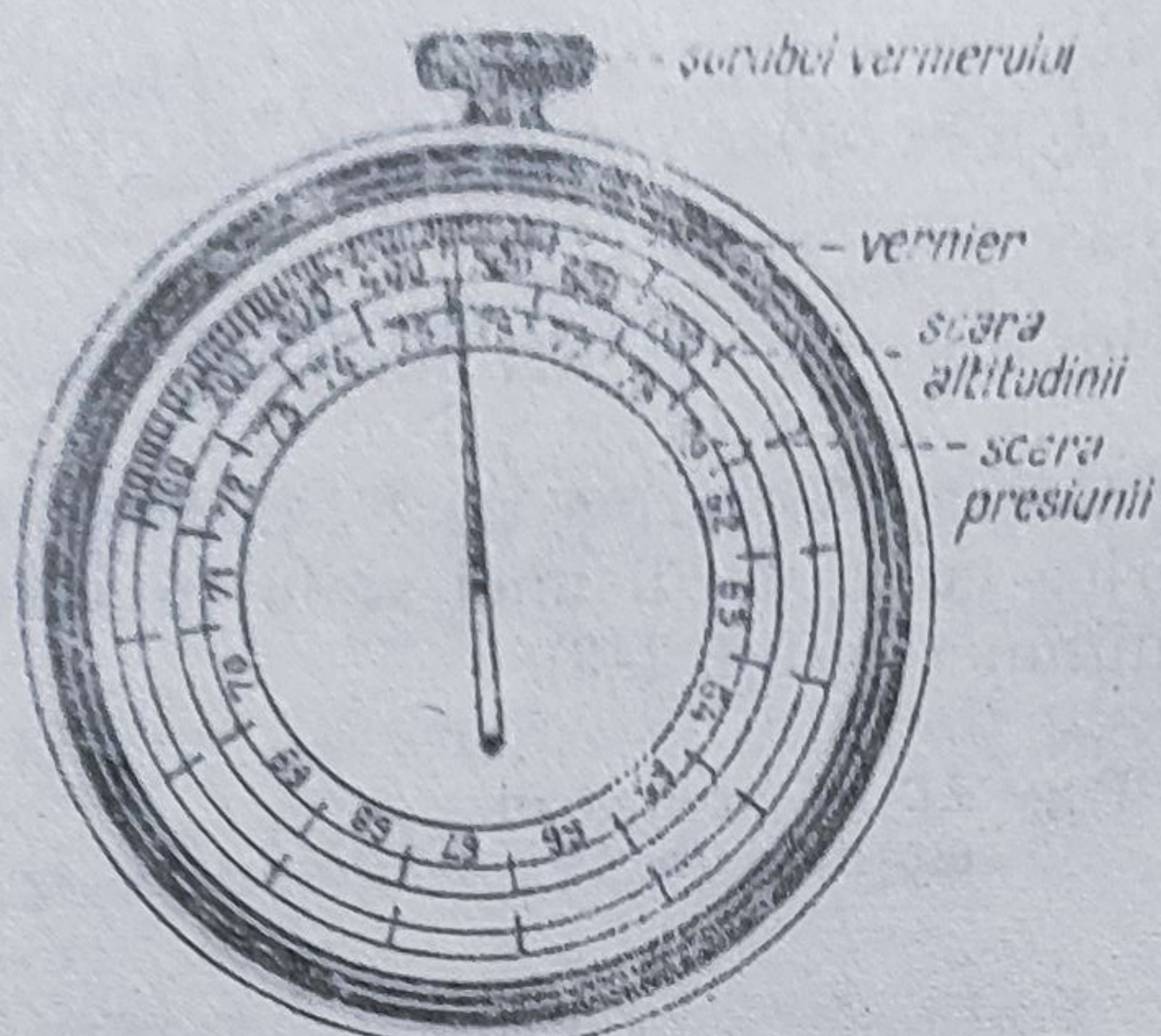


Fig. 245. Altimetrul.

altitudinea, s-au stabilit nomograme care dau valorile temperaturilor pentru aplicarea formulei lui Babinet (fig. 246).

**Metode de nivelment barometric.** La ridicările altimetrice prin nivelment barometric se utilizează unul sau două barometre, metoda cu două barometre asigurând o precizie mai mare.

a. **Metoda cu un barometru.** În cadrul acestei metode se utilizează procedeul curent și procedeul expeditiv.

1) **Procedeul curent.** Într-un punct cunoscut din punct de vedere altimetric, se instalează o garnitură de nivelment barometric constituită

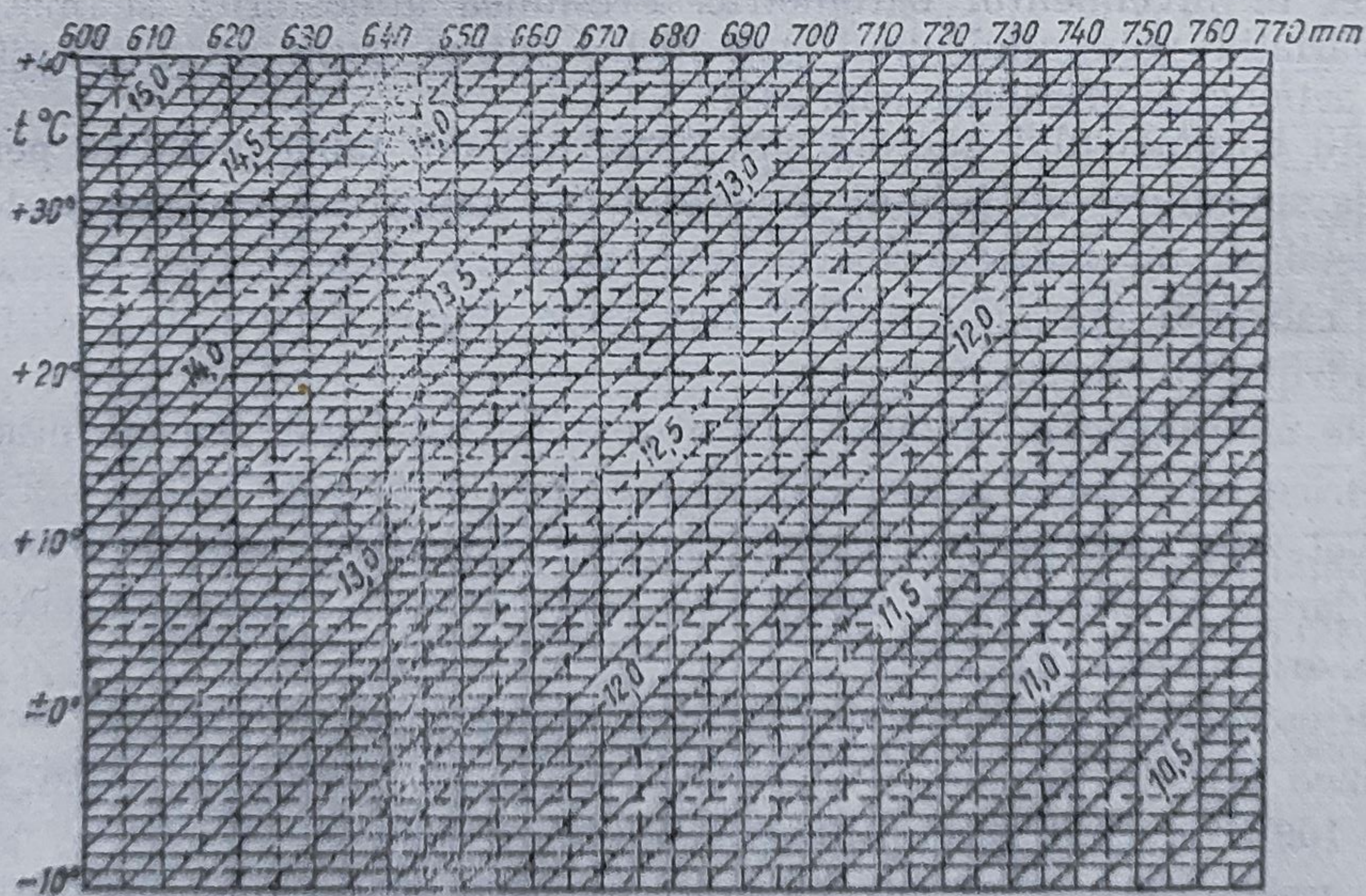


Fig. 246. Nomogramă de nivelment barometric.



dintr-un barometru, un termometru și un ceasornic. Se înregistrează presiunea  $p$ , temperatura  $t$  și ora  $h$ . Se trece apoi prin punctele a căror cotă se cere determinată și se citesc aceleași elemente. Închiderea se face pe un alt punct cunoscut sau pe punctul de plecare.

Valorile cotelor se determină în funcție de presiunile și temperaturile măsurate în punctele necunoscute.

2) *Procedeul expeditiv* se aplică la determinarea cotelor unor puncte 1, 2, 3... situate între două puncte  $A$  și  $B$ , cunoscute altimetric. Se măsoară numai presiunea în fiecare punct. Cotele punctelor intermediare se află prin interpolare, în funcție de presiunile și cotele punctelor cunoscute.

b. Metoda cu două barometre prevede două procedee :

1) *Procedeul cu un barometru fix și altul ambulant*. Dacă se cere diferența de nivel dintre două puncte  $A$  și  $B$ , un barometru va rămâne în  $A$ , iar celălalt, barometrul de câmp, se deplasează succesiv în stațiile intermediare 1, 2, 3...  $B$ .

În stația  $A$  se compară gradațiile celor două barometre, care trebuie să fie egale. Operatorul care se deplasează pe traseu marchează în carnetul de observații presiunile măsurate în fiecare punct intermediar.

Observațiile se verifică prin deplasare în sens invers, când trebuie să se obțină aceleași presiuni în punctele intermediare și când, ajungând în punctul  $A$ , gradația de pe aneroidul de câmp trebuie să coincidă cu aceea de pe aneroidul staționar.

$$\Delta H = k(p_2 - p_1).$$

2) *Procedeul cu două aneroide ambulante*. Presiunile se măsoară simultan în două puncte. Înainte de începerea operațiilor se compară gradațiile celor două barometre în punctul  $A$ .

Barometrul I determină presiunile în  $A, 2, 4 \dots$ , iar aneroidul II în punctele 1, 3, 5... Diferențele de indicații ale celor două barometre trebuie să fie constante ceea ce necesită un control periodic al acestora.

Închiderea se face pe un punct cunoscut sau se revine în punctul de plecare. Eroarea de închidere se compensează liniar.

**Compensarea nivelmentului.** Ca și la determinările planimetrice și la nivelment se aplică operația de compensare pentru eliminarea erorilor accidentale.

Compensarea nivelmentului se face în funcție de modul de executare a acestuia, astfel :

- compensarea poligonației nivelitice ;
- compensarea nivelmentului între puncte de cotă cunoscută :
- compensarea rețelelor nivelitice.

1) *Compensarea poligonației nivelitice*. După executarea unui nivelment între punctele  $A$  și  $B$  (puncte de triangulație de un ordin oarecare), se calculează diferența de nivel  $\Delta H$ .

Cele două puncte fiind depărtate (după ordinul triangulației respective), se aleg o serie de puncte intermediare 1, 2... Cotele punctelor extreme nu se cunosc. În acest caz, nivelmentul se execută dus



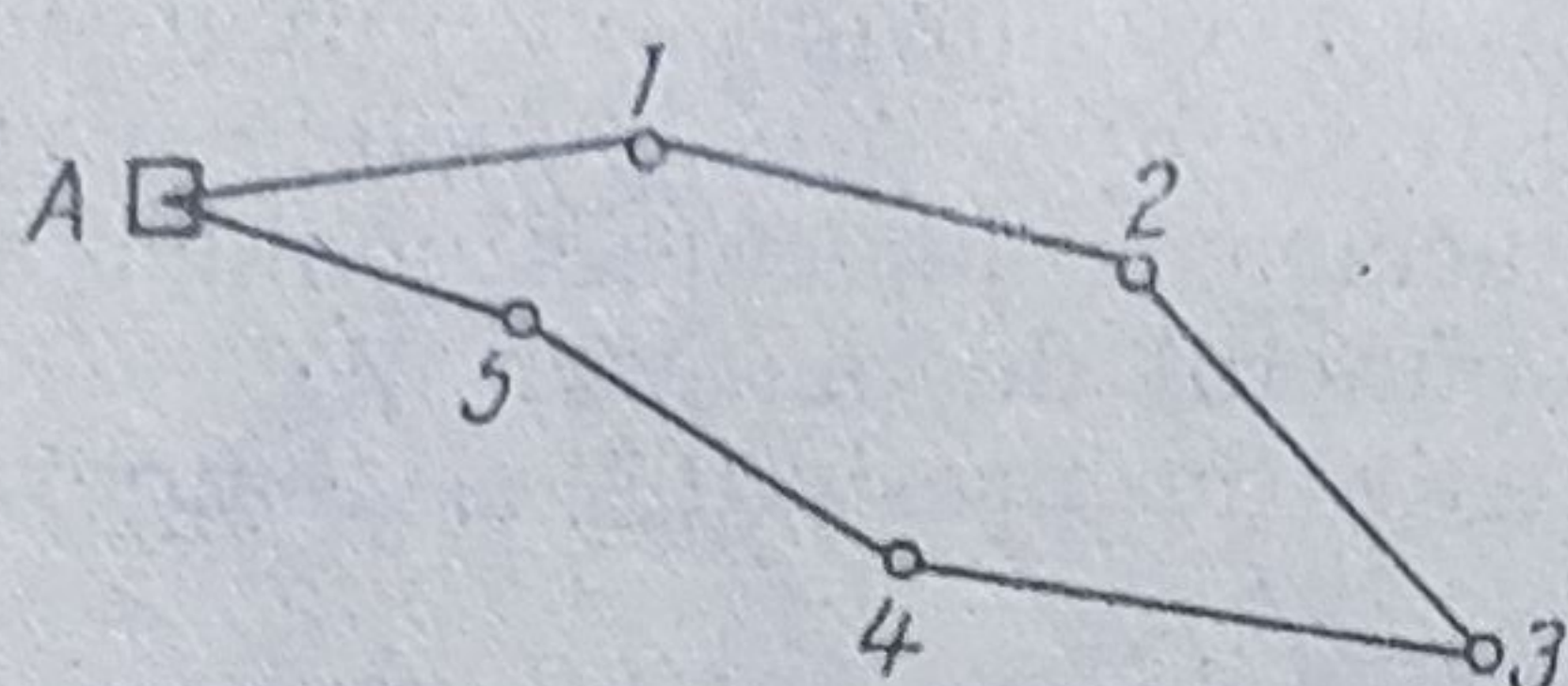


Fig. 247. Închiderea nivelmentului pe traseu diferit.

și întors (de la A la B și de la B la A), fie pe același traseu, staționând în aceleași puncte, fie pe traseu diferit (fig. 247). Dacă la dus am găsit diferența de nivel dintre A și B,  $\Delta H'$ , iar între B și A,  $\Delta H''$ , diferența de nivel cea mai probabilă este :

$$\Delta H = \frac{\Delta H' + \Delta H''}{2}.$$

Se cere însă condiția ca diferența dintre  $\Delta H'$  și  $\Delta H''$  ( $e_{\Delta H}$  = eroarea nivelitică) să nu depășească toleranța admisă pentru categoria respectivă de nivelment.

Pentru determinarea diferențelor de nivel ale punctelor intermediare față de planul de comparație care trece printr-una din extremitățile traseului, se ia media valorilor obținute la dus și la întors. În cazul că nivelmentul, la înapoiere, trece prin aceleași puncte de stație.

Cînd  $e_{\Delta H} = \Delta H' - \Delta H''$  depășește toleranța admisă, operațiile de nivelment se repetă.

2) *Compensarea nivelmentului între puncte de cotă cunoscută.* Cunoșcînd cotele absolute ale punctelor extreme ale unui traseu nivelitic  $H_A$  și  $H_B$  și cerîndu-se cotele punctelor intermediare  $H_1, H_2, H_3 \dots H_{B-1}$  prin nivelment geometric sau trigonometric se calculează succesiv diferențele de nivel ale acestor puncte.

Avînd diferențele de nivel calculate pentru fiecare punct intermediar, ar trebui ca :

$$H_B = H_A + \Delta H_1 + \Delta H_2 + \dots + \Delta H_B.$$

În realitate, datorită erorilor care intervin în executarea nivelmentului, se obține  $H'_B$ , o valoare care depășește sau este mai mică decît  $H_B$ , în cadrul toleranței admise. Eroarea va fi :

$$e_{\Delta H} = H_B - H'_B.$$

Considerînd distanțele de la A la B ca sumă a lungimilor panourilor, corecția ce trebuie aplicată este similară celei de la compensarea paralelă proporțională de la drumuire, adică :

$$C_{\Delta H} = \frac{e_{\Delta H}}{D} \cdot d.$$



Semnul corecției va fi + sau —, după cum  $H'_B$  este mai mic sau mai mare ca  $H_B$ .

3) *Compensarea rețelelor nivelitice.* În cazul rețelelor nivelitice, formate din mai multe drumuri (poligonații) nivelitice, compensarea se face aplicând operațiile de compensare asupra fiecărei poligonații.

Drumuirea nivelitică, prin care se determină cotele vîrfurilor trian-gulațiilor de diferite ordine sau cotele punctelor intermediare, nu poate fi luată ca bază în operațiile ulterioare de nivelment fără compensarea ei prealabilă, deoarece de cotele punctelor determinate depind toate celelalte puncte ce constituie rețeaua nivelitică a unui plan sau a unei hărți.



## Ridicarea suprafețelor de teren

### § 1. Metodele generale de ridicare

Metodele generale de ridicare au ca scop coordonarea tuturor procedurilor de ridicare, în așa fel ca să se obțină cât mai ușor un număr suficient de puncte pentru definirea planimetrică a oricărei linii din teren și definirea altimetrică a oricărei forme de relief.

Metodele generale de ridicare stabilesc etapele principale de desfășurare a operațiilor din teren, respectiv mersul normal al unei ridicări topografice complete. Acestea sînt :

- proiectul lucrării ;
- recunoașterea generală a terenului ;
- ridicarea canevasului punctelor de bază (canevasul de ansamblu) ;
- ridicarea canevasului de detaliu ;
- ridicarea detaliilor.

### § 2. Proiectul lucrării

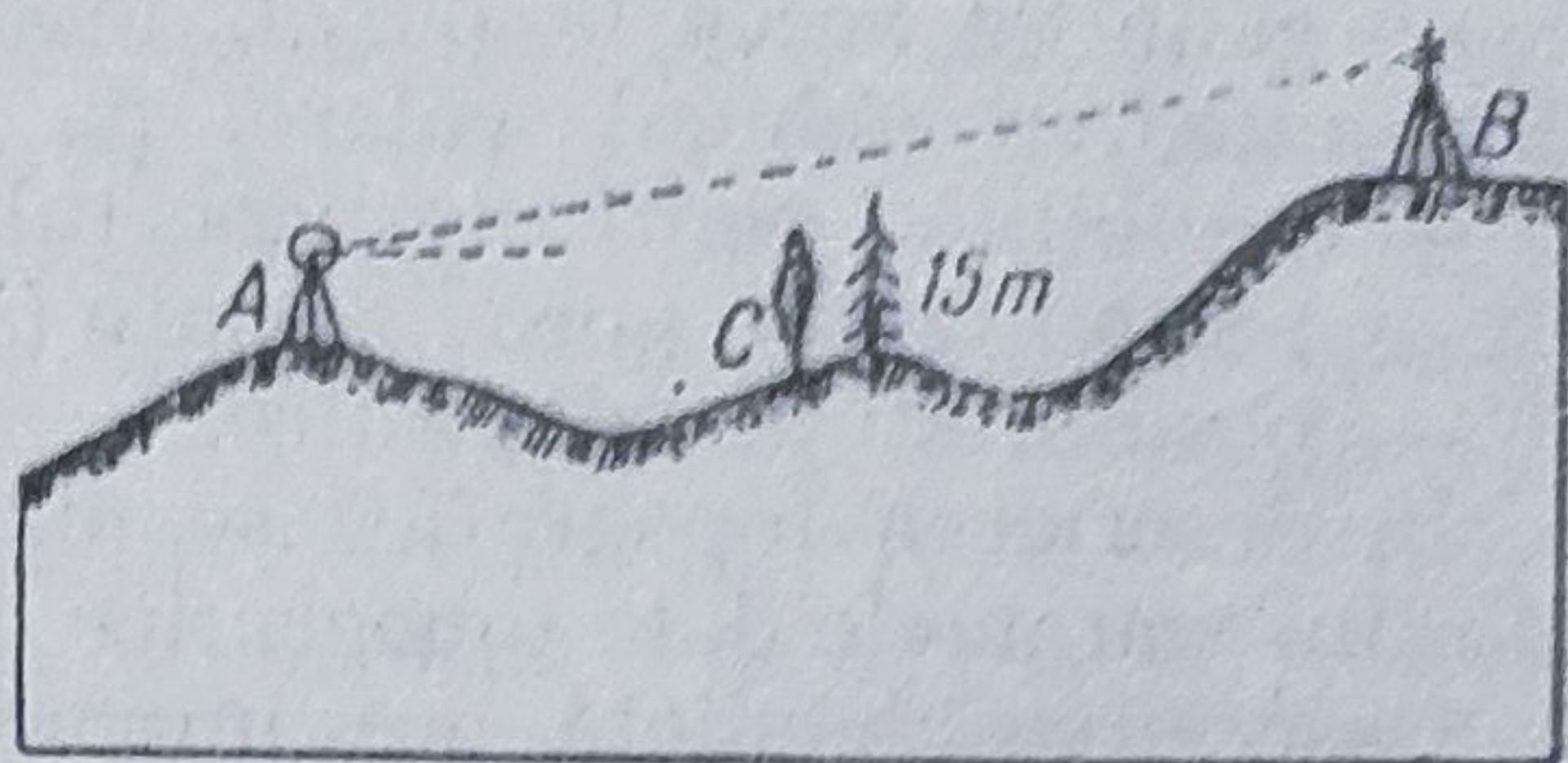
În cadrul primei etape a unei ridicări se stabilește scara de proporție, sistemul de reprezentare plană și punctele necesare de triangulație care urmează să fie folosite în ridicările ulterioare.

În acest scop, pe un document cartografic prealabil, se studiază posibilitățile de vizibilitate din fiecare punct înainte de a face verificarea în teren. În consecință, trebuie să se țină cont de cotele punctelor înscrise pe hartă, precum și de relieful sau accidentele terenului ce intervin în lungul unei direcții ce trece prin două puncte.

Pentru distanțe care depășesc 5 km trebuie să se aibă în vedere și sfericitatea și refracția atmosferică.



Fig. 248. Verificarea vizibilității.



Practic, se execută un profil grafic între punctele A și B, pentru a controla dacă vizarea între A și B peste C este liberă (fig. 248).

Urmărind harta, ne putem da seama, după cota punctului C, dacă acest punct acoperă vizarea AB. Dacă în jurul punctului C terenul este împădurit, va trebui să se adauge, peste cota în metri, încă 15 m înălțimea medie a arborilor.

Dacă înălțimea punctului C interceptează vizarea AB, va trebui fie să se aleagă o cotă superioară celei din A sau B, fie să se construiască semnale care să depășească cota punctului C ( $s > 15$  m).

În afară de punctele geodezice, se stabilește pe hartă și poziția bazei de triangulație, care trebuie aleasă într-un teren cât se poate de plan și orizontal, fără accidente sau obstacole.

În determinarea bazei de triangulație se urmărește ca aceasta să coincidă cu o latură a triangulației, ceea ce la triangulațiile de ordinul I și II nu se poate realiza (au laturi prea lungi); de aceea, pe hartă se alege baza într-un teren șes, apoi se amplifică pînă se ajunge la valoarea unei laturi a triangulației respective.

După stabilirea rețelei de ordinul I se trece la fixarea rețelelor de ordinul II și III, avînd în vedere întotdeauna succesiunea operațiilor de triangulație și legăturile ce există între diferitele puncte din rețea.

### § 3. Recunoașterea terenului

Proiectul întocmit pe hartă trebuie confruntat cu terenul și verificat punct cu punct, atît în ceea ce privește situația punctelor, cît și posibilitățile de vizibilitate.

În timpul recunoașterii terenului se întocmește o schiță a punctelor împreună cu descrierea topografică a fiecărui punct, în care se înserează :

- numele și ordinul punctului, exemplu : Vîrful Omul (I), Dealul Feleac (III) etc. ;
- județul și comuna pe teritoriul căruia se află ;



- căile de acces la punct, modalități de deplasare spre punct: mijloc auto, cu vehicul, călare, pe jos, după caz, timpul de deplasare;
- posibilități pentru transportul materialelor;
- posibilități de aprovizionare (alimente, apă);
- posibilități de adăpostire.

În descrierea topografică se mai dau și unele detalii asupra locurilor din jur sau unele date topografice caracteristice.

Descrierea detaliată are importanță pentru lucrările ulterioare, când semnalele geodezice și topografice care marchează punctele din teren pot fi distruse (accidente, intemperii) și când operatorii care nu cunosc regiunea pot identifica punctele după descriere.

Mai ales triangulațiile de ordinul I și II trebuie să fie executate de cei mai buni operatori, întrucât o greșeală comisă la aceste operații compromite întreaga lucrare.

În timpul operațiilor de ridicare trebuie să se țină cont și de condițiile atmosferice, care pot îngreua mersul lucrării (împiedică vizările la distanțe mari).

Când nu se pot stabili legături de vedere între puncte, se folosesc semnale solare — *heliotrope* — care se instalează în punctele ce nu se văd din stație.

Un heliotrop este constituit dintr-o lunetă și o oglindă care reflectă fasciculul de raze luminoase ce poate fi condus către stația unde se află aparatul, ca să poată viza.

În timpul recunoașterii terenului se efectuează marcarea și semnalizarea punctelor permanente, geodezice și topografice (IV).

#### § 4. Ridicarea canevasului de ansamblu

Canevasul de ansamblu poate fi ridicat prin triangulație, intersecții și drumuire.

a. **Triangulația** se aplică în mod curent pentru formarea canevasului unei ridicări independente și de mare întindere, în terenurile neacoperite și accidentate.

Lungimile laturilor variază, după ordin, între 500 m și 50 km.

Înlănțuirea operațiilor se dispune în așa fel, ca să existe un număr cât mai mic de triunghiuri bazate unul pe altul.

Pentru nivelment se utilizează cel trigonometric; când se cere o precizie mai mare, se poate folosi drumuirea de nivelment geometric sau trigonometric.

b. **Intersecțiile** se utilizează când ridicarea se bazează pe o rețea geodezică prea puțin densă pentru a putea forma canevasul de sprijin.

Rețeaua se completează prin puncte determinate printr-o metodă de intersecție. Se poate folosi modul goniometric susceptibil de vizări



mari, dacă se dispune de instrumentele necesare. Metodele de intersecție se verifică întotdeauna prin vizarea a treia (intersecția directă și semidirectă) și vizarea a patra (intersecția inversă).

Rezolvarea intersecției se face grafic sau prin calcul, aplicînd, dacă este cazul, metoda punctului apropiat.

Planșeta se utilizează numai cînd dă precizia cerută.

c. **Drumuirea.** Cînd terenul este puțin accidentat și acoperit de vegetație, se utilizează, la determinarea canevasului de ansamblu, metoda drumuirii (în cazul completării unei rețele geodezice insuficiente sau pentru formarea unei rețele independente).

Drumuirea prezintă avantajul că permite utilizarea nivelmentului trigonometric cu laturi scurte sau a nivelmentului geometric simultan cu determinarea planimetrică, nefiind necesare două canevasse distincte, pentru planimetrie și pentru nivelment.

Modul de drumuire se aplică în funcție de teren: dacă permite laturi lungi, se utilizează modul goniometric, iar cînd terenul impune laturi scurte, modul declinat.

### § 5. Ridicarea canevasului de detaliu

Pentru determinarea canevasului de detaliu se utilizează drumuirea și intersecția.

a. **Drumuirea** este metoda principală pentru fixarea punctelor canevasului de detaliu, deoarece, datorită calității sale, permite determinarea punctelor acolo unde acestea sînt necesare pentru ridicarea detaliilor terenului. Pe de altă parte, această metodă este rapidă și precisă, dînd puncte care servesc ca centre de determinări.

Lungimile liniilor poligonale au, în general, valori mici; acestea leagă două puncte ale canevasului de ansamblu și rareori sînt închise (de cele mai multe ori sînt deschise).

Laturile sînt inegale și pot avea înclinări mari.

Se disting drumuiri principale și drumuiri secundare.

1) *Drumuirile principale* unesc două puncte ale canevasului de ansamblu (fig. 249); 1, 2, 3...

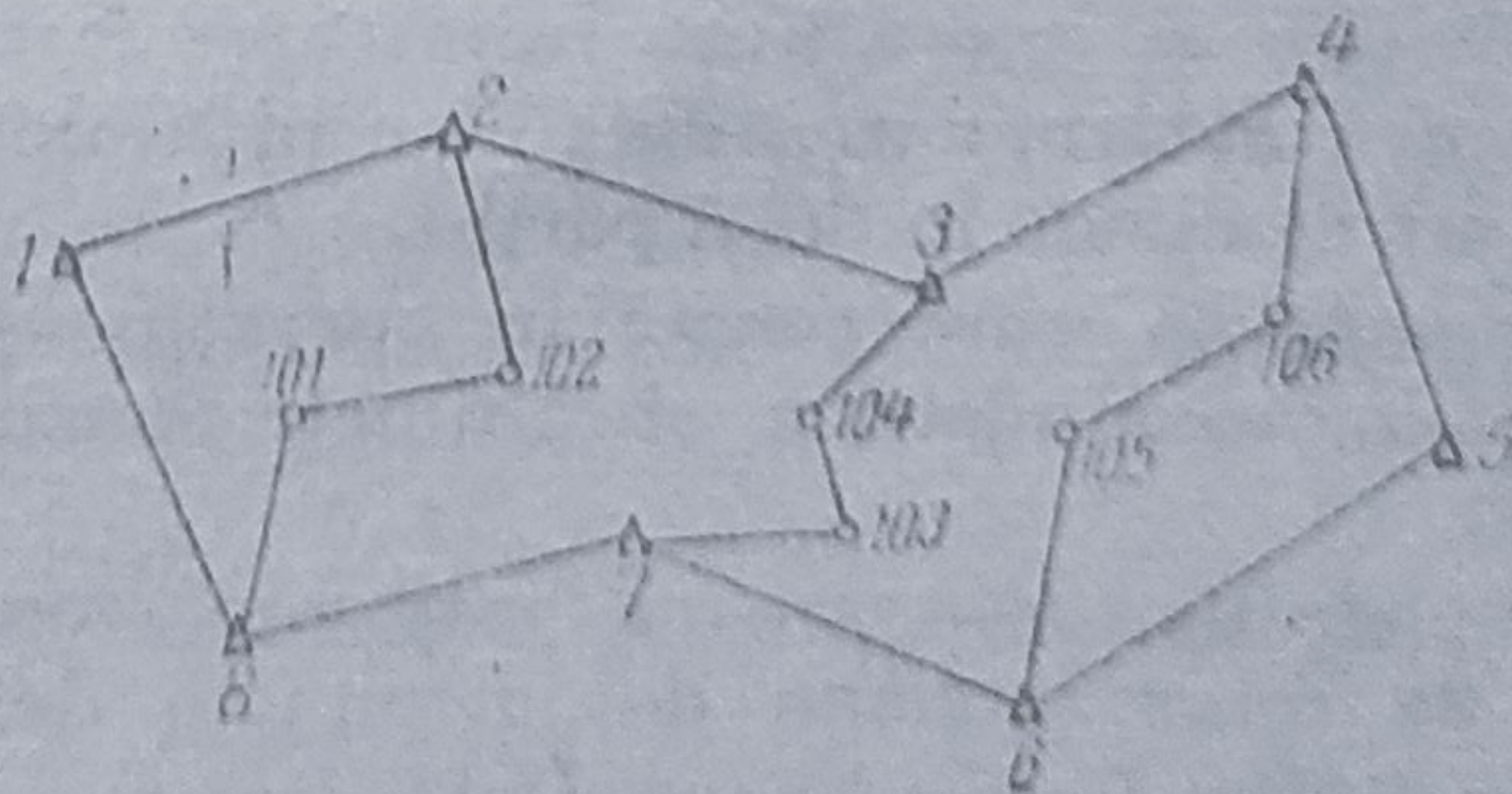


Fig. 249. Drumuiri principale și drumuiri secundare.



2) *Drumuirile secundare* leagă punctele determinate prin drumuri principale : 101, 102, 103 ...

Pentru executarea drumuirilor se alege modul goniometric sau declinat, în funcție de scară. Pentru obținerea planurilor la scară mare se folosește modul goniometric, la care distanțele se măsoară cu panglica ; pentru scări medii se utilizează modul declinat, cu stații din două în două puncte (stații sărite).

Construcția drumuirii poate fi grafică sau prin calcul.

Concomitent cu efectuarea planimetrică a drumuirii, se poate folosi și nivelmentul trigonometric, care este suficient de precis pentru astfel de determinări. Dacă se cere o precizie mai mare, se aplică nivelmentul geometric.

b. **Metodele de intersecție** se folosesc pe măsură ce scara devine din ce în ce mai mică.

Dacă s-ar folosi drumuirea la planurile cu scară mică, ar fi necesară măsurarea unor laturi poligonale lungi. De aceea, numărul laturilor drumuirii se micșorează din ce în ce mai mult (2—3 laturi, care se desfășoară între două puncte determinate prin metode de intersecție).

Până la urmă drumuirea se elimină complet, aplicându-se numai metodele de intersecție.

Dintre acestea, în mod curent se utilizează intersecția inversă, care permite determinarea unor puncte necunoscute în zonele unde acestea lipsesc, puncte care ulterior vor fi folosite la ridicarea detaliilor terenului.

Ca mod de lucru, se aplică cel declinat ; dacă vizările sînt mai lungi, modul goniometric.

Pentru ridicările la scară mică se poate utiliza și planșeta.

Ca metodă de nivelment, se aplică cel trigonometric, avîndu-se în vedere și corecțiile de sfericitate și refracție atmosferică (corecția de nivel aparent). În cazul mai multor determinări nivelitice, se consideră media aritmetică sau media ponderată a acestora.

## § 6. Ridicarea detaliilor terenului

Pentru determinarea detaliilor planimetrice și altimetrice, lucrarea de ridicare se divide în două părți :

**Topometria**, care constă în operațiile geometrice de măsurare a elementelor planimetrice și altimetrice ale unui număr de puncte din teren.

**Topografia**, care are ca scop reprezentarea planimetrii și a formelor de relief, plecînd de la puncte determinate geometric, prin mijloace grafice (desen topografic).



Datele topometrice se trec într-un carnet de observații, iar desenul topografic se realizează fie printr-o schiță cotată, fie prin ridicare la planșetă.

Schița cotată se obține prin măsurarea unghiurilor și a distanțelor cu ajutorul unui tahimetru; datele geometrice se trec în carnet, iar pe o filă a acestuia se fixează aproximativ poziția punctelor de bază, a punctelor de detaliu, precum și conturul unor suprafețe mici; grădini, curți, lacuri, păduri etc. Dimensiunile acestora se măsoară cu tahimetrul, dar și cu pasul sau din vedere, trecându-se pe schiță valoarea lor.

În echipa topografică, formată dintr-un șef, un operator și două ajutoare, șeful echipei se deplasează pe teren, fixează stațiile de miră pentru ajutoare și desenează detaliile pe schiță, iar operatorul execută măsurătorile la tahimetru și notează datele geometrice în carnet.

**Ridicarea la planșetă.** Aceasta, servind și ca goniograf și ca masă de desen, permite să se traseze direcțiile, să se măsoare distanțele și să se poată desena detaliile. Ridicarea la planșetă este un procedeu mai precis și mai rapid decât cel precedent.

Planimetria și nivelmentul se execută concomitent.

a. **Ridicarea detaliilor planimetrice.** Pentru determinarea detaliilor planimetrice se poate alege oricare metodă, cu excepția triangulației; dintre acestea, o metodă se consideră principală, în funcție de scara adoptată și de instrumentul utilizat, iar celelalte servesc pentru verificare sau se utilizează în cazuri speciale.

Din punctul de vedere al scării, dacă se alege o scară mare (terenuri cu dimensiuni reduse), se utilizează metodele care necesită numai măsurători de distanțe: intersecția liniară, metoda echerică și metoda aliniamentelor; la scară mică, metodele de intersecție care nu necesită măsurători de distanțe sînt cele mai adecvate pentru determinarea detaliilor planimetrice; drumuirea și radierea, unde distanțele se măsoară stadimetric sau cu panglica, se aplică la toate scările.

Din punct de vedere instrumental, unele metode care cer instrumente simple se aplică pe o scară largă, de exemplu metoda aliniamentelor cu abscise și ordinate, care necesită o panglică și un echer (busolă).

Celelalte metode, ca intersecțiile, drumuirea și radierea, impun folosirea unui goniograf (planșetă cu alidadă cu lunetă stadimetrică), a unui tahimetru sau, în cel mai simplu caz, a unei busole și a unei rulete.

1) Metodele care necesită numai măsurători de distanțe — metoda cu metrul și metoda echerică — cer inițial stabilirea pe o schiță a aliniamentelor de măsurat, fie diagonale pentru metoda cu metrul, fie magistrale pentru metoda echerică (aliniamente cu abscise și ordinate), care se determină cu un echer arpentor, echer cu oglinzi sau prisme, sau din vedere.

În teren se măsoară toate aliniamentele și se desenează pe schiță contururile detaliilor.



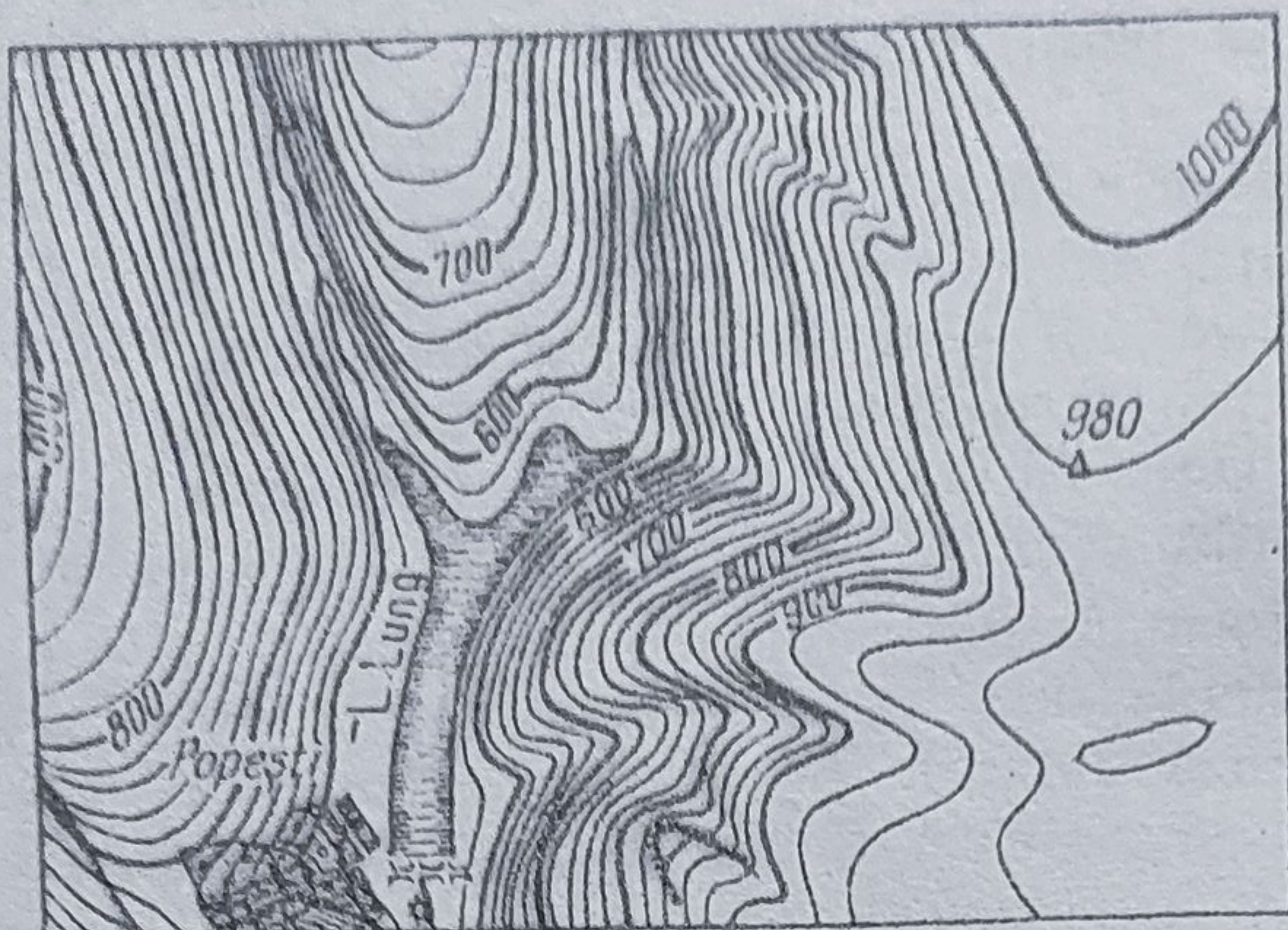


Fig. 250. Întocmirea planului pe baza datelor din teren.

La birou, cu ajutorul instrumentelor de construcții grafice (riglă, echer, raportor), se întocmește planul topografic al lucrării după datele din teren (fig. 250).

La metoda cu metrul și metoda echerică nu se poate aplica nivelmentul trigonometric; în general, se utilizează nivelmentul geometric, care se execută fie simultan, fie după operațiile planimetrice.

2) *Metodele de intersecție.* Pentru a determina puncte planimetrice de detaliu prin intersecție se staționează în două puncte ale canevasului de detaliu (fig. 251); pentru verificare se utilizează un al treilea punct. Un punct necunoscut izolat se determină prin intersecție inversă, prin vizare pe cel puțin trei puncte de canevas.

Se folosește un teodolit, și în acest caz se întocmește schița terenului, sau o planșetă, când se obține direct reprezentarea grafică.

Pentru determinarea cotelor punctelor de detaliu, metodele de intersecție se combină cu nivelmentul trigonometric.

3) *Metoda drumuirii* se aplică la construirea detaliilor planimetrice care nu pot fi determinate prin alte metode. Drumuirea este reprezentată prin câteva linii poligonale scurte, între două puncte de canevas. Astfel se fixează pe plan meandrele unui râu ce curge printr-o pădure de dimensiuni mici, drumurile principale și ramificațiile acestora dintr-o pădure (fig. 252). Eroarea de închidere la drumuirile pen-

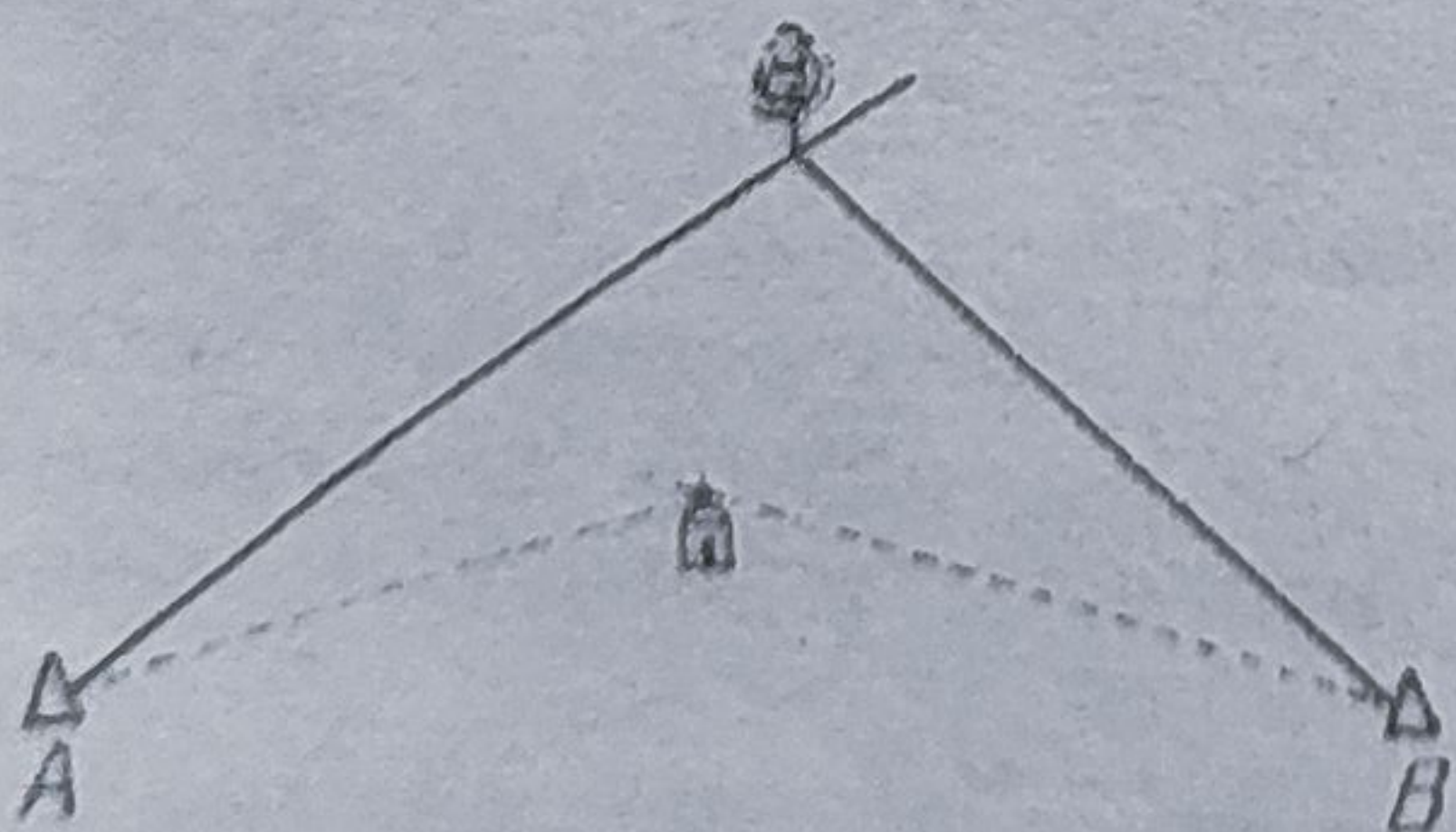


Fig. 251. Metoda intersecției, aplicată la detaliile terenului.

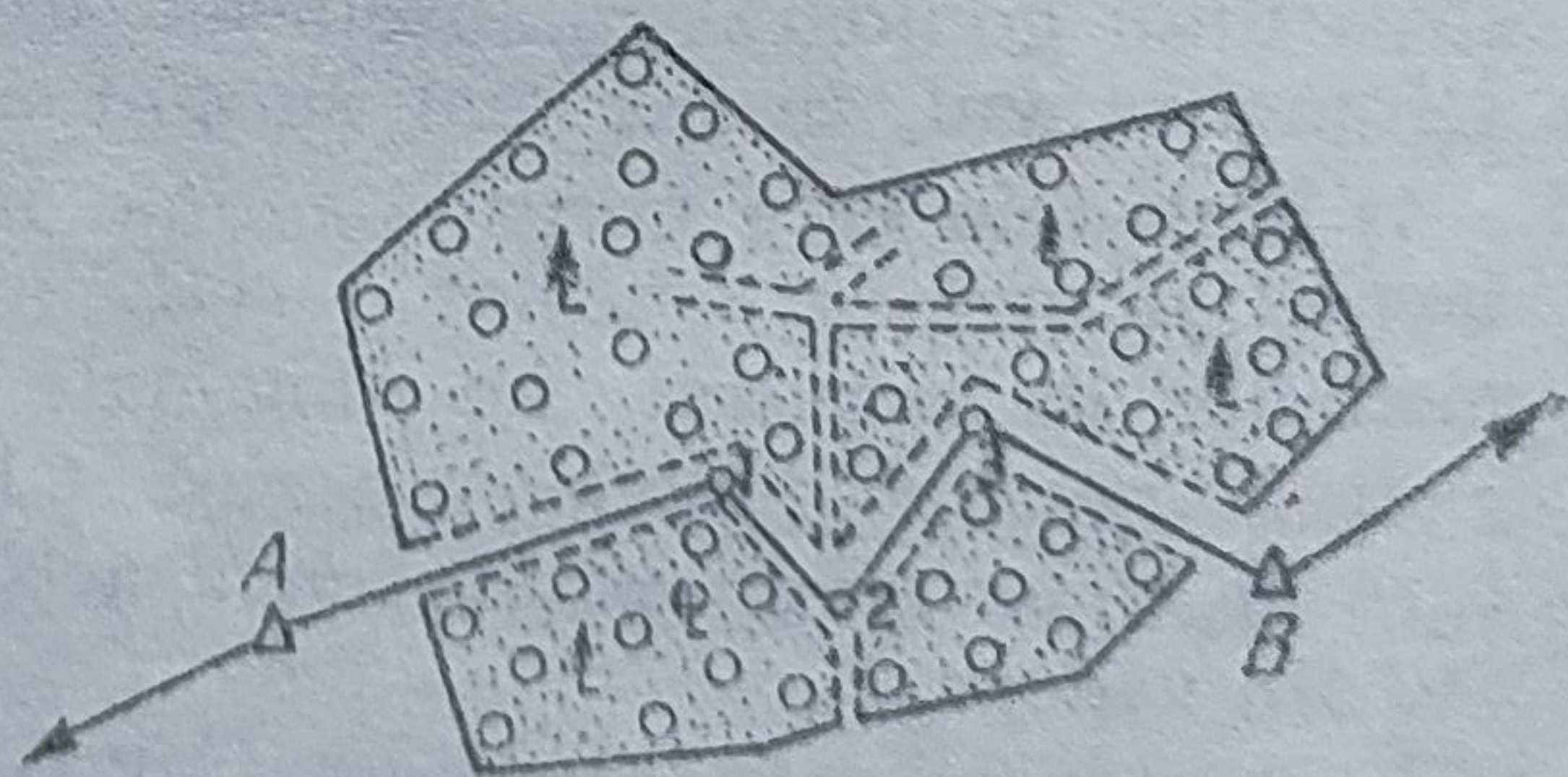


Fig. 252. Metoda drumuirii, aplicată la detaliile terenului.



tru determinarea detaliilor de planimetrie este neglijabilă. Dacă se dispune de timp, se face verificarea prin punerea în evidență a erorii de închidere.

Concomitent se poate utiliza fie nivelmentul geometric, fie cel trigonometric, pentru calculul unor puncte de detaliu mai importante.

4) **Radierea.** La ridicarea topografică a detaliilor planimetrice, radierea este metoda principală. Pentru determinarea punctelor de detaliu trebuie să dispunem de un tahimetru, o planșetă cu alidadă stadimetrică sau cel puțin o busolă. Cu aparatul instalat în puncte ale canevasului de detaliu se determină toate punctele în care ajutorul operator așază mira. În unele cazuri, când dintr-un punct necunoscut există posibilitatea de a vedea mai multe puncte care definesc un detaliu oarecare, acesta se determină prin radiere inversă față de un punct al canevasului de detaliu.

Se preferă modul declinat pentru măsurarea unghiurilor, iar pentru distanțe, măsurarea stadimetrică, cu panglica (ruleta) sau cu pasul.

Pe teren, dacă se utilizează un tahimetru sau o busolă, se întocmește schița, datele măsurărilor (orientări și distanțe) trecându-se în carnetul de observații. La planșetă, punctele de detaliu se obțin direct pe planșetă, avînd posibilitatea desenării detaliilor concomitent cu executarea lucrării.

**b. Ridicarea detaliilor de nivelment.** În această etapă de construire a planului topografic al unei suprafețe de teren se determină, prin nivelment geometric sau trigonometric, elementele necesare reprezentării formelor de relief.

În ridicările de precizie, singurul procedeu utilizat este cel al curbelor de nivel. Echidistanța curbelor de nivel se alege în funcție de scară, de terenul de ridicat, de scopul urmărit și de timpul de care se dispune. Redarea amănunțită a formelor de relief, deci alegerea unei echidistanțe mici, necesită un timp îndelungat de lucru.

Pornind de la nivelmentul canevasului de ansamblu sau de detaliu, deci de la puncte cunoscute din punct de vedere altimetric, cotele detaliilor terenului se obțin, în general, prin nivelment trigonometric și numai în cazul că terenul este orizontal se utilizează nivelmentul geometric.

În funcție de scară și de natura terenului, se disting trei cazuri și tot atîtea metode de determinare a formelor de relief și de trasare a curbelor de nivel :

— cînd terenul este puțin accidentat (cvasiorizontal) și se lucrează la scară mare ( $1 : 500$ — $1 : 5\,000$ ) ; metoda punctelor cotate ;

— în cazul unui teren cu accidentare medie, la scară medie ( $1 : 10\,000$ — $1 : 25\,000$ ) ; metoda filării curbelor ;

— în terenurile accidentate, cînd se lucrează la scară mică ( $1 : 50\,000$ — $1 : 200\,000$ ) ; metoda profilelor.

1) *Metoda punctelor cotate* constă în a determina un număr cît mai mare de cote, care să definească accidentele de teren în terenurile



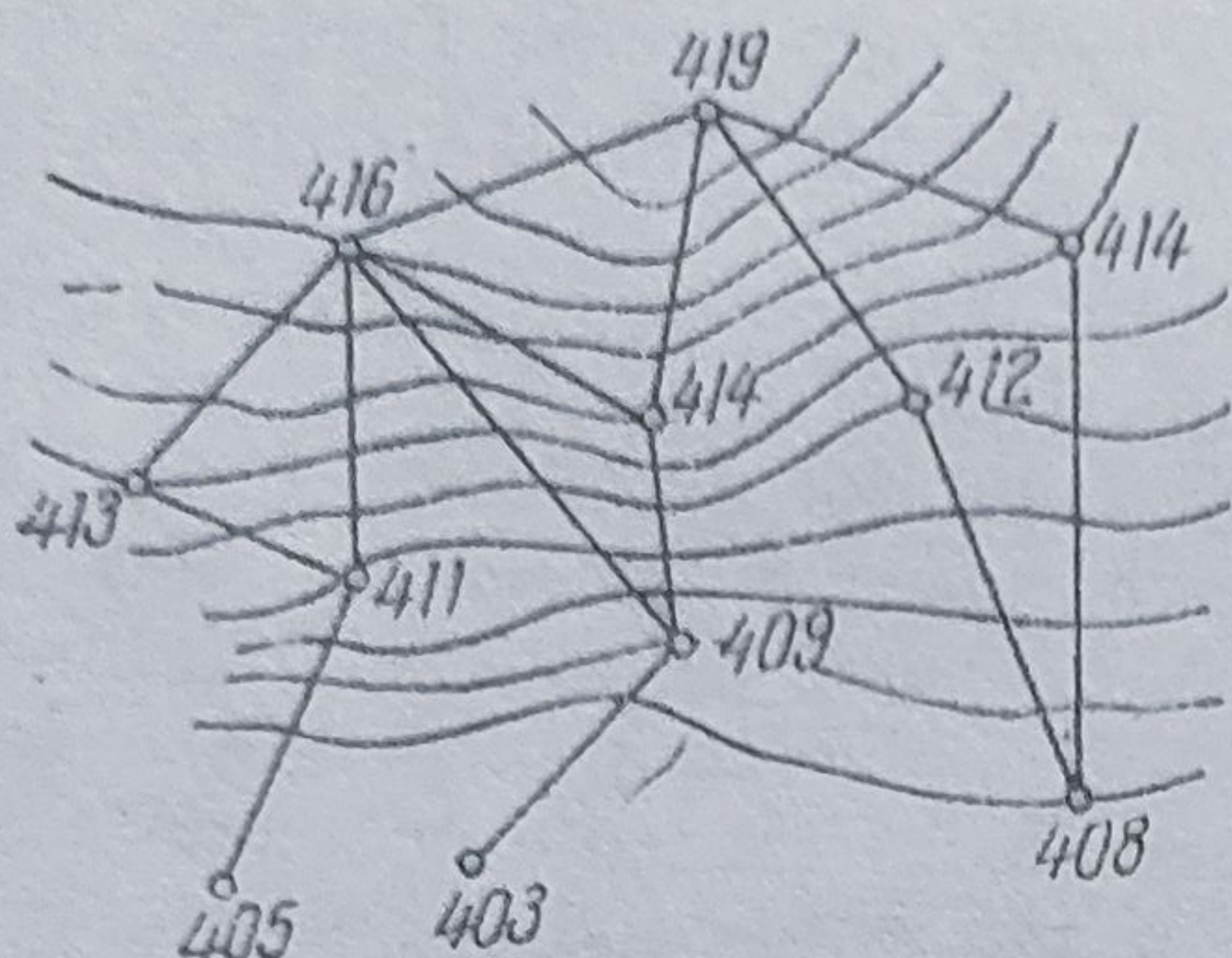


Fig. 253. Trasarea curbelor de nivel prin interpolare.

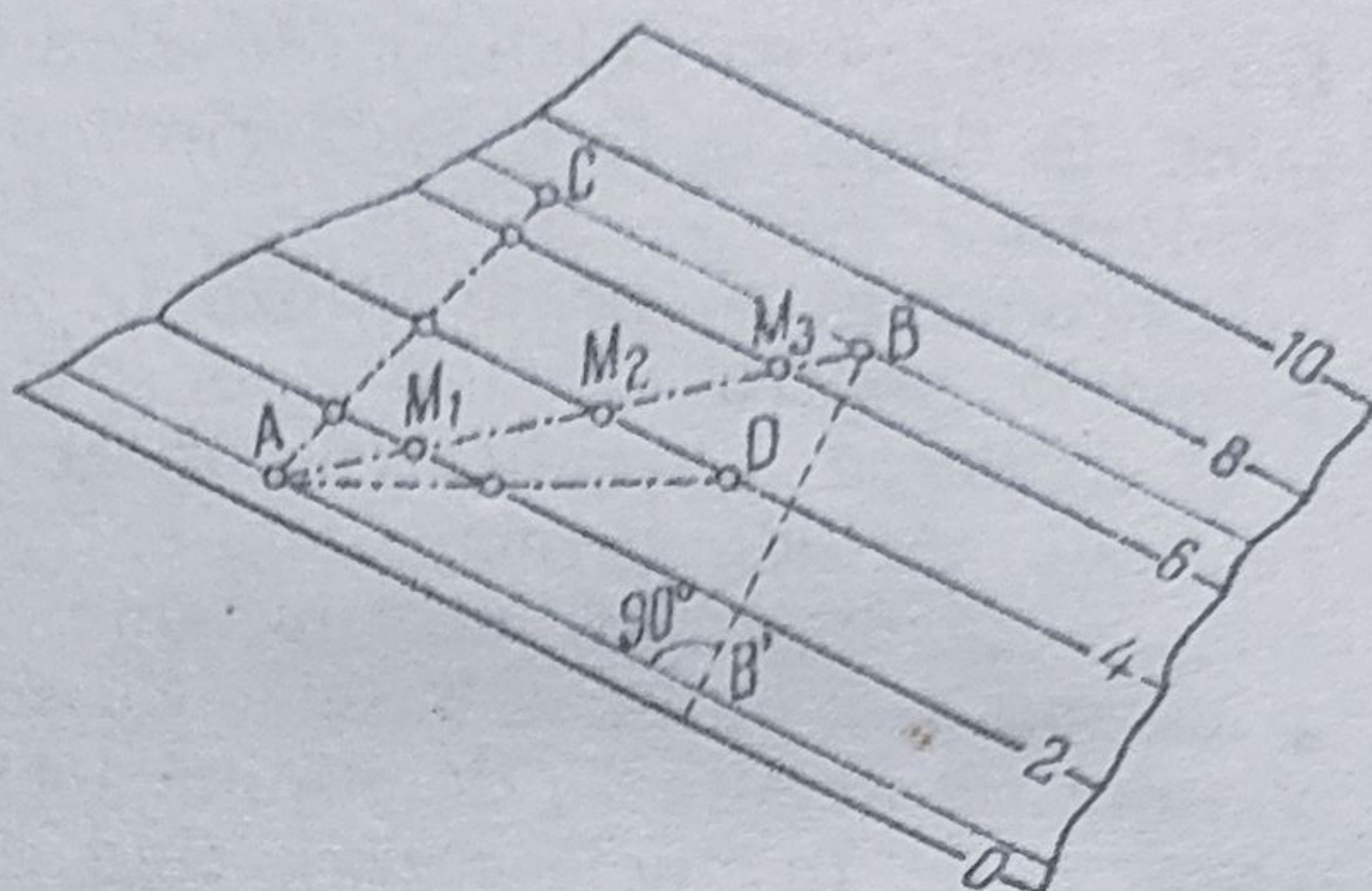


Fig. 254. Izograful.

aproximativ orizontale. Între două puncte de pe plan se admite că panta este constantă (fig. 253).

Pentru un plan la scara 1 : 2 000 se dă în mod necesar un număr de 500—5 000 puncte cotate pe kilometru pătrat, în funcție de neregularitățile terenului. Curbele de nivel se trasează prin interpolare din vedere sau cu ajutorul izografului (fig. 254).

Izograful se construiește pe o hîrtie de calc (sau calc milimetric), fiind alcătuit dintr-un portativ cu linii paralele echidistante (la 3—5 mm), distanța dintre două paralele consecutive reprezentînd echidistanța naturală a curbelor de nivel (din metru în metru sau din 2 în 2 m).

Pentru trasarea curbelor de nivel se unesc punctele de cotă cunoscută două cîte două (A și B); se așază izograful pe unul din puncte (A), se fixează un ac în punctul respectiv și se rotește izograful pînă ce una din liniile acestuia vine în apropierea celui de-al doilea punct (B). Se interpolează punctul B după valoarea cotei între două linii consecutive ale izografului. Prin înțeparea calcului în punctele de intersecție  $M_1, M_2, M_3$  ale liniei AB cu liniile izografului se obțin pe plan cotele punctelor intermediare. Prin deplasarea izografului pe direcțiile AC, AD etc. se determină punctele cu aceleași cote pe noile direcții; curbele de nivel apar pe plan prin unirea punctelor de aceeași cotă.

La această metodă, punctele sînt determinate altimetric prin nivelment geometric sau trigonometric, iar planimetric prin radiere.

Punctele cotate servesc și la definirea terenului.

2) *Metoda filării curbelor.* A fila o curbă de nivel înseamnă a găsi pe teren puncte cu aceeași cotă, care definesc curba de nivel respectivă.

În general, se utilizează o planșetă topografică declinată și o alidadă nivelitică; planimetria se determină prin radiere, iar altimetria prin nivelment geometric.

Într-un punct cunoscut O ( $H_0$ ) se instalează o planșetă la înălțimea  $a$  (pînă la axul orizontal al alidadei).



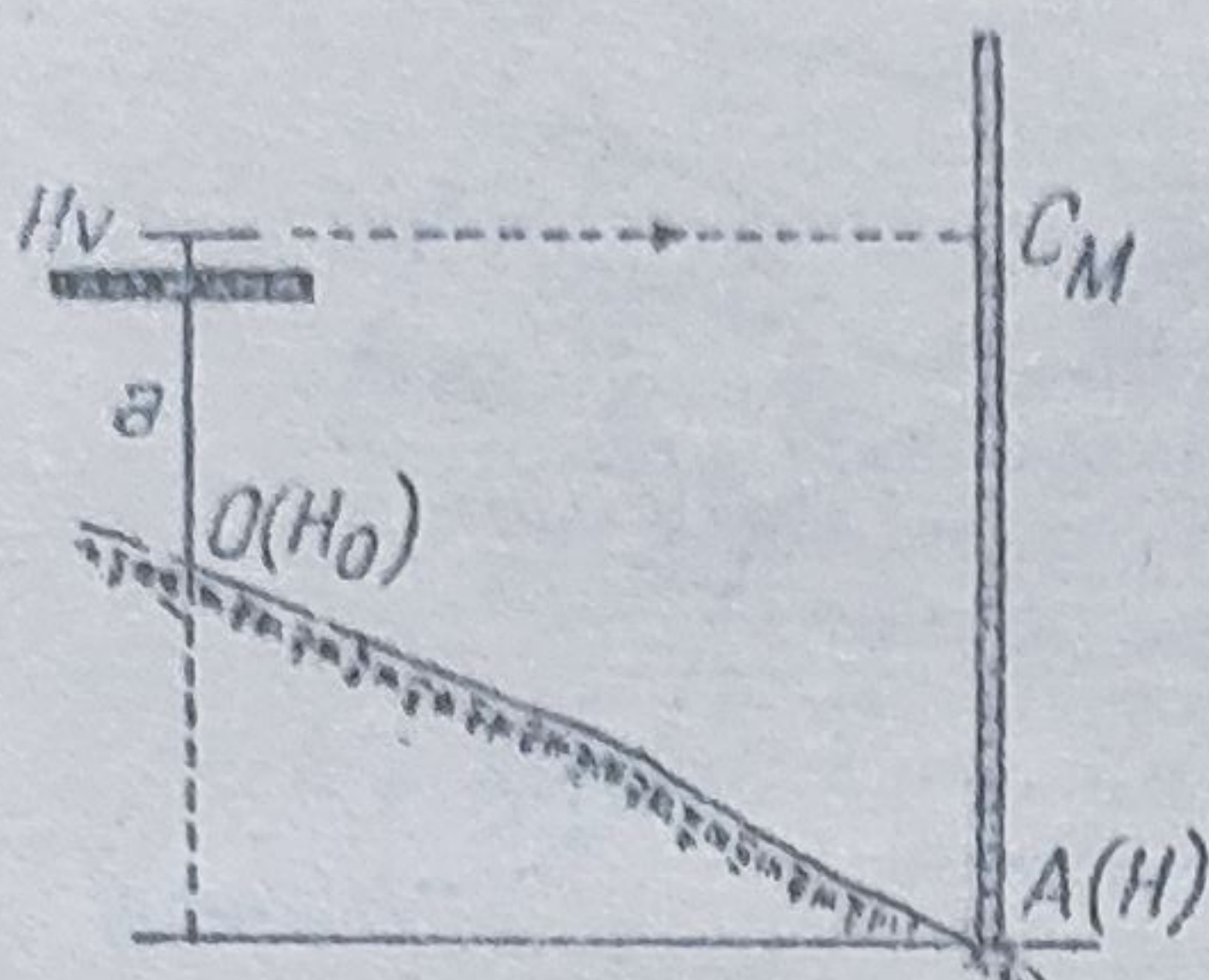


Fig. 255. Filarea curbilor de nivel. Principiu.

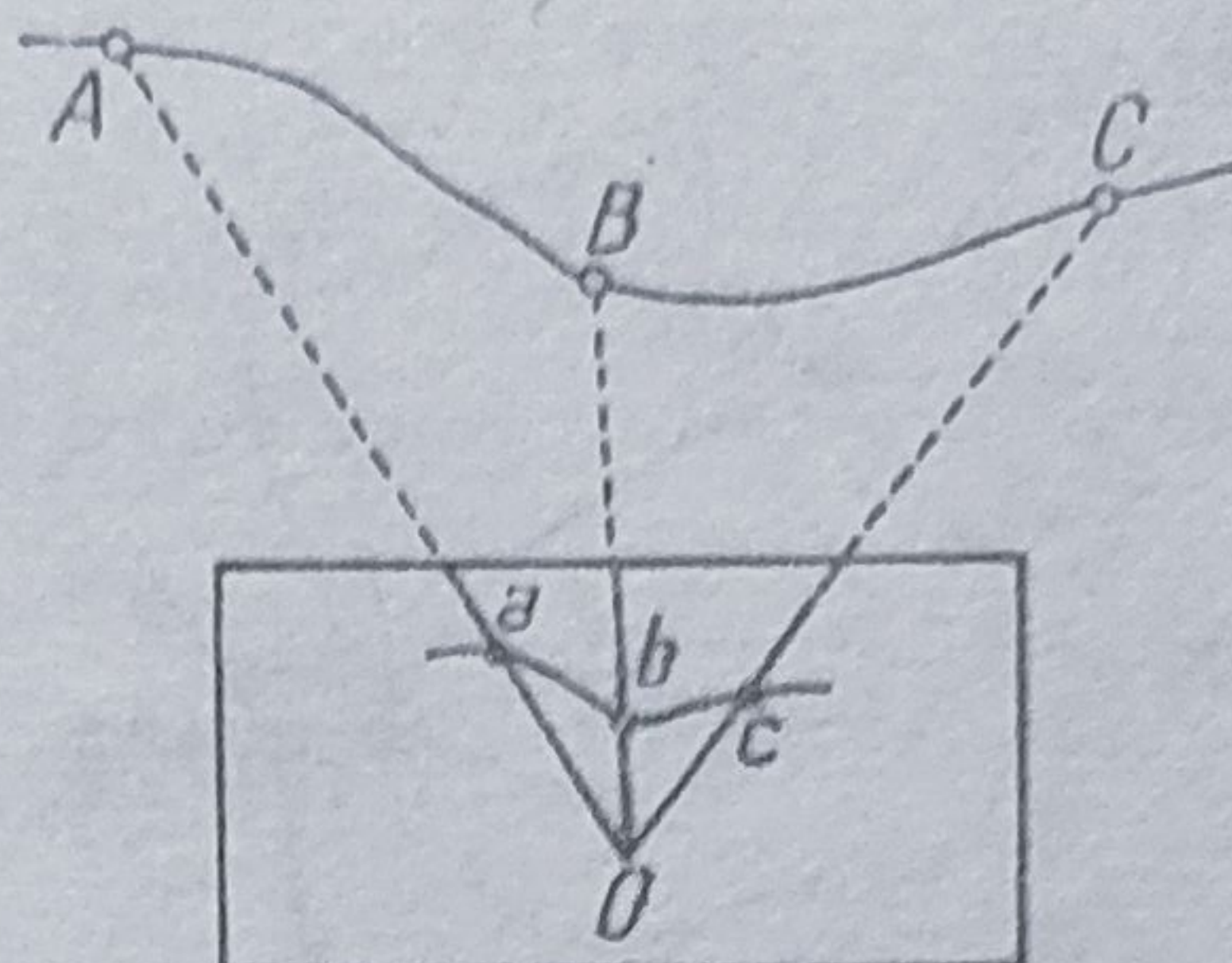


Fig. 256. Determinarea curbelor de nivel prin filare.

Pentru a trasa direct pe planșetă curbe de nivel de cotă  $H$ , cunoscând cota  $H_0$ , trebuie determinată valoarea citirii pe miră,  $C_M$ . În figura 255, pentru a afla cota  $H$  a unui punct de pe curbă, punctul  $A$ , trebuie să avem :

$$H_V = H_0 + a,$$

unde  $H_V$  este cota planului de vizare la înălțimea aparatului  $a$ .

Cota punctului  $A$  trebuind să fie  $H$ , citirea pe miră  $C_M$  va fi :

$$C_M = H_V - H = H_0 + a - H.$$

Deci, din punctul  $O$ , mira trebuie așezată în așa fel, încât să se citească  $C_M$ .

Poziția punctelor de cotă  $H$  se obțin prin încercare. Ajutorul operator se deplasează pe teren, după indicațiile operatorului, pînă cînd firul orizontal al reticulului (firul nivelor) interceptează diviziunea  $C_M$ . Prin măsurarea distanțelor (stadimetric), se determină și poziția planimetrică a punctelor  $a, b, c$  etc. (fig. 256), care au aceeași cotă  $H$ .

Unirea pe plan a acestor puncte ne dă curba de nivel. Dacă echi-distanța naturală este mică — din 0,5 în 0,5 m — se pot trasa mai multe curbe de nivel.

3) *Metoda profilelor.* Pe un traseu  $AD$  din teren se stabilesc punctele de schimbare de pantă  $B, C$  și apoi, prin drumuire cu nivelment (geometric sau trigonometric), se determină poziția și cotele lor.

La birou se reprezintă profilul liniei care trece prin punctele A, B, C, D și prin linii paralele echidistante se intersectează acest profil, la echidistanța naturală pe care vrem s-o obținem (fig. 257).

Prin proiectarea pe plan orizontal a punctelor de intersecție ale profilului cu orizontalele echidistante se obțin puncte ale curbelor de nivel respective.

În același mod se determină puncte de cotă cunoscută și pe alte profile.

Unind punctele de aceeași cotă de pe diferite profile, se obțin curbele de nivel, care redau cu atât mai amănunțit formele de teren, cu cât numărul profilelor este mai mare.



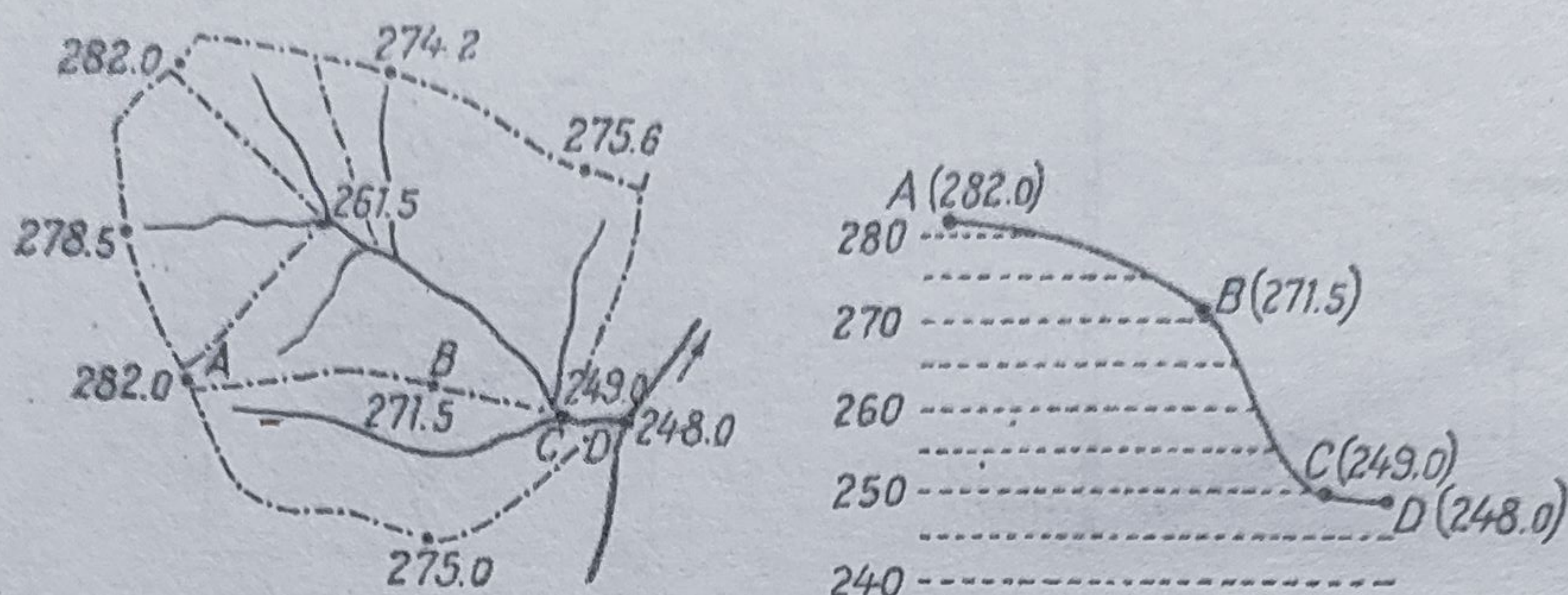


Fig. 257. Trasarea curbilor de nivel prin metoda profilelor.

Curbele de nivel trasate în acest mod se opresc la limita elementului reprezentat, urmînd să fie racordate cu curbele de nivel ale elementului învecinat.

### § 7. Ridicări tahimetrice

Cînd se dispune de un tahimetru și de o stadie și cînd nu se cere o precizie mare, se execută ridicarea detaliilor terenului concomitent cu determinarea canevasului de detaliu.

Ridicările se execută rapid (taheos=repede), utilizîndu-se ca metodă principală drumuirea, combinată cu radieri. Paralel cu înregistrarea datelor determinării planimetrice a punctelor se notează și elementele necesare pentru calcularea cotelor, prin nivelment trigonometric.

Coordonatele rectangulare în spațiu ale unui punct  $M$ , determinate prin metoda tahimetrică, sînt (fig. 258) :

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \Delta x & \Delta x &= d \sin \theta \\ Y &= Y_0 + \Delta y & \Delta y &= d \cos \theta \\ Z &= Z_0 + \Delta z & \Delta z &= d \operatorname{tg} i. \end{aligned} \quad [2]$$

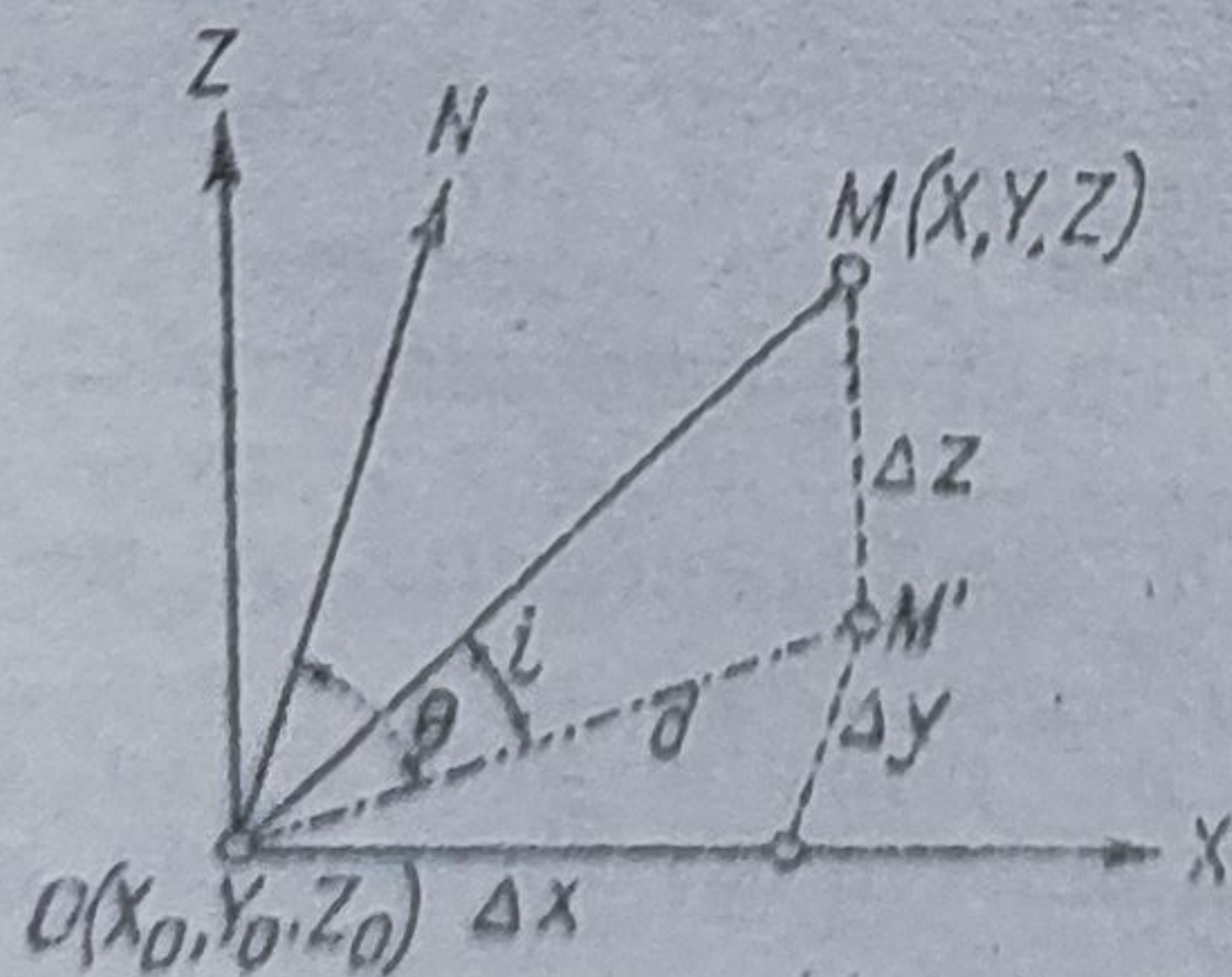


Fig. 258. Coordonate rectangulare în spațiu, determinate prin metoda tahimetrică.



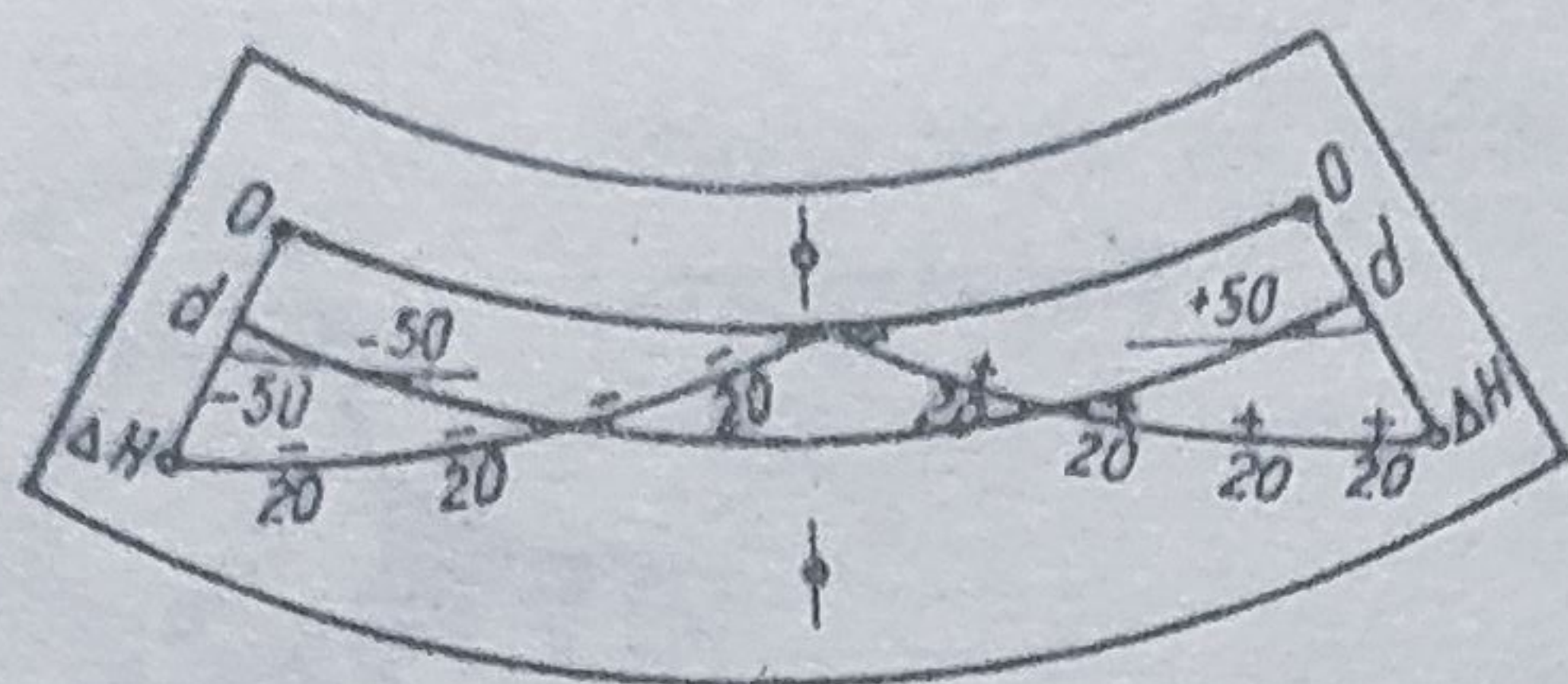


Fig. 259. Diagrama firelor la tahimetrul autoreductor.

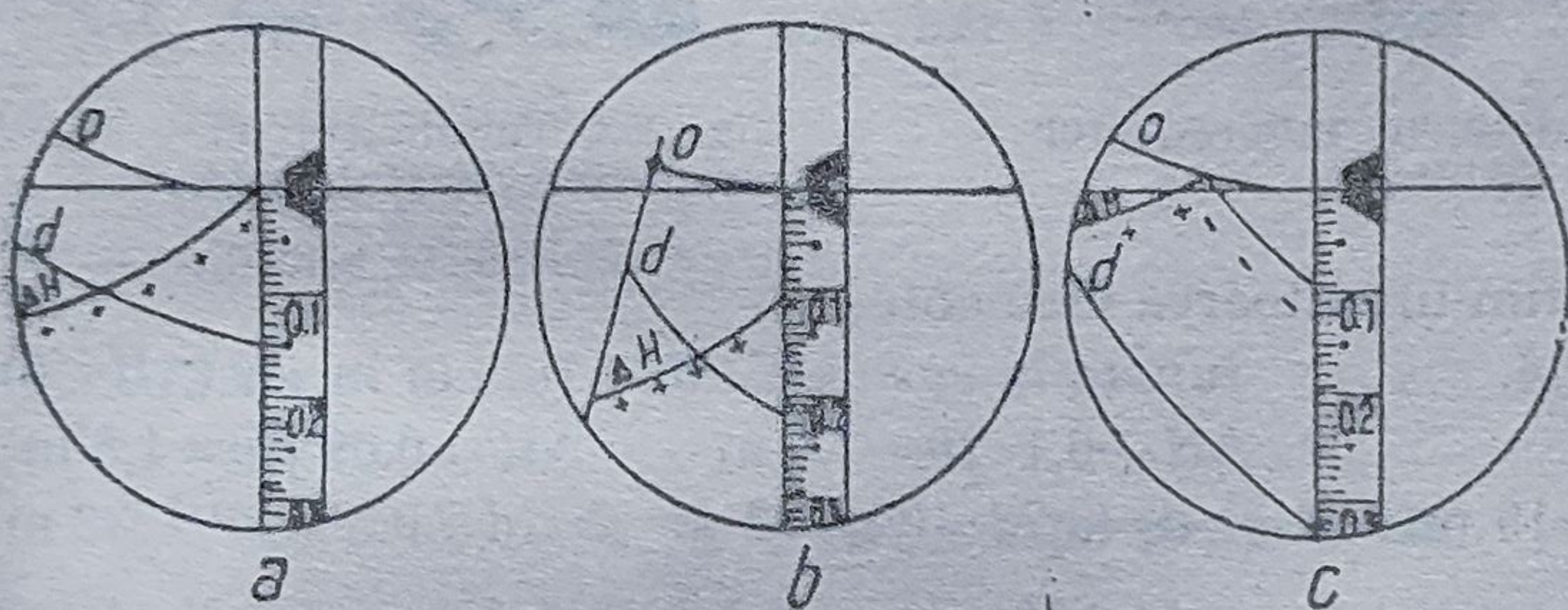


Fig. 261. Citiri la tahimetrul autoreductor.

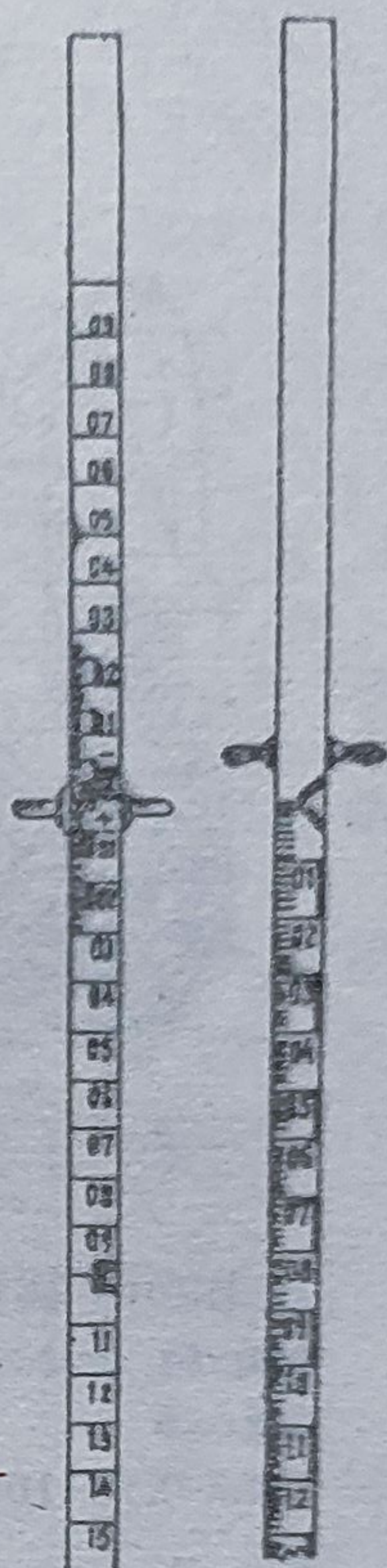


Fig. 260. Stadie specială pentru ridicări tahimetrice.

În relația [1],  $X_0$ ,  $Y_0$ , și  $Z_0$  sînt coordonatele rectangulare în spațiu ale punctului cunoscut de stație  $O$ , iar în relația [2],  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  și  $\Delta z$  sînt coordonatele reale relative ale punctului  $M$ ,  $d$  distanța redusă la orizont,  $\theta$  orientarea direcției  $OM$ , iar  $i$  unghiul de înclinare.

Avantajele metodei tahimetrice au dus la o îmbunătățire a calității aparatelor tahimetrice; astfel, există tahimetre care dau direct distanțele reduse la orizont și diferențele de nivel (tahimetrele autoreductoare).

Un *tahimetru autoreductor* este dotat cu o diagramă cu mai multe curbe (fig. 259); curba zero, curba distanțelor  $d$  și curba diferențelor de nivel  $\Delta H$ . Vizările cu tahimetrul autoreductor se fac pe o stadie specială, gradată în centimetri începînd de la un reper fix ce indică înălțimea medie a aparatului (fig. 260). Cînd luneta este orizontală, curba zero trebuie să coincidă cu înălțimea reperului de pe stadie.

Constantele de multiplicare prin construcția aparatelor se stabilesc de obicei astfel: pentru distanțe  $K_d = 100$ , iar pentru înălțimi  $K_{\Delta H} = 20$ .



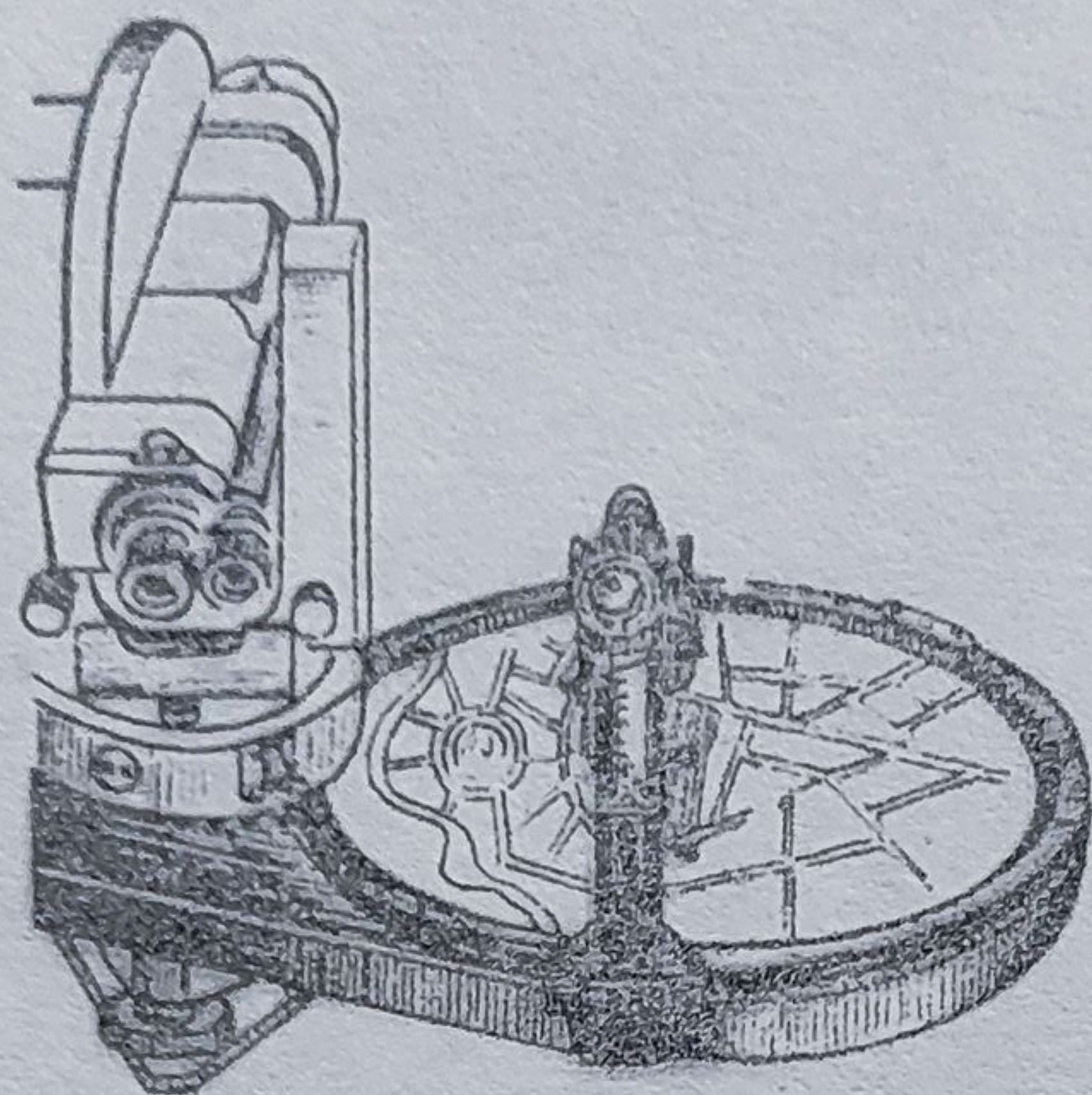


Fig. 262. Tahimetrul autoreductor Dahlta.

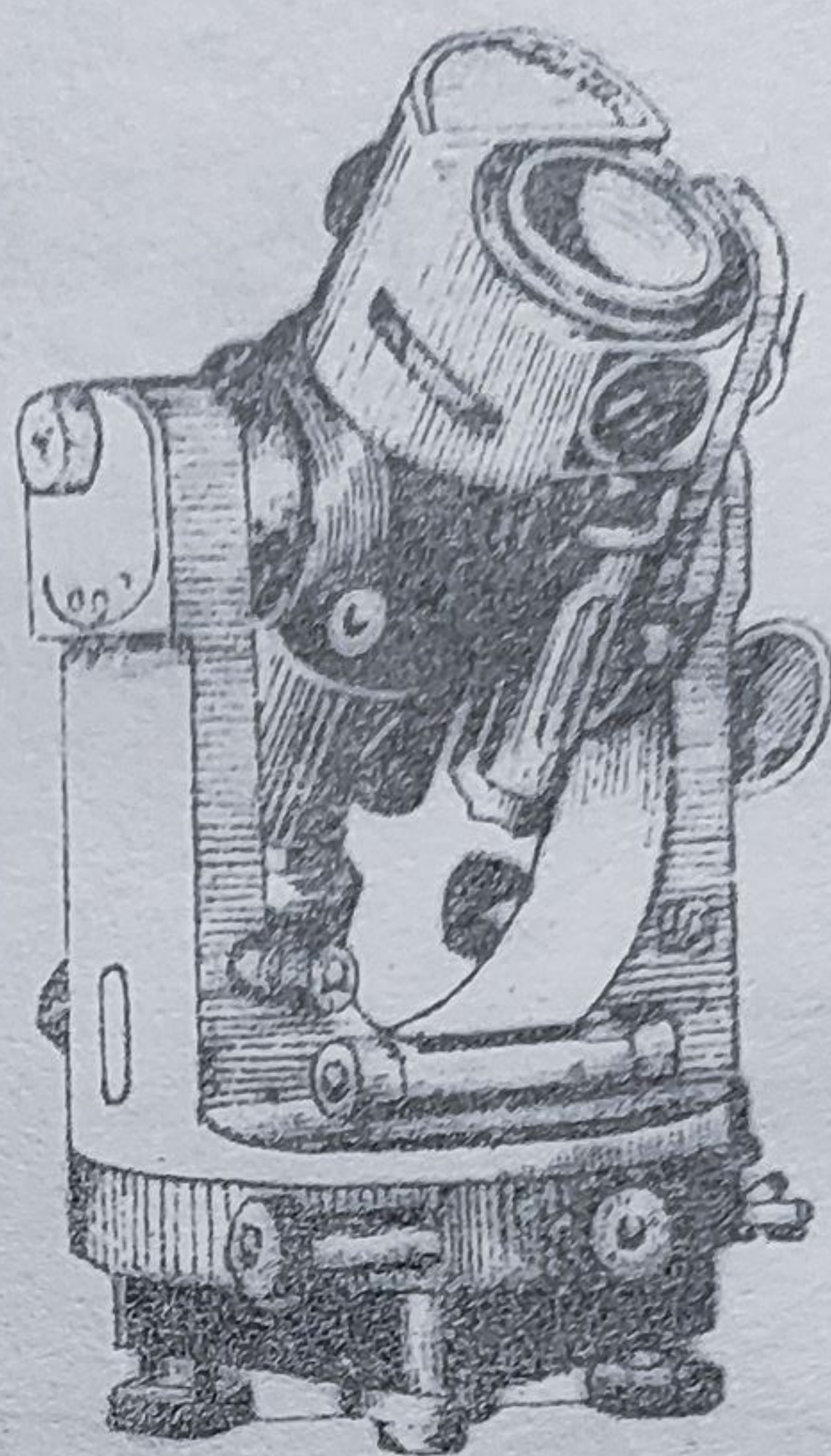


Fig. 263. Tahimetrul autoreductor Redta Zeiss.

În figura 261 citim următoarea elemente :

<i>luneta orizontală</i>	<i>luneta în sus (<math>\Delta H &gt; 0</math>)</i>	<i>luneta în jos (<math>\Delta H &lt; 0</math>)</i>
$\Delta H = 0$	$\Delta H = 0,1 \cdot 20 = 2,0 \text{ m}$	$\Delta H = 0,09 \cdot 20 = 1,8 \text{ m}$
$d = 0,15 \cdot 100 = 15 \text{ m}$	$d = 0,22 \cdot 100 = 22 \text{ m}$	$d = 0,32 \cdot 100 = 32 \text{ m}$

Erorile care intervin în măsurătorile cu tahimetrele autoreductoare sînt admisibile pentru distanțe care nu depășesc 250 m.

În figura 262 și 263 sînt reprezentate tahimetrele autoreductoare Dahlta și Redta Zeiss.

Ridicările tahimetrice utilizează ca metodă principală drumuirea cu radieri din fiecare centru de determinare (punct al canevasului de detaliu).

Se instalează inițial aparatul într-un punct cunoscut al canevasului de ansamblu și prin drumuire se determină punctele canevasului de detaliu, viitoare centre de radieri.

Drumuirea se încheie într-un alt punct cunoscut al canevasului de ansamblu.

În fiecare stație de drumuire se determină detaliile vizibile prin radieri (unghiuri orizontale și distanțe), alegîndu-se punctele caracteristice ce definesc detaliile respective.

Datele obținute se trec în carnetul de observație ; de asemenea, se întocmește o schiță a punctelor, pentru a fi identificate mai ușor cînd se execută planul topografic.

Punctele de drumuire se reprezintă pe plan după calcularea orientărilor, compensarea și calcularea coordonatelor lor rectangulare. Punctele radiate se raportează utilizînd un raportor și o riglă gradată.



## Capitolul IX

### Măsurarea și calculul ariilor (arpentajul)

Operațiile de măsurare care servesc la determinarea ariilor se pot executa fie pe teren, fie pe un plan sau hartă. Ariile, din punct de vedere topografic, sînt proiecțiile în plan orizontal ale punctelor de contur ale celor din teren.

Arpentajul care se execută în teren se numește *arpentaj propriu-zis*.

Arpentajul pe un plan sau hartă comportă mai multe metode :

- metoda grafică ;
- metoda mecanică ;
- metoda analitică.

#### § 1. Arpentajul propriu-zis

Pentru a determina aria unui contur poligonal oarecare, aceasta, fie că se înlocuiește cu o suprafață reprezentată printr-o figură mai simplă cu suprafață echivalentă, fie că se divide în figuri geometrice simple, ca triunghiuri, dreptunghiuri, trapeze, ale căror arii se determină prin măsurarea laturilor (a bazelor și a înălțimilor).

După aspectul conturului poligonal, se deosebesc poligoane cu limite drepte și cu limite curbe.

a. Cînd limitele poligonului sînt linii drepte, se utilizează mai multe procedee :

1) *Procedeul cu metrul*. Poligonul ABCDE (fig. 264) se divide în figuri geometrice simple — triunghiuri cărora li se măsoară laturile. Aria unui triunghi, în funcție de laturi, este dată de relația

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

unde

$$p = \frac{a+b+c}{2}.$$



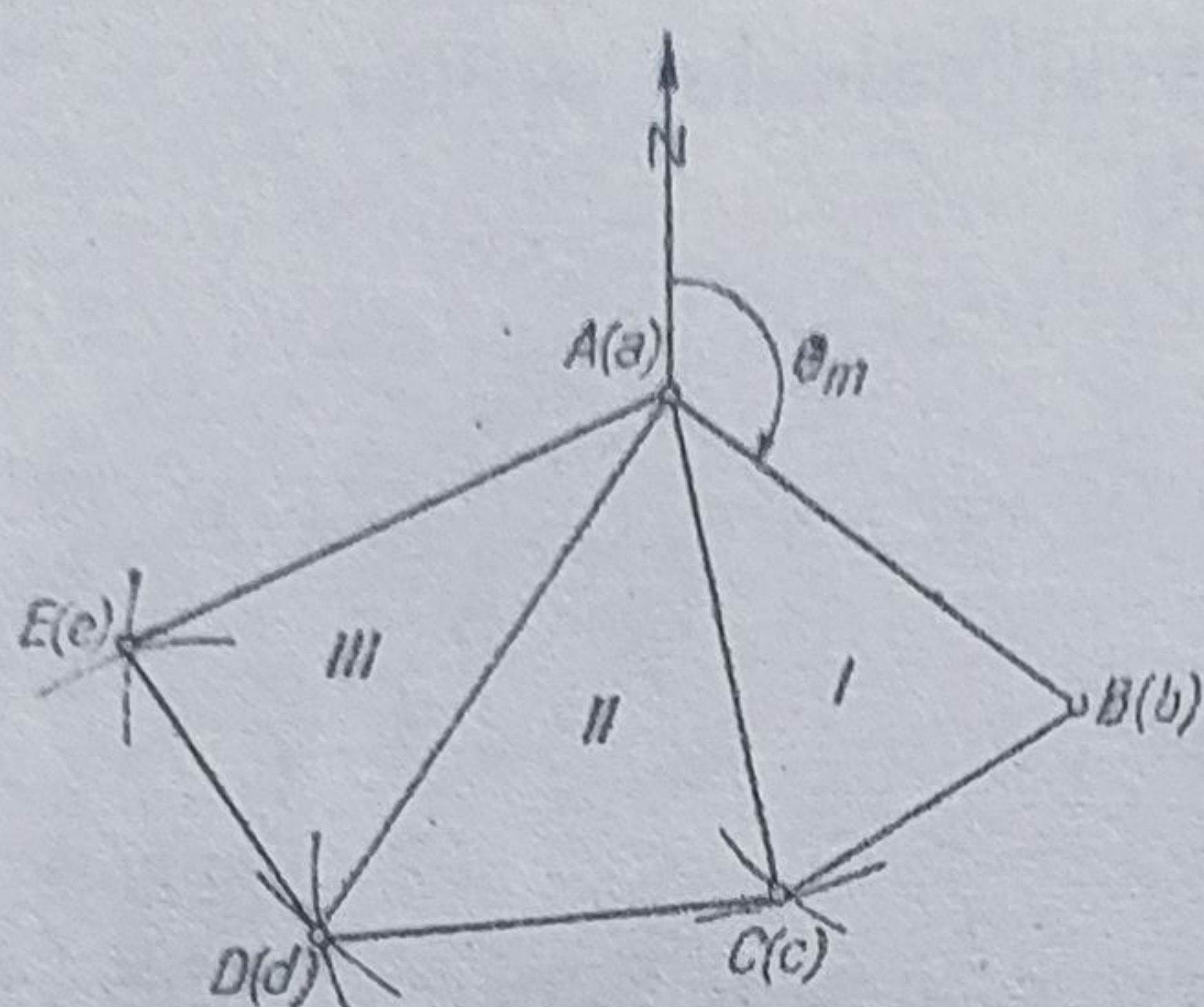


Fig. 264. Măsurarea suprafeței unui teren poligonal prin procedeul cu metrul.

Laturile triunghiurilor se măsoară de mai multe ori, după ce s-a efectuat jalonarea aliniamentului fiecărei laturi (în cazul că lungimea laturii este mai mare ca lungimea instrumentului de măsurat).

Aria totală a poligonului se obține prin însumarea ariilor tuturor triunghiurilor poligonului.

Procedeul cu metrul se aplică la determinarea suprafețelor mici de teren. Poligonul se orientează prin măsurarea azimutului magnetic al unei laturi.

Pentru obținerea reprezentării grafice, pe tabloul datelor obținute în teren se calculează media lungimii fiecărei laturi. Se alege o scară convenabilă și se reprezintă inițial, față de direcția nordului, direcția laturii orientate. Pe această direcție se raportează lungimea laturii respective, redusă la scară (în figura 264, latura  $ab$ ).

În punctele  $a$  și  $b$ , cu ajutorul unui compas, se iau lungimile  $ac$  și  $bc$ , obținându-se la intersecția arcelor punctul  $c$  (triunghiul I); din  $a$  și  $c$  se iau lungimile  $ad$  și  $cd$ , care dau poziția  $d$ , figurînd triunghiul II.

În mod analog se reprezintă și triunghiul III. Pentru măsurarea laturilor triunghiurilor pe teren se utilizează o panglică de oțel, jaloane și fișe.

2) *Procedeul directoarei.* Cînd terenul are o formă alungită sau cînd pe laturile conturului poligonal există obstacole, terenul 1, 2, ... 6 este divizat de directoarea 1—4, punctele cele mai depărtate ale poligonului, în două părți (fig. 265).

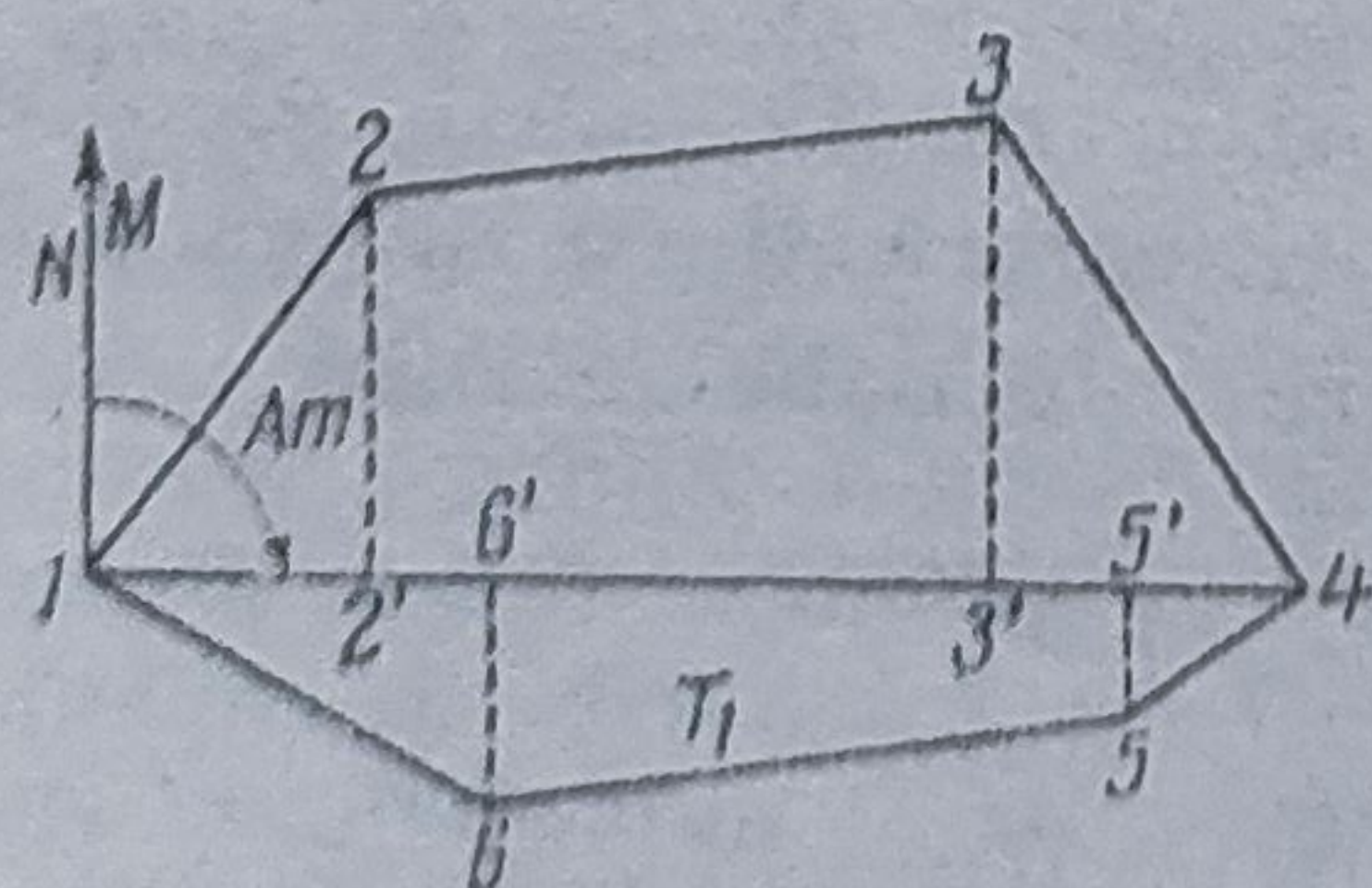


Fig. 265. Măsurarea suprafeței unui teren prin procedeul directoarei.



Cu ajutorul unui echer arpentor (cu oglinzi sau cu prisme) sau cu o busolă se coboară perpendiculare pe directoare, din fiecare vîrf al poligonului. Astfel, acesta se descompune în figuri simple — triunghiuri și trapeze dreptunghice — cărora li se măsoară elementele: înălțimile pe directoare, iar bazele pe ordonate.

Ariile pentru triunghiuri vor fi  $\frac{b \cdot l}{2}$ , iar pentru trapeze  $\frac{(B + b)l}{2}$ . Datele obținute în teren se trec în carnetul de observații.

Directoarea se orientează, măsurîndu-i azimutul magnetic.

Distanțele pe directoare (înălțimile triunghiurilor și trapezelor) se pot măsura fie simplu:  $1-2'$ ,  $1-6'$ ,  $2'-3'$  etc., fie cumulat, de la o extremitate a directoarei, înălțimile obținîndu-se prin diferența distanțelor cumulate. Astfel înălțimea trapezului  $T_1$ ,  $6'-5'$ , este dată de diferența  $1-5'$ ,  $1-6'$ .

Pentru reprezentarea grafică se raportează inițial directoarea, pe care se marchează picioarele perpendicularelor  $2'-6'-3'-5'$ , la distanțele respective față de punctul I.

După schița executată în teren, în aceste puncte se ridică grafic perpendiculare, pe care se raportează lungimile ordonatelor. Se obțin astfel vîrfurile poligonului, care se unesc prin drepte. Ca instrumente de măsurat în teren, față de procedeul anterior, se utilizează în plus un echer sau o busolă.

3) *Procedeul figurii înscrise.* În poligonul 1, 2, 3..., căruia vrem să-i aflăm aria, se înscrie o figură geometrică simplă (triunghi, dreptunghi sau trapez), ale cărei laturi se folosesc ca directoare. Din vîrfurile poligonului se coboară perpendiculare pe laturile figurii înscrise. După aflarea ariei figurii înscrise se determină ariile figurilor adiacente, măsurînd înălțimile pe directoare, iar bazele pe ordonate (fig. 266).

4) *Procedeul figurii circumscrise.* Cînd suprafața poligonului de măsurat nu este accesibilă în interior (pădure, lac), i se circumscrie o figură geometrică (dreptunghi, trapez), căreia i se măsoară aria (fig. 267). Aria poligonală se obține prin diferența dintre aria figurii circumscrise și suma ariilor figurilor adiacente (triunghiuri, dreptunghiuri, trapeze). Elementele figurilor geometrice se măsoară ca și în cazul precedent.

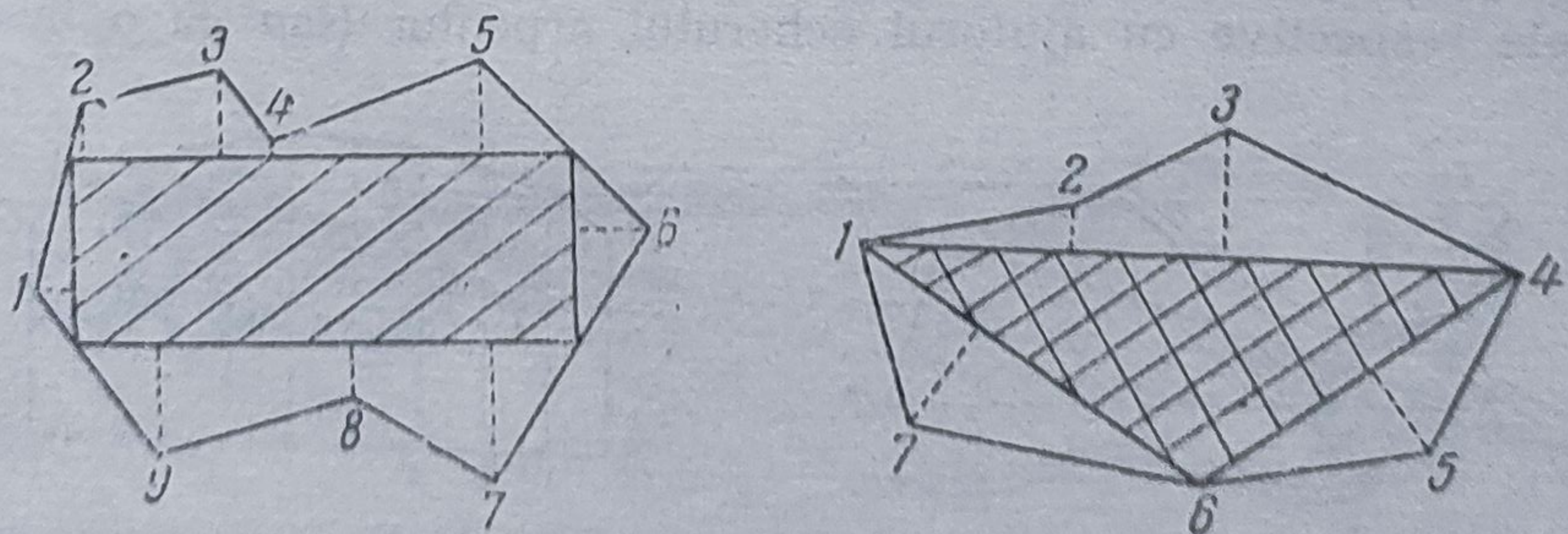


Fig. 266. Procedeul figurii înscrise.



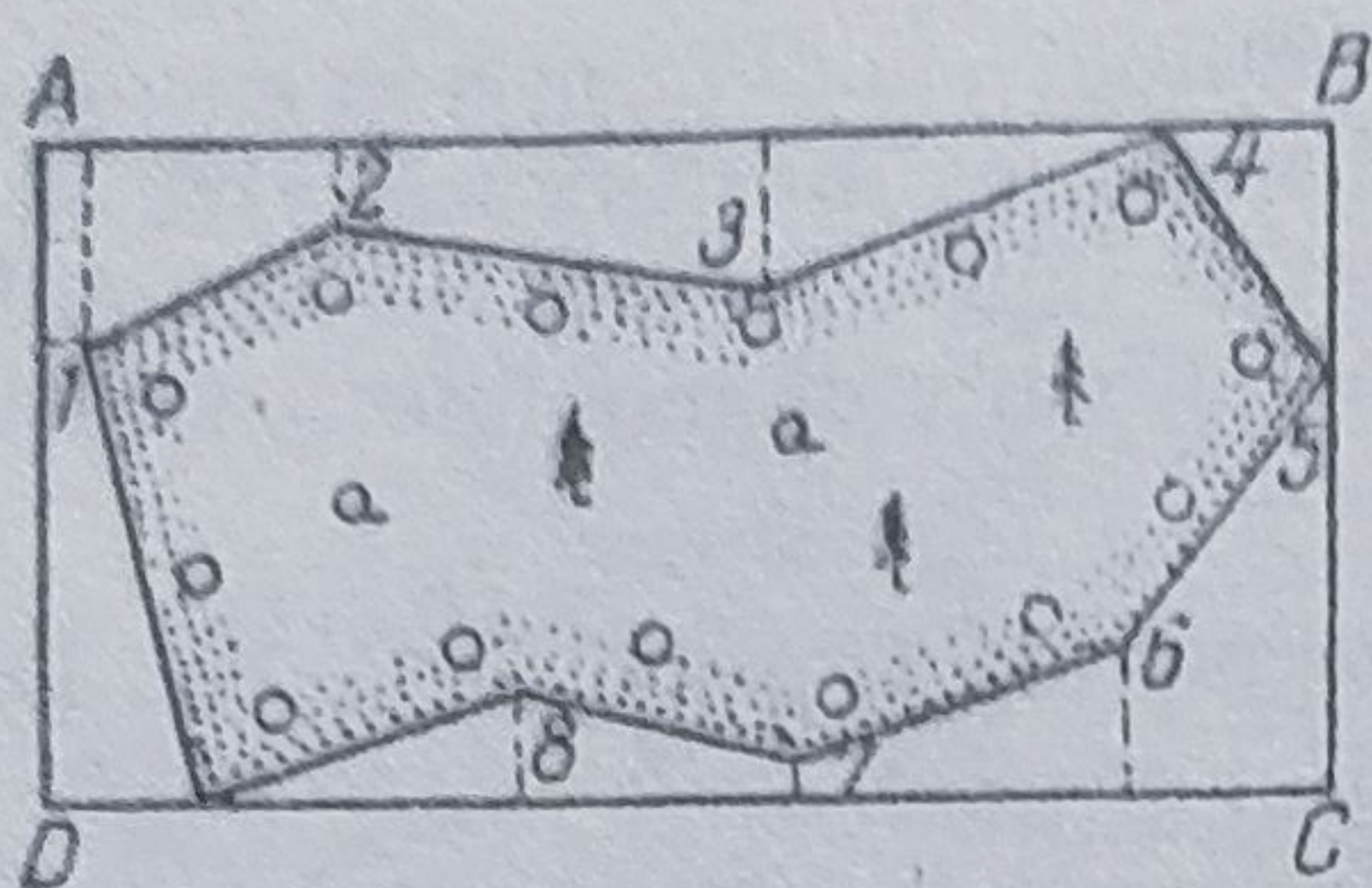


Fig. 267. Procedul figurii circumscrise.

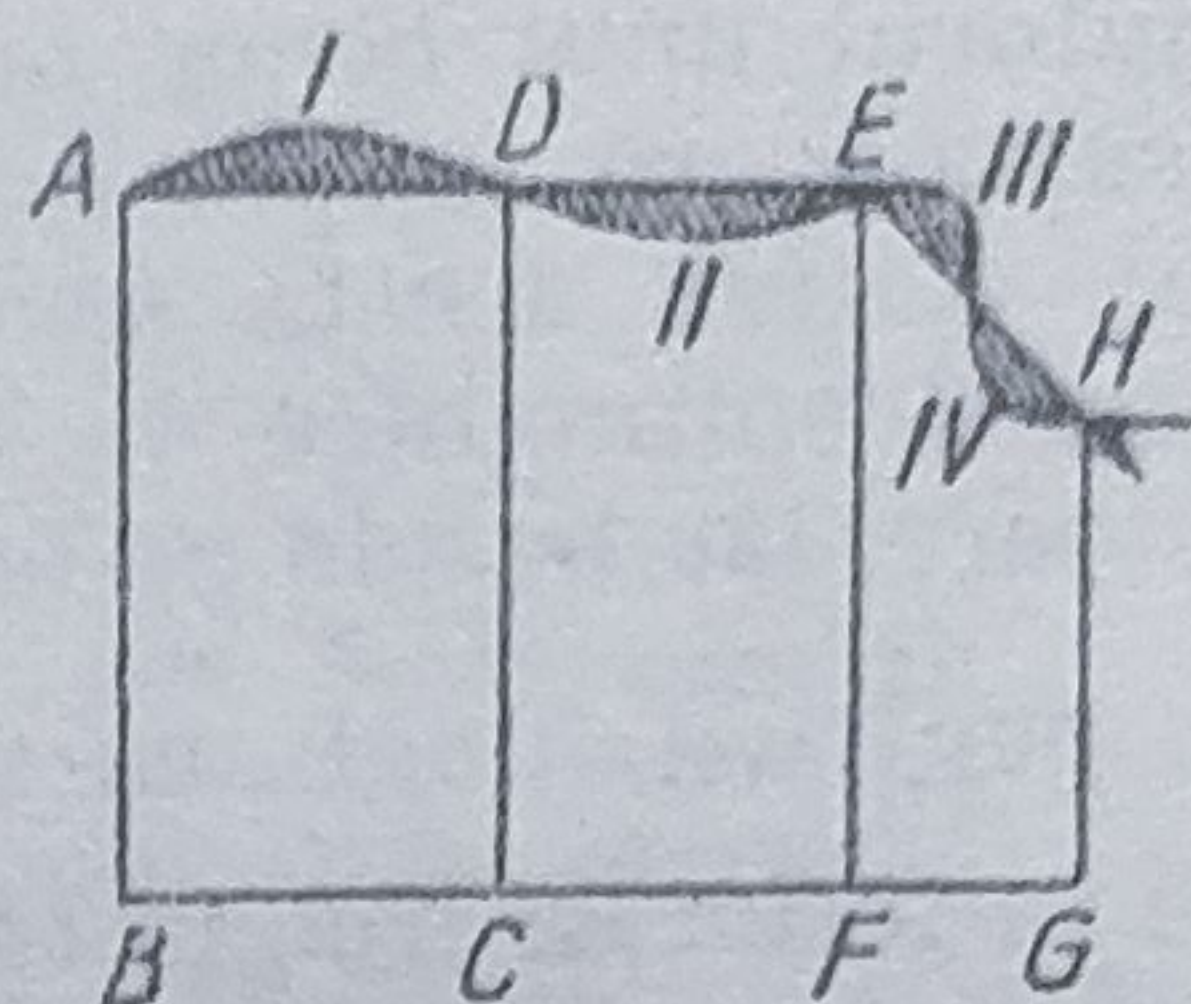


Fig. 268. Procedul prin compensație.

b. Când limitele poligonului sînt linii curbe. Pentru obținerea elementelor necesare determinării suprafețelor, se utilizează aceleași instrumente: panglica de oțel, jaloane, echer sau busolă.

Cînd o parte a perimetrului suprafeței este curbilinie, se folosesc mai multe procedee:

1) *Procedul prin compensație.* Poligonul cu porțiuni curbilinie ale perimetrului se divide în figuri geometrice în așa fel, încît porțiunile incluse și cele excluse să se compenseze. Procedul se caracterizează prin rapiditate, însă cere dexteritate la divizarea poligonului.

În figura 268 s-a împărțit poligonul în două dreptunghiuri și un trapez: porțiunea I este compensată de II în dreptunghiurile  $ABCD$  și  $CDEF$ , iar porțiunea III este compensată de IV în trapezul  $EFGH$ . Prin măsurarea elementelor figurilor simple și însumarea lor se obține aria totală a poligonului.

2) *Procedul trapezelor înscrise.* Suprafața limitată de confluența a două râuri (fig. 269) se poate determina prin trasarea aliniamentelor principale  $AB$  și  $AC$ , două din laturile triunghiului  $ABC$ , cît mai aproape de râuri, pentru a avea ordonate cît mai scurte. Ordonatele se aleg în așa fel, încît porțiunea de perimetru să fie rectilinie.

Se măsoară elementele figurilor simple care ne vor da aria triunghiului și ariile figurilor adiacente, care se însumează.

3) *Procedul trapezelor cu înălțimi egale.* Pe un aliniament principal  $AB$  (fig. 270) se iau lungimi egale  $A-1'$ ,  $1'-2'$ ... și se ridică perpendicularele respective cu ajutorul echerului arpentor (sau cu o busolă).

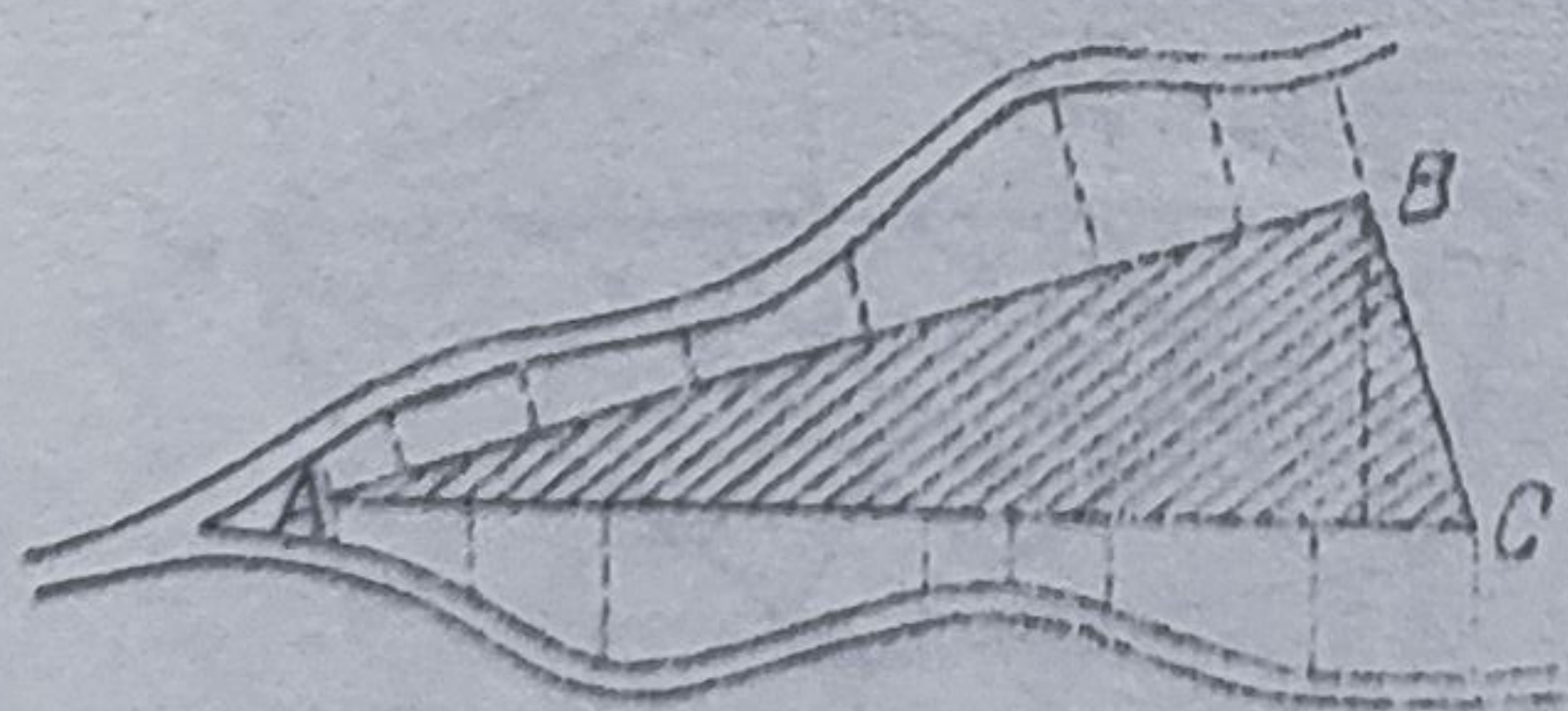


Fig. 269. Procedul trapezelor înscrise.

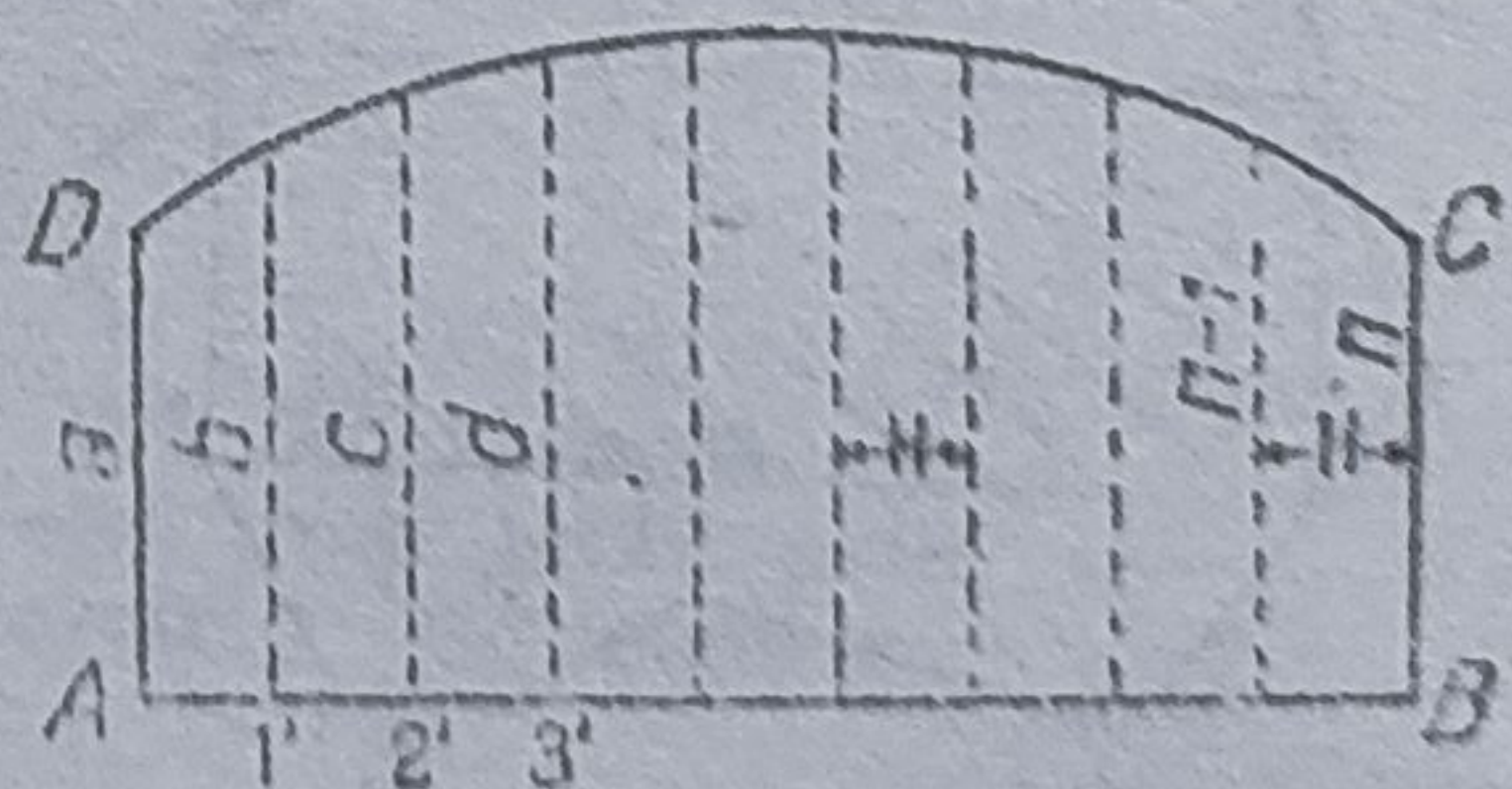


Fig. 270. Procedul trapezelor cu înălțimi egale.



Se măsoară ordonatele  $a, b, c, \dots, n$  și înălțimea  $H$ . Aria totală a poligonului  $ABCD$  va fi :

$$S = H \left( \frac{a + n}{2} + b + c + \dots + n - 1 \right).$$

## § 2. Arpentajul pe planuri și hărți topografice

a. **Metoda grafică.** Pentru determinarea unei arii pe un plan sau hartă se aplică, după caz, toate procedeele arpentajului propriu-zis; cu dubludcimetrul se măsoară elementele figurilor geometrice simple, se transformă la scară și se calculează ariile, care însumate dau aria totală. Perpendicularele se ridică cu compasul.

b. **Metoda mecanică.** Ariile cu contur neregulat de pe planuri sau hărți se pot determina cu ajutorul instrumentului numit **planimetru** (fig. 271).

Planimetrul se compune dintr-un *braț polar*  $BP$  care se poate roti în jurul unui punct fix numit *polul* planimetrului și un *braț mobil* (motor)  $AB$ , de lungime  $L$ , articulat brațului polar și care dispune la capăt de un vîrf ascuțit cu care se urmărește conturul ariei de planimetrat.

În mișcarea brațului mobil, punctul  $B$  descrie un cerc, astfel că brațul  $AB$  ocupă diferite poziții:  $A'B', A''B''$  etc. (fig. 272).

Pornind dintr-o poziție oarecare  $AB$ , după parcurgerea conturului se revine în punctul de plecare. Dacă  $A$  și  $A'$  sînt cele două puncte în care brațul mobil este tangent la suprafața  $S$ , și  $B$  și  $B'$  pozițiile extreme ale articulației, în timpul unui tur complet al perimetrului brațul  $AB$  acoperă elementele suprafeței cuprinse între arcul de cerc  $B'', B, B' B'''$  și curba  $A, A'', A''', A'$ .

Aria  $S$  este egală cu suma ariilor acoperite prin deplasarea ansamblului format de cele două brațe pe conturul suprafeței de determinat.

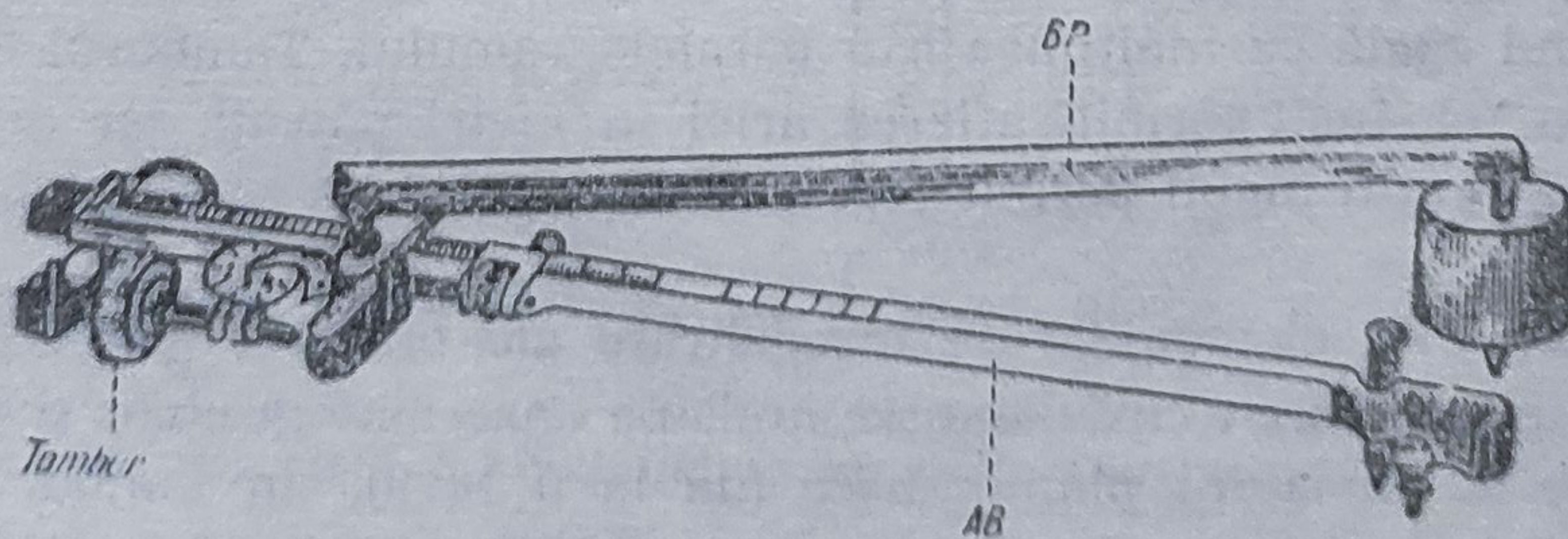


Fig. 271. Planimetrul integrator.



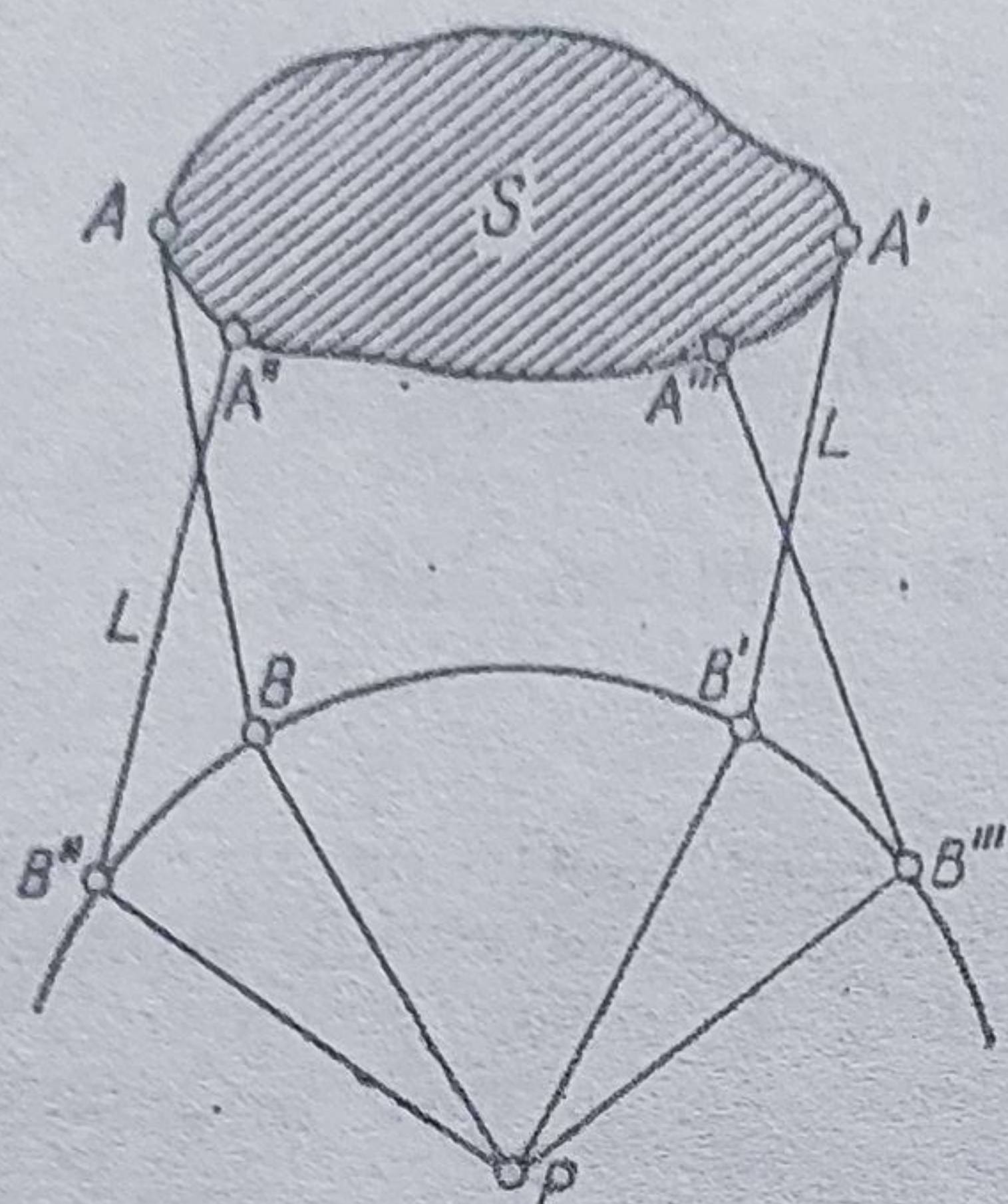


Fig. 272. Principiul planimetrului.

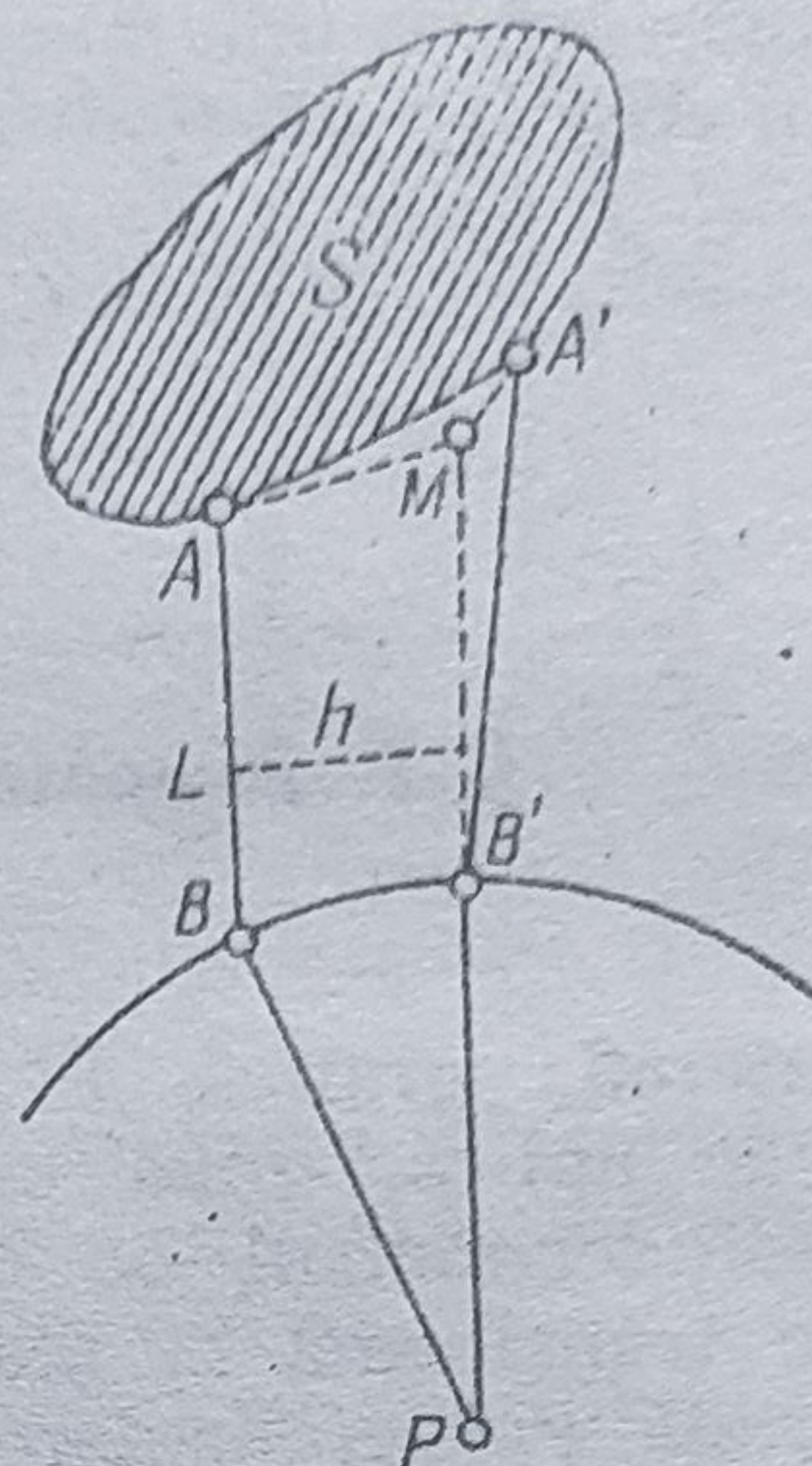


Fig. 273. Înregistrarea suprafețelor.

Un tambur plasat pe brațul  $AB$  este antrenat în deplasarea acestuia într-un sens sau în altul. În fața unui index cu vernier se citesc diviziunile care reprezintă rotirea tamburului, obținându-se suma algebrică a învîrtilor efectuate cînd punctul  $A$  descrie conturul suprafeței.

Considerînd o deplasare elementară a brațului  $AB$  în  $A'B'$  (fig. 273), suprafața „măturată” în această deplasare se descompune în trei suprafețe: paralelogramul  $ABMB'$ , triunghiul  $A'B'M$  și triunghiul  $AA'M$ , care fiind foarte mic se neglijează.

Brațul  $AB$  efectuează două mișcări: o mișcare de translație din  $AB$  în  $MB'$  și una de rotație din  $B'M$  în  $B'A'$ .

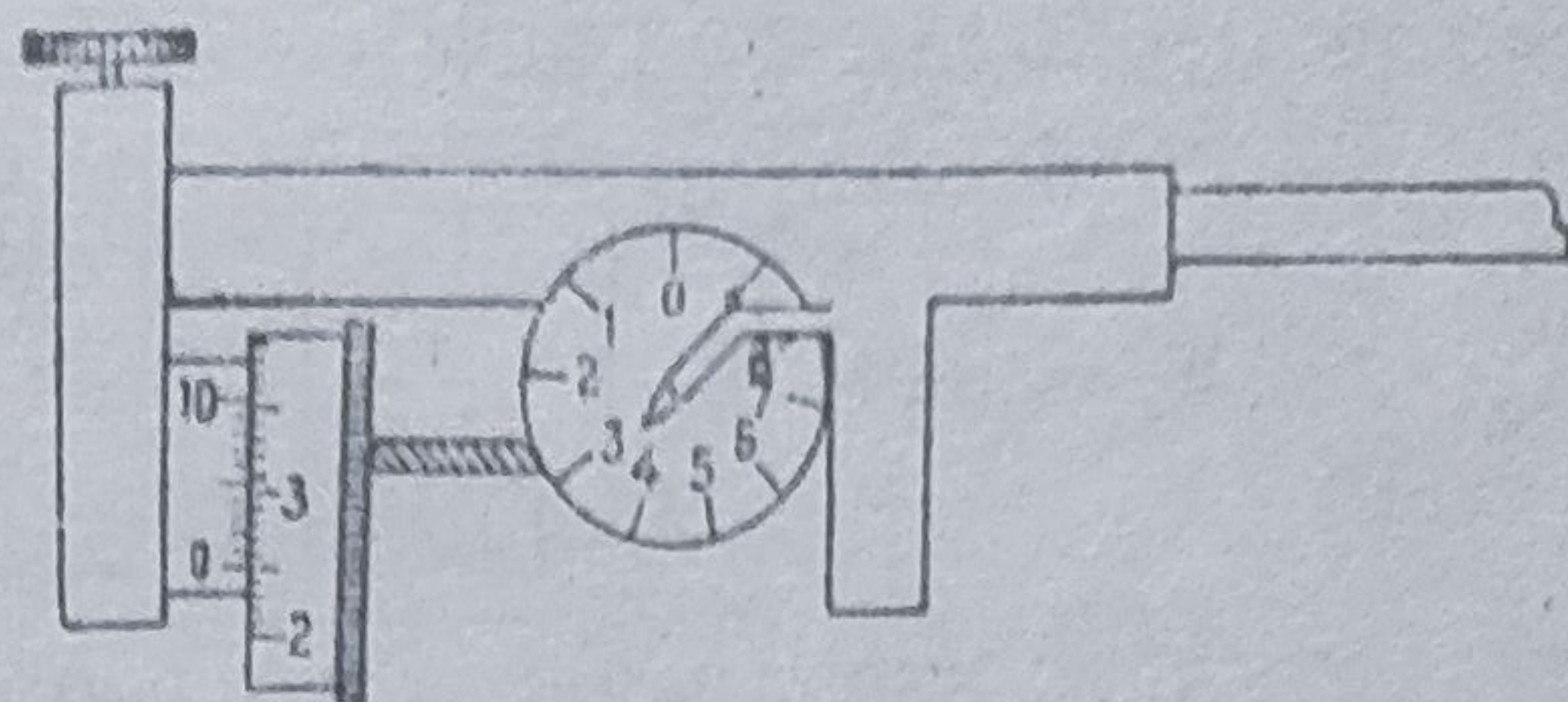
Intrucît brațul  $AB$  revine în punctul de plecare, mișcarea de rotație se anulează, în consecință aria totală planimetrată va fi dată de suma ariilor paralelogramelor de lungime  $L$  și înălțime  $h$ .

În timpul deplasării, tamburul gradat alunecă și se învîrtește, învîrtirea sa fiind egală cu înălțimea  $h$  a paralelogramului. Tamburul este gradat în așa fel, încît permite aflarea ariei în metri pătrați, iar diviziunile gravate pe brațul mobil permit reglarea distanței  $L$  la scara planului sau a hărții.

În figura 274, elementele de înregistrare ale brațului mobil sînt formate dintr-un cadran circular orizontal, pe care sînt gradate și numerotate miile de diviziuni planimetrice (de la 0 la 9), un tambur vertical pe care sînt gradate zecile și numerotate sutele de diviziuni și un vernier cu 10 gradații, care permite citirea pînă la unitate.



Fig. 274. Elementele de înregistrare ale planimetrului.



În figura 274 se citesc 3 250 diviziuni planimetrice.

Pentru obținerea suprafețelor cu ajutorul planimetrului se deosebesc două cazuri, în funcție de poziția polului planimetrului :

1) Când polul planimetrului se află în exteriorul suprafeței de măsurat. În acest caz, se reglează lungimea  $L$  a brațului mobil la scara planului și se constată prin încercare dacă brațul poate cuprinde întregul contur.

Se fixează vârful brațului într-un punct al conturului și se citește în ordine numărul de diviziuni planimetrice (miile de diviziuni pe cadranul orizontal, sutele și zecile în dreptul diviziunii zero de pe vernier, iar unitățile pe vernier, urmărind rangul primei gradații de pe vernier, care se află în prelungirea unei gradații de pe tamburul vertical); aceasta constituie prima citire. Se deplasează apoi vârful planimetrului pe conturul suprafeței, în sensul acelor de ceasornic, pînă se revine în punctul de plecare; se execută a doua citire, corespunzătoare parcurgerii complete a conturului.

Diferența între cele două citiri,  $C_1$  și  $C_2$ , dă numărul de diviziuni planimetrice, care reprezintă rotirea tamburului cînd punctul  $A$  parcurge conturul suprafeței. Aria va fi :

$$S = (C_2 - C_1) \cdot n, \quad [1]$$

unde  $n$  este numărul de metri pătrați corespunzători unei diviziuni planimetrice.

Pentru verificare se repetă operația în sens invers și se ia media celor două diferențe.

În cazul că scara planului (hărții) diferă de scara planimetrului, trebuie să multiplicăm produsul [1] cu pătratul raportului celor două scări :

$$S' = (C_2 - C_1) \cdot n \cdot \left[ \frac{\frac{1}{E'}}{\frac{1}{E}} \right]^2 \quad [2]$$

unde  $\frac{1}{E'}$  este scara planimetrului, iar  $\frac{1}{E}$  scara hărții.

*Exemplu.* Pe un plan la scara 1:10 000 am măsurat, cu un planimetru reglat la scara 1:1 000, suprafața  $S_1$ , obținînd următoarele citiri medii :

$$C_1 = 1\,825 \text{ și } C_2 = 2\,465$$

$$C_2 - C_1 = 2\,465 - 1\,825 = 640$$



Avînd pentru scara 1 : 1 000  $n = 10 \text{ m}^2$ , suprafața va fi :

$$S_1 = 640 \cdot 10 \cdot \left[ \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{10000}} \right]^2$$

$$S_1 = 640 \cdot 10 \cdot 10^2 = 640\,000 \text{ m}^2 = 0,64 \text{ km}^2.$$

2) Cînd polul planimetrului se află în interiorul suprafeței de măsurat. Dacă suprafața de determinat este mare, planimetrul se fixează cu polul în interior. În acest caz, trebuie să ținem cont de constanta planimetrului la diferite scări, care se adună la numărul de diviziuni citite în urma parcurgerii complete a conturului suprafeței.

Atunci,

$$S_2 = (C_2 - C_1 + k) \cdot n \cdot \left[ \frac{\frac{1}{E'}}{\frac{1}{E}} \right]^2 \quad [3]$$

unde  $k$  este constanta planimetrului.

*Exemplu.* Pe un plan la scara 1 : 5 000, în urma măsurării cu un planimetru Coradi fixat la scara 1 : 500 s-a obținut diferența mediilor citirilor  $C_2 - C_1 = 150$  diviziuni planimetrice.

Pentru scara 1 : 500, în tabloul anexat planimetrului găsim  $k = 24\,639$  și  $n = 2 \text{ m}^2$ ; înlocuind în relația [3] se obține :

$$S_2 = (150 + 24\,639) \cdot 2 \cdot \left[ \frac{\frac{1}{500}}{\frac{1}{5000}} \right]^2$$

$$S_2 = 24\,789 \cdot 2 \cdot 10^2 = 4\,957\,800 \text{ m}^2 = 4,9578 \text{ km}^2.$$

c. **Metoda analitică.** Metoda analitică permite determinarea prin calcul a unei arii poligonale, cînd se cunosc coordonatele rectangulare ale vîrfurilor poligonului.

Fie poligonul cel mai simplu, triunghiul  $ABC$ , unde vîrfurile triunghiului au coordonatele  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  și  $C(x_3, y_3)$  (fig. 275). Din fiecare

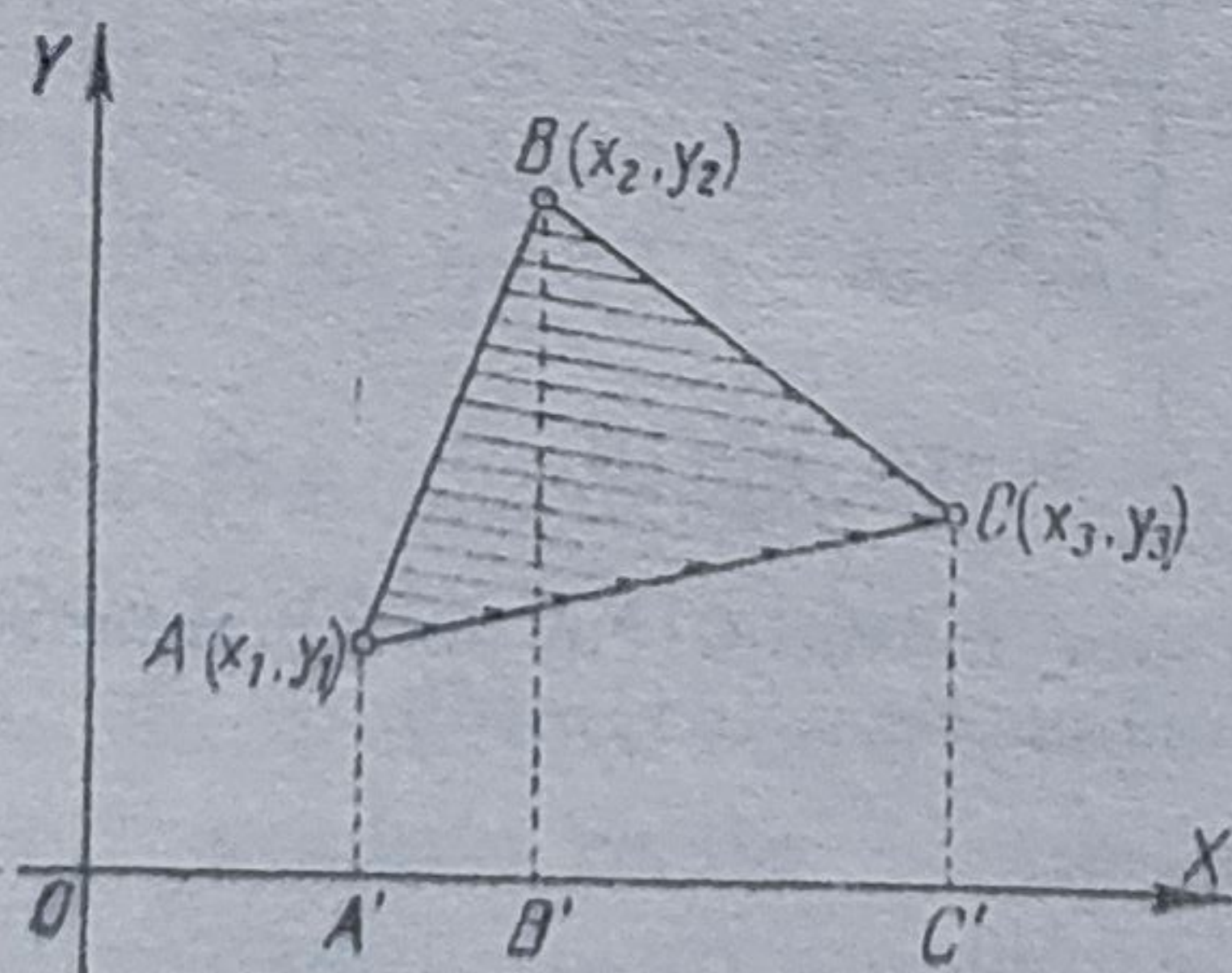


Fig. 275. Metoda analitică.



vîrf se coboară perpendiculară pe cele două axe, reprezentînd abscisele și ordonatele punctelor respective. Aria triunghiului  $ABC$  se determină astfel : se adună ariile trapezelor  $AA'B'B$  și  $BB'C'C$  și se scade aria trapezului  $AA'C'C$ .

Aria trapezului fiind  $\frac{1}{2}(B + b)$ , putem scrie :

$$S = \frac{A'B'}{2}(AA' + BB') + \frac{B'C'}{2}(BB' + CC') - \frac{A'C'}{2}(AA' + CC')$$

$$2S = (x_2 - x_1)(y_1 + y_2) + (x_3 - x_2)(y_2 + y_3) - (x_3 - x_1)(y_1 + y_3).$$

Dacă desfacem parantezele și dăm factor comun parțial pe  $y$ , obținem :

$$2S = y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1)$$

sau, dacă se dă factor comun  $x$ ,

$$2S = -x_1(y_3 - y_2) - x_2(y_1 - y_3) - x_3(y_2 - y_1).$$

Pentru un poligon cu  $n$  laturi,

și

$$2S = \sum y_n(x_{n-1} - x_{n+1})$$

$$2S = -\sum x_n(y_{n-1} - y_{n+1}).$$



## Ridicări expeditiv

Cînd se cere o urgență mare la ridicarea unui anumit teritoriu și care nu necesită precizie, cum este cazul ridicărilor din cadrul unei excursii geografice, a ridicărilor de recunoaștere în vederea unei construcții, proiectării unui plan de mină, în lucrările militare de recunoaștere etc., se procedează expeditiv, utilizînd, în general aceleași metode topografice ca și la ridicările propriu-zise (regulate).

Măsurarea distanțelor și a unghiurilor orizontale și verticale se face expeditiv, cîteodată din vedere, folosind instrumente simple, portative, care dau o precizie mică.

Punctele de sprijin ale ridicării se determină cu aparate topografice precise ; în cazul că acestea lipsesc, se alege arbitrar un punct de la care începe ridicarea teritoriului respectiv (ridicarea din vedere).

Instrumentele utilizate în ridicarea expeditivă (ridicarea semiinstrumentală) sînt :

- instrumente pentru măsurarea directă a distanțelor, ca panglica, ruleta etc. sau o sfoară etalonată ;
- o planșetă portativă sau un carton cu bretele (fig. 276) ;
- o busolă topografică ;
- un eclimetru de buzunar ;
- un altimetru ;
- o alidadă cu pinule ;

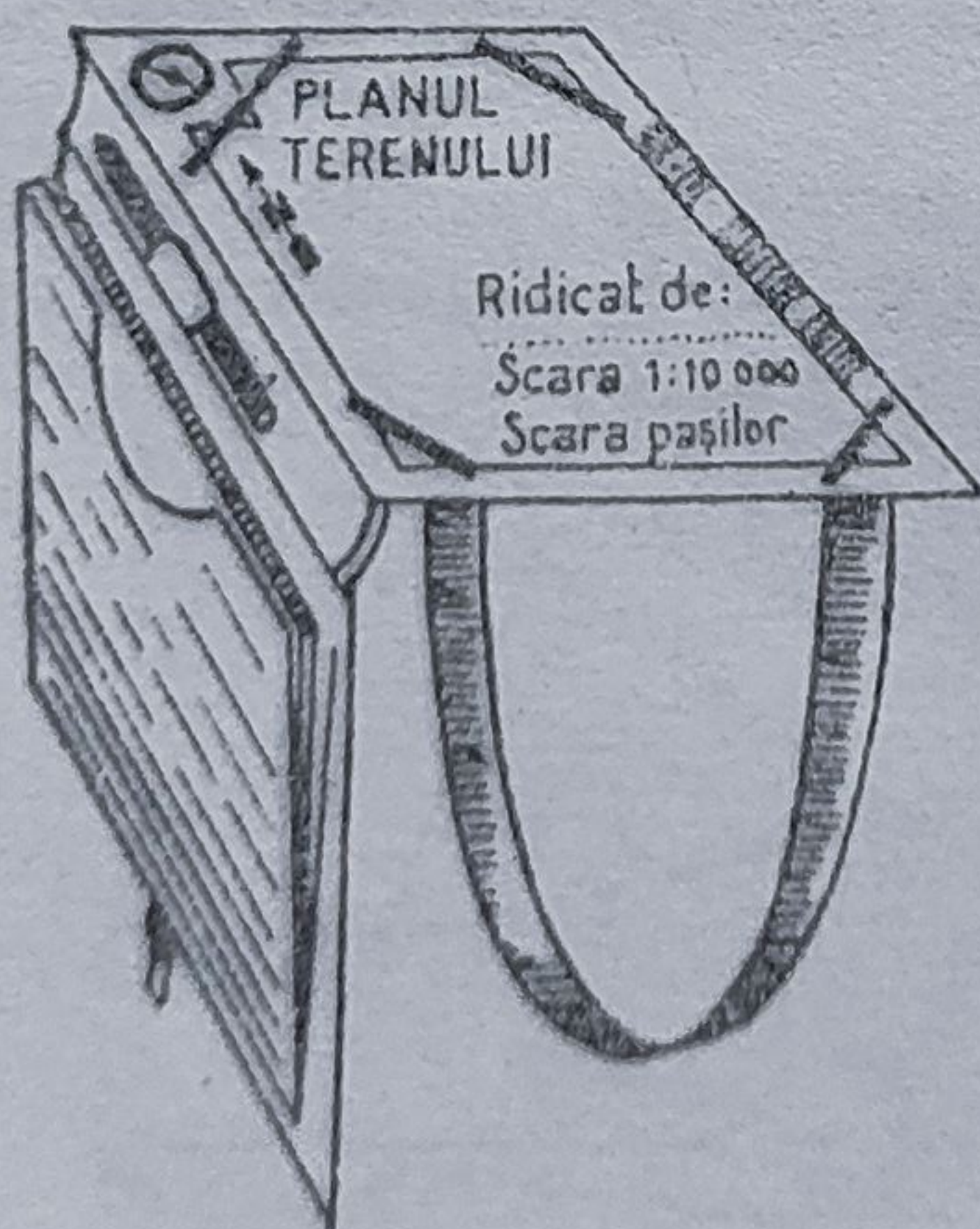


Fig. 276. Planșeta cu bretele.



- o riglă prismatică, divizată în milimetri sau în miimi;
- un binoclu;
- un telemetru manual etc.

Metoda principală utilizată la ridicările expeditivă și din vedere este drumuirea, combinată cu radieri, intersecții și aliniamente cu abscise și ordinate.

Pentru traseul principal (itinerar) se aplică drumuirea (întinsă sau închisă); pentru orientarea lucrării se utilizează busola sau însăși direcția itinerarului.

Pentru ridicarea detaliilor din imediata apropiere a itinerarului — până la 15—20 m — se folosește metoda aliniamentelor cu abscise și ordinate; pentru cele îndepărtate, intersecția directă; elementele de detaliu dinafara itinerarului, până la care se pot măsura sau aprecia distanțele, sînt raportate prin radieră, care permite determinarea oricărui punct prin vizarea lui și măsurarea distanței de la punctul de stație până la punctul respectiv.

Cotele sau diferențele de nivel între punctele de pe itinerar și punctele necunoscute din jur se obțin fie prin nivelment barometric, cu ajutorul unui altimetru, fie prin nivelment trigonometric, cunoscînd unghiurile verticale, care se măsoară cu un eclimetru de buzunar și distanțele de la punctul de stație la fiecare punct necunoscut.

Distanțele, la ridicările expeditivă, se măsoară cu ruleta sau o sfoară etalonată (dacă timpul permite). De cele mai multe ori, acestea se determină „din mers”, cu pasul, după ce în prealabil pasul a fost etalonat.

Pentru ușurința transformării pașilor în metri, pe hîrtia de pe planșetă se construiește o scară grafică a pașilor sau se utilizează o riglă cu o scară a pașilor și alta a metrilor (fig. 277).

Pentru punctele dinafara itinerarului, distanțele se măsoară cu un binoclu sau se apreciază.

Binoclul, gradat unghiular în miimi (binoclul de artilerie), poate fi utilizat și la măsurarea distanțelor. În figura 278 este dat principiul măsurării distanțelor cu binoclu:

$$\frac{D}{d} = \frac{1\,000}{m}, \text{ deci } D = d \frac{1\,000}{m},$$

unde  $m$  este valoarea în miimi a diviziunilor binoclului.

Scala binoclului este divizată de obicei din 5 în 5 miimi; pentru o distanță  $D$  de 1 000 m, distanța  $d$  de 5 m se va vedea sub un unghi egal cu valoarea celei mai mici diviziuni a scalei (5‰).

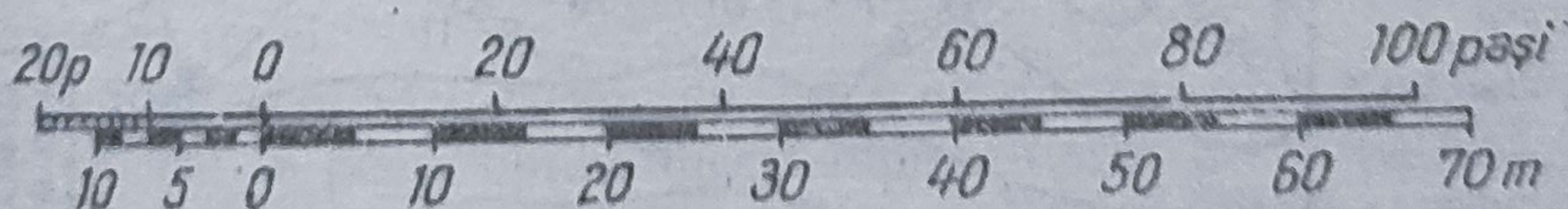


Fig. 277. Scara pașilor.



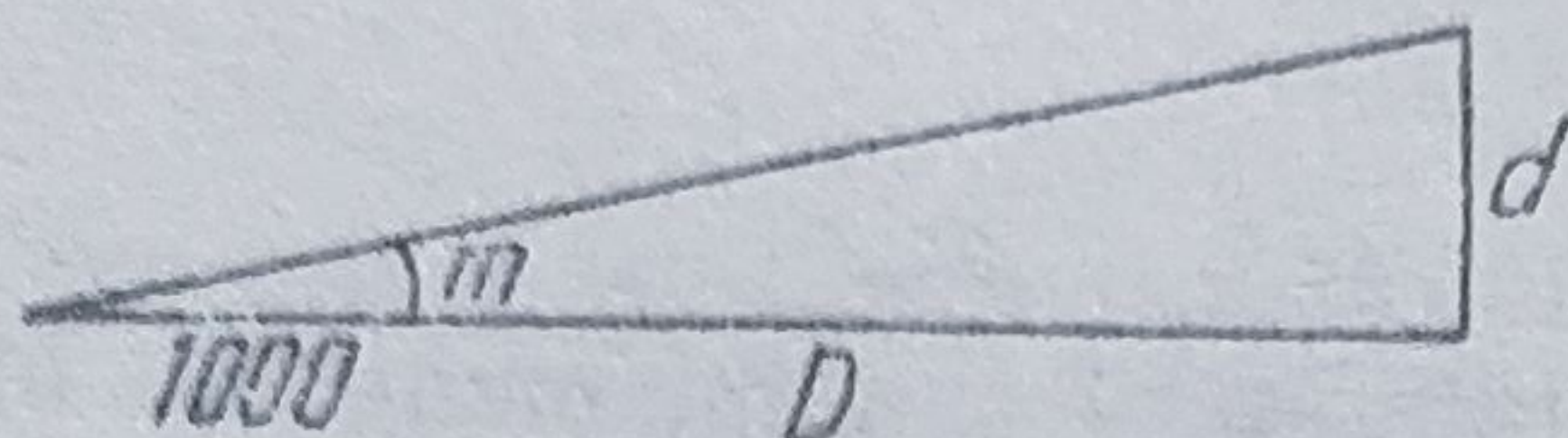


Fig. 278. Principiul măsurării distanțelor cu binoclul.

*Exemplu.* Se cere distanța pînă la un stîlp de înaltă tensiune de 15 m înălțime, care se vede sub un unghi de 20‰ (4 diviziuni).

$$D = 15 \cdot \frac{1000}{5.4} = 750 \text{ m.}$$

Ridicarea expeditivă (din vedere) se poate executa atît cu planșeta, cît și cu busola.

1) *Executarea lucrării cu planșeta.* Se așază pe planșetă o coală de hîrtie, de preferință milimetrică și se orientează în punctul A, punct de plecare, fie cu o busolă, fie prin vizarea unui punct sau a unei direcții cunoscute, utilizînd ca instrument o riglă prismatică sau o alidadă cu pinule.

În punctul A, privind în față diferitele direcții, se trasează din vedere, ridicînd planșeta sau cartonul la înălțimea ochiului și vizînd pe deasupra riglei prismatice.

În primul rînd, în exemplul din figura 279 se trasează itinerarul principal AB, apoi direcțiile 1 și 2 spre puncte mai îndepărtate, care

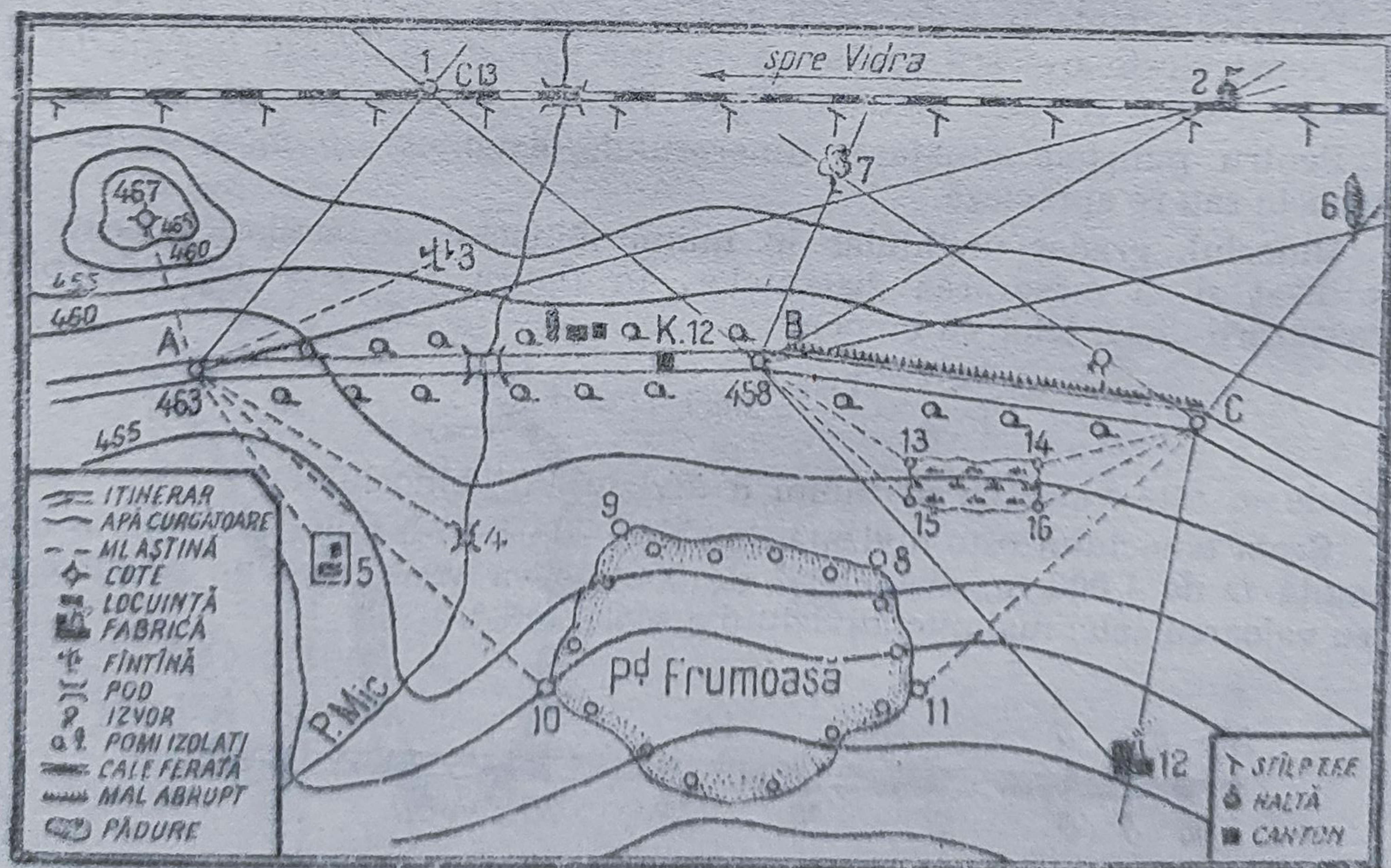


Fig. 279. Ridicarea de itinerar.



urmează să fie determinate prin intersecție, apoi spre punctele 3, 4 și 5, a căror poziție se stabilește prin radiere, după ce se măsoară sau se apreciază distanțele; detaliile 3, 4 și 5 se conturează.

Operatorul se deplasează apoi din punctul A spre B, măsurînd distanța cu pasul și fără a se opri, folosind metoda aliniamentelor cu abscise și ordinate, ridică din vedere perpendiculare în dreptul fiecărui detaliu pe care îl raportează pe planșetă, după ce a apreciat lungimea acestora.

În felul acesta apar pe planșetă pomii și stîlpii telegrafici din lungul itinerarului, așezările omenești cu limitele lor, podurile, micile sinuozități ale drumului, care nu afectează direcția generală AB etc. Se continuă reprezentarea tuturor detaliilor de pe itinerar și din apropiere, pînă se ajunge în punctul B, unde se schimbă direcția generală a aliniamentului principal.

În punctul B se orientează din nou planșeta, fie prin vizare inversă BA, fie cu busola, apoi se vizează punctul C, pentru a se stabili al treilea punct al itinerarului și a doua latură a acestuia. În acest punct se completează vizările pe punctele 1 și 2, care vor apărea pe planșetă prin intersecție. În continuare se trasează vizările de radieri.

Cu aceste puncte reprezentate pe planșetă se completează desenul detaliilor terenului, extinzîndu-l tot mai mult, pînă la limita punctelor de intersecție. Toate detaliile cuprinse între limitele contururilor ce pot fi cuprinse pe planșetă și care nu au fost vizate, cum sînt culturile, văile etc., se completează din vedere cu linii continue, dacă sînt sigure, sau cu linii întrerupte, dacă sînt incerte.

Între punctele B și C se procedează identic.

La ridicarea expeditivă, lungimile vizărilor pe itinerar depind de numărul detaliilor de ridicat între două stații de drumuire și de timpul de care dispunem. Lungimile vizărilor intersecțiilor depind de scara adoptată, în așa fel ca vizările să se intersecteze în cadrul planșetei.

La radieri, distanțele se apreciază. În cazul că nu se pot aprecia, se utilizează intersecția.

Distanțele pe itinerar se măsoară cu pasul, cu un podometru sau cu un cronometru, cunoscînd viteza de marș ( $s = v \cdot t$ ).

Cotele absolute ale punctelor se pot trece direct pe aliniamentul principal cînd dispunem de un altimetru sau se determină diferențele de nivel, măsurînd, pe lîngă distanțe, și unghiurile verticale, cu ajutorul unui eclimetru. Pentru punctele dinafara itinerarului, cotele relative se apreciază. Tot expeditiv, cînd este necesar, se trasează prin interpolare și curbele de nivel.

2) *Executarea lucrării cu busola.* Dacă nu dispunem de o planșetă portativă pe care se poate obține direct reprezentarea grafică a itinerarului și a detaliilor din jur, se întocmește un grafic expeditiv, executînd măsurarea unghiurilor orizontale din teren cu ajutorul unei busole.



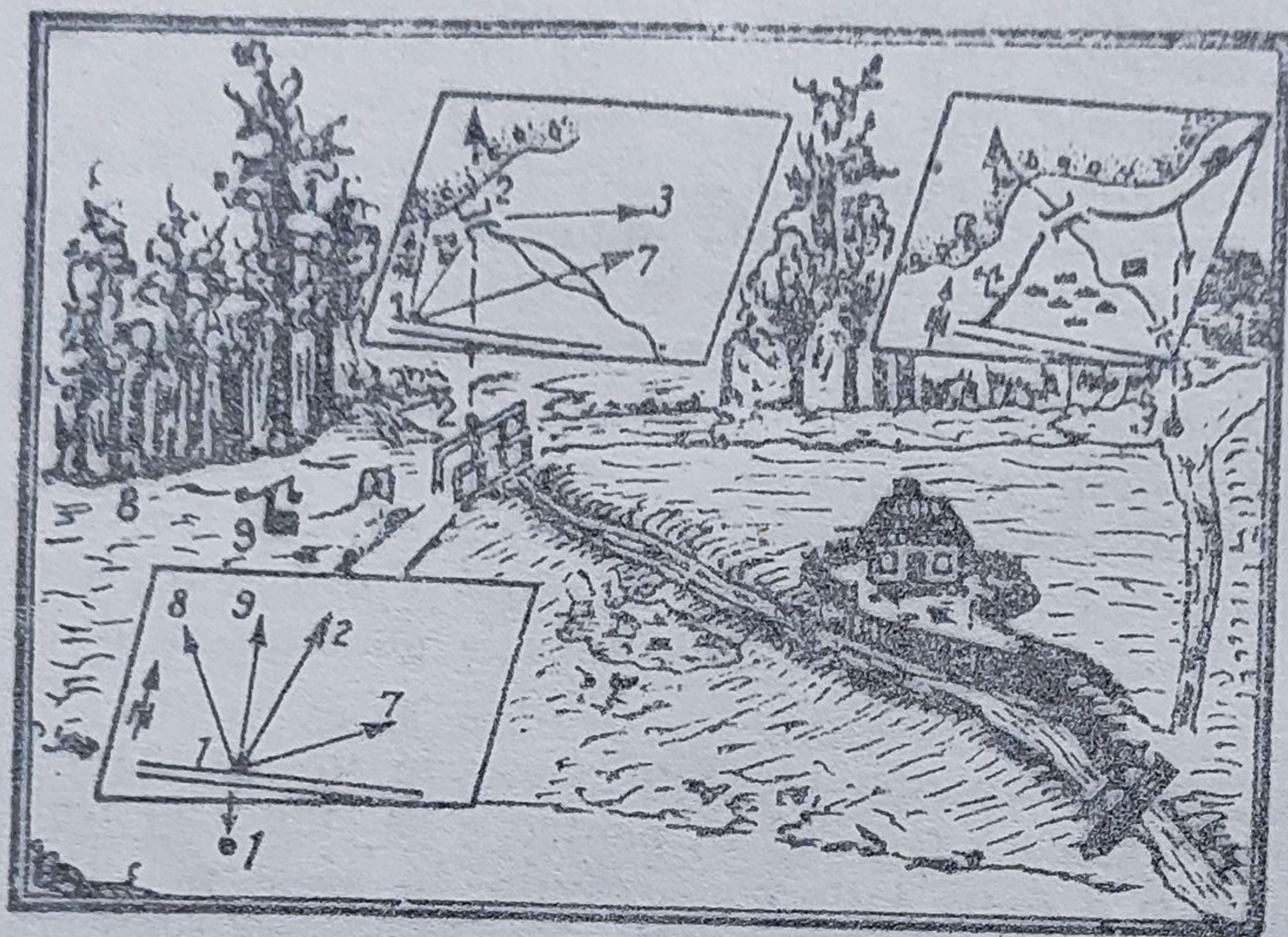


Fig. 280. Schița detaliilor la ridicarea de itinerar.

Metodele topografice sînt aceleași ca la planșetă. Datele obținute în teren se trec într-un carnet de observații, iar pe o schiță (fig. 280), elementele unghiulare ale detaliilor, distanțele măsurate cu pasul, cu metrul sau apreciate, unghiurile verticale etc.

Utilizînd datele din carnet și schița întocmită pe teren, la birou, cu ajutorul unei rigle și a unui raportor, se construiesc întîi punctele principale ale itinerarului — punctele de drumuire — în care apoi se raportează direcțiile măsurate în teren, prin azimutele lor magnetice. Pe fiecare direcție se raportează distanțele măsurate sau apreciate în teren, reduse la scara aleasă pentru planul lucrării, pentru punctele determinate prin radiere; pentru punctele obținute prin intersecție se urmăresc vizările pentru același punct, trasate din cel puțin două puncte de pe itinerar.

La ridicările exepeditiv se utilizează mai ales planșeta, pentru rapiditatea cu care se obține planul terenului.



## Noțiuni de fotogrammetrie

### § 1. Generalități

Fotogrammetria este știința care are ca scop obținerea planurilor și hărților topografice după fotografii.

Primele ridicări fotogrammetrice s-au efectuat pe la jumătatea secolului al XIX-lea, dar ca știință independentă, cu tehnică fotogrammetrică adecvată, apare numai după primul război mondial.

Fotogrammetria a evoluat paralel cu dezvoltarea societății umane, cu progresele științei și tehnicii, îmbunătățindu-și atât ritmul, cât și procedeele de obținere a hărților.

Ridicările fotogrammetrice se caracterizează printr-un mare randament, fidelitate în reprezentare, timp și cost redus.

Ca și topografia, fotogrammetria se sprijină pe puncte ale canevasului geodezic al țării.

În afară de aplicațiile pe care le are în domeniul științelor măsurătorilor terestre, fotogrammetria se utilizează astăzi în astronomie, medicină, arheologie, biologie, meteorologie, geografie, geologie, electronică etc. Dacă ne referim numai la punctul de vedere topografic, această știință este numită în general *fototopografie*.

Piesa de bază rezultată în urma operațiilor de fotografiere a terenului este *fotograma*, care poate fi luată pe teren, într-un punct cunoscut planimetric și altimetric, cu ajutorul unui aparat numit *fototeodolit*; ramura fotogrammetriei care se ocupă cu luarea și prelucrarea fotografiilor terestre se numește *geofotogrammetrie*. În aceste condiții, fotografiile (perspectivele) se obțin pe un plan vertical, caz nefavorabil pentru reprezentarea pe un plan orizontal, mai ales a planimetriei.

Fotograma se poate obține și în urma fotografierii din avion, cu ajutorul *camerei aerofotogrammetrice*; ramura fotogrammetriei care are ca scop obținerea și prelucrarea fotografiilor aeriene se numește *aerofotogrammetrie*.

Imaginile obținute pe fotografii aeriene apar pe un plan orizontal, având un aspect asemănător hărților.

După scopul urmărit, fotografiile se pot exploata în două feluri:

— izolat (câte o fotografie), când se obțin numai elementele planimetrice (fotogrammetria planigrafică) pe un plan redresat;



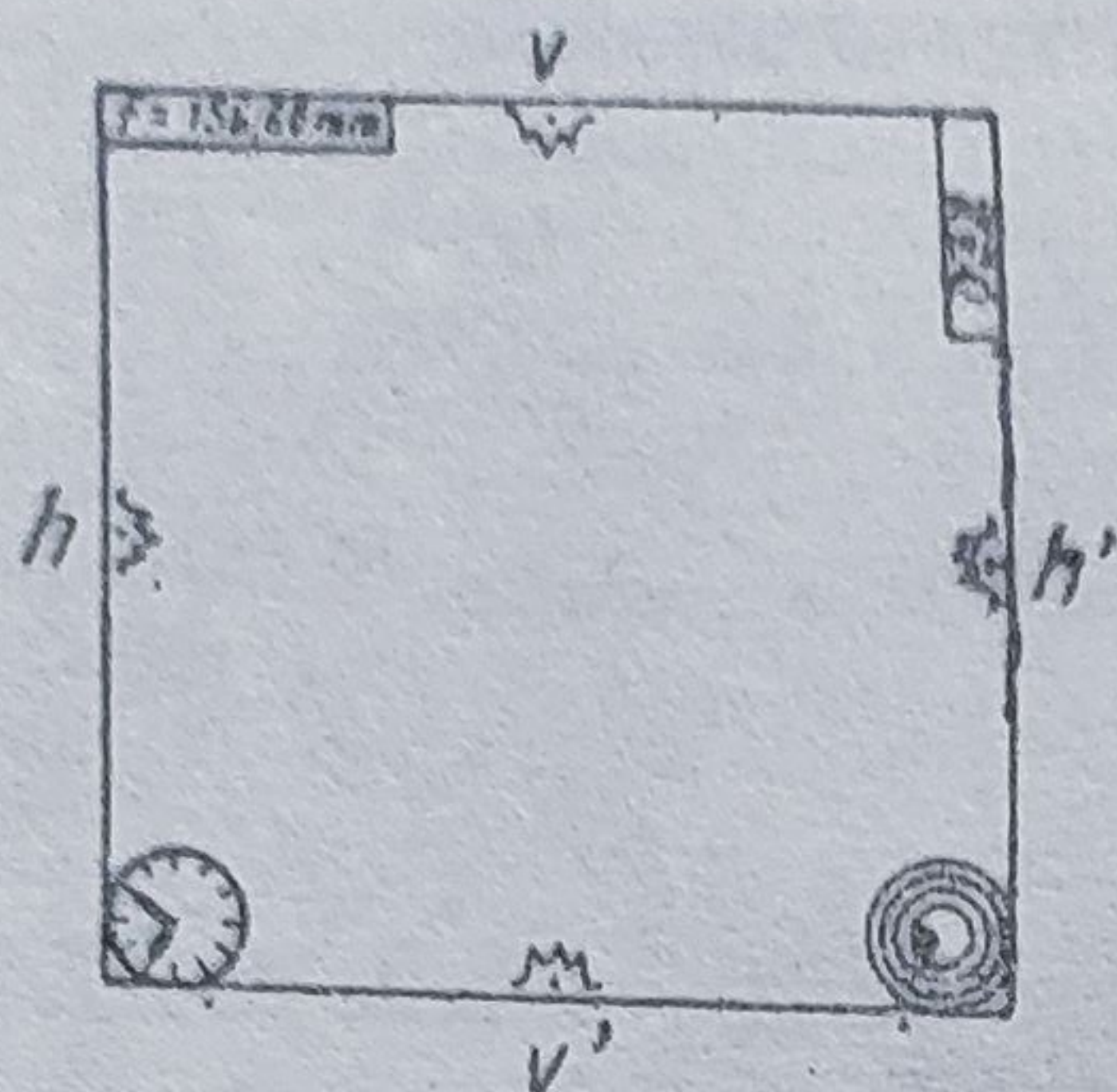


Fig. 281. Elementele fotogramei.

— în cupluri (perechi stereoscopice), cîte două fotograme succesive, cînd se exploatează zona comună a celor două fotograme (*fotogrammetria stereografică*), pe un plan restituit.

Fotograma este perspectiva conică a unei porțiuni de teren, spre deosebire de hartă, care este reprezentarea în proiecție paralelă, ortogonală a terenului respectiv.

Dimensiunile fotogramei sînt în general  $18 \times 18$ . Pe o fotogramă sînt înregistrate o serie de date caracteristice, ca (fig. 281) :

- indicii de referire  $hh'$  și  $vv'$ , care uniți dau un sistem de axe rectangulare a cărei origine reprezintă centrul fotogramei ;
- valoarea distanței focale  $f$  ;
- numărul de ordine al fotogramei ;
- ora fotografierii ;
- imaginea unei nivele care arată înclinarea aparatului în timpul zborului.

În afară de aceste elemente proprii oricărei fotograme, un lot de fotograme luat într-o anumită regiune mai cuprinde și datele următoare :

- locul și data fotografierii ;
- înălțimea de zbor (pentru aerofotograme).

O aerofotogramă cu latura  $l$  și lungimea corespunzătoare din teren  $L$ , distanța focală  $f$ , luată la înălțimea de zbor  $h$ , se leagă de teren prin relațiile (fig. 282)

$$\frac{f}{h} = \frac{l}{L} = \frac{1}{N}, \quad [1]$$

unde  $\frac{1}{N}$  reprezintă raportul de reducere (scara medie) a fotogramei.

Stereograma este formată din ansamblul a două fotograme (cuplu) luate din două puncte diferite și care, privite stereoscopic, dau efectul celei de-a treia dimensiuni — înălțimea.



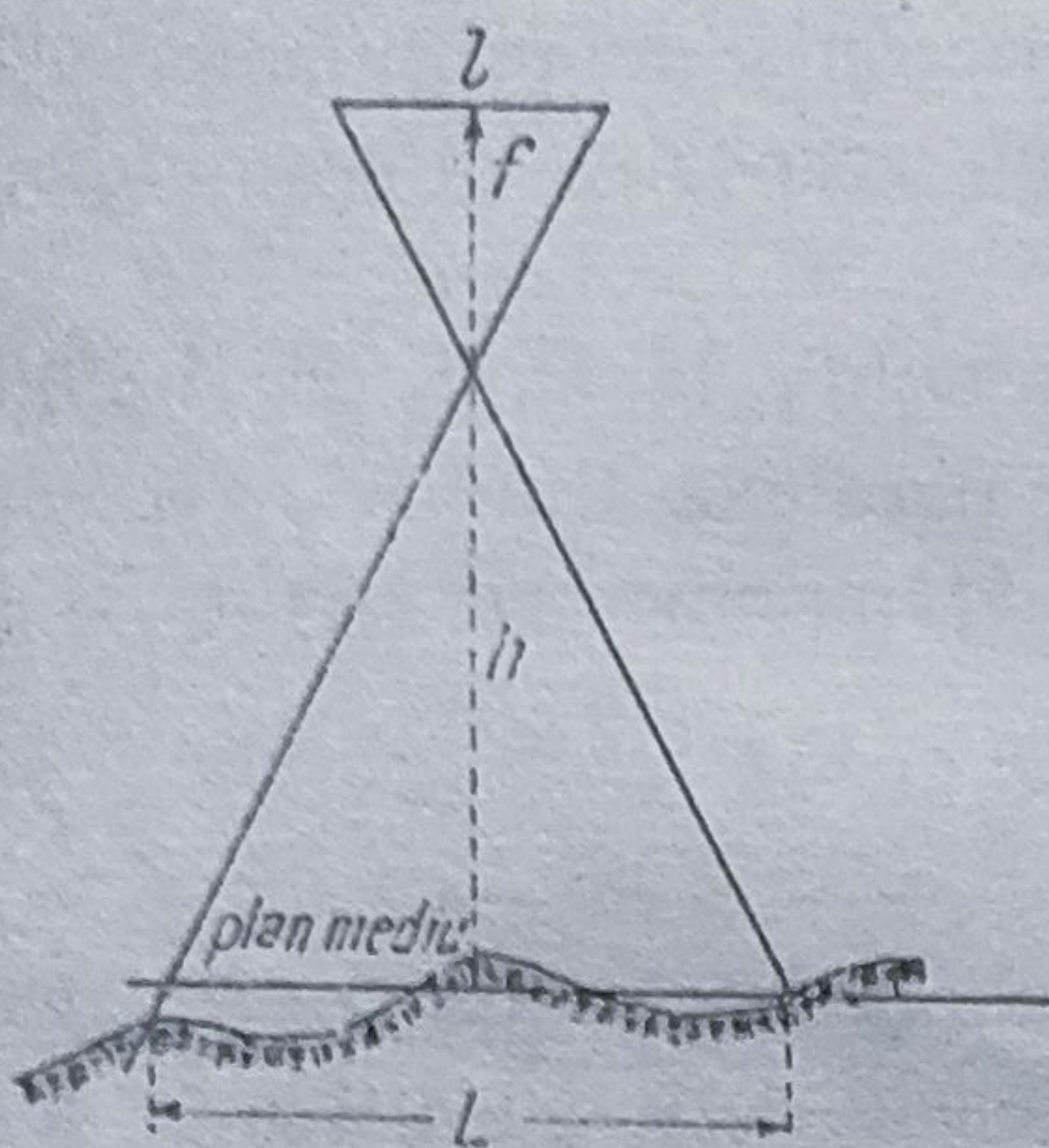


Fig. 282. Principiul aerofotogrammei.

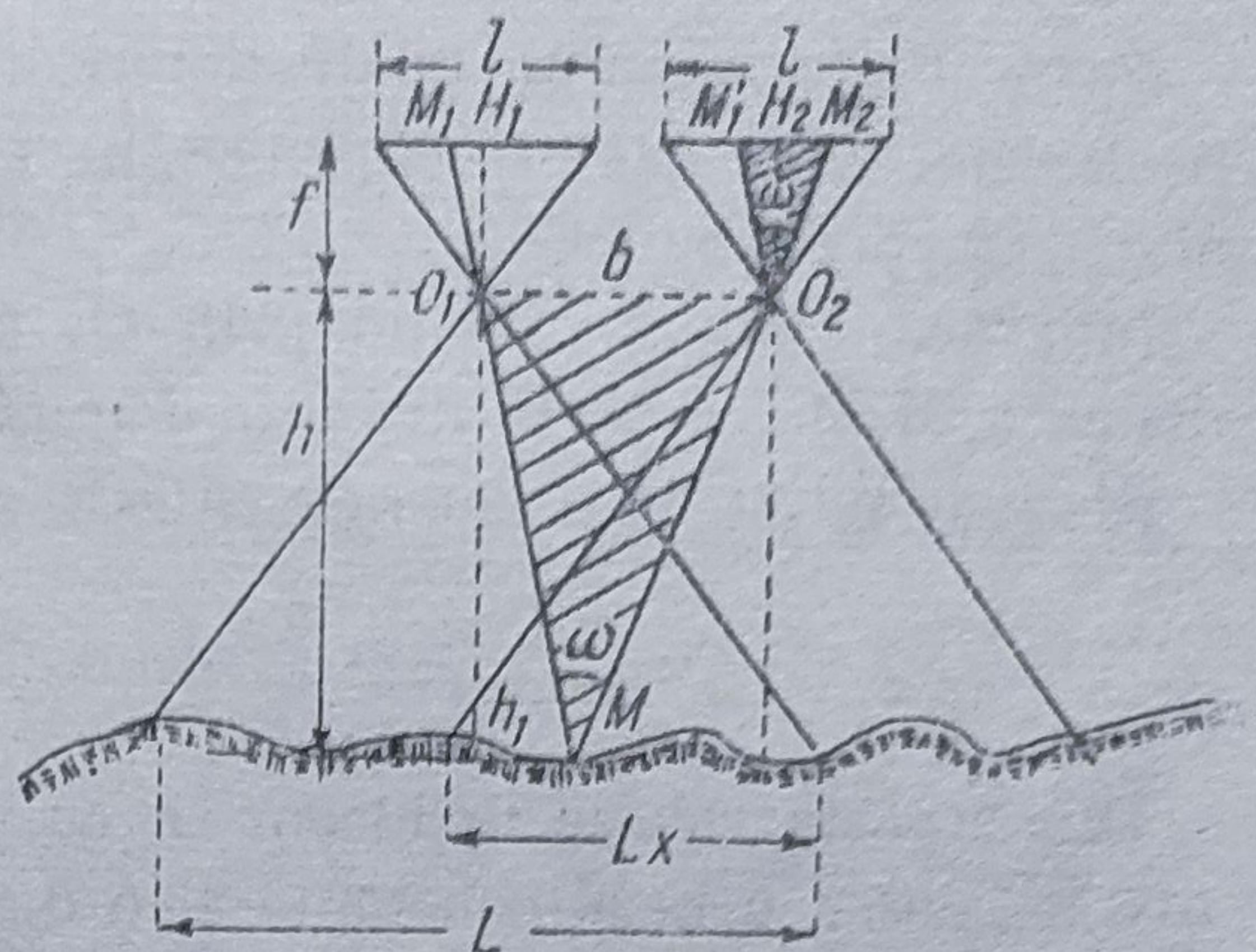


Fig. 283. Stereograma.

Considerînd două fotografii aeriene cu latura  $l$ , un punct  $M$  va apărea pe fotograme în  $M_1$  și  $M_2$  (fig. 283), sub un unghi de intersecție (unghi de convergență); cu cît unghiul  $\omega$  va fi mai mare, cu atît mai precis va fi determinat punctul  $M$ .

Dacă notăm cu  $Lx$  acoperirea ( $x$  — procentul de acoperire) și cu  $b$  baza de fotografiere (distanța dintre centrele de fotografiere  $O_1$  și  $O_2$ ) și utilizînd și notațiile din figura 282, vom avea :

$$L = b + Lx$$

$$L(1 - x) = b$$

[2]

$$L = \frac{b}{1 - x}$$

Înlocuind pe  $L$  în relația [1], obținem :

$$\frac{f}{h} = \frac{l}{b}(1 - x)$$

sau

$$\frac{b}{h} = \frac{l}{f}(1 - x).$$

[3]

Raportul  $\frac{b}{h}$ , numit *raportul bazei*, este în funcție de raportul  $\frac{l}{f}$  și de procentul de acoperire a fotogramelor conjugate. Acest raport indică valoarea unghiului de convergență (paralactic) și în consecință și precizia determinării înălțimilor, în cazul aerofotogrammetriei.

Pentru obținerea unei precizii mari este necesar ca distanța focală  $f$  să fie mare față de  $l$ , pentru a avea raportul  $\frac{b}{h}$  mare.



Pe o stereogramă se poate determina și diferența de profunzime sau profunzimea punctelor, cuprinse în cadrul ei, respectiv diferențele de nivel sau cotele punctelor.

În aceeași figură, ducînd prin  $O_2$  paralela  $O_2M'_1$  la  $O_1M_1$ , se obține distanța  $M_1M_2 = p$ , la distanța  $f$  unghiul de paralaxă fiind  $\omega' = \omega$ .

Din triunghiurile asemenea  $O_1O_2M$  și  $M_1M_2M$  putem scrie :

$$\frac{p}{f} = \frac{b}{h}, \text{ de unde } p = f \frac{b}{h}.$$

Din această relație deducem că cu cît paralaxa orizontală  $p$  este mai mare, pentru o bază constantă și o distanță focală dată, cu atît mai mic va fi  $h$  și invers.

Unei diferențe de paralaxă îi va corespunde o diferență corespunzătoare de înălțime.

Considerînd paralaxele  $p_1$  și  $p_2$ , vom avea corespunzător

$$p_1 = \frac{b}{h_1} \cdot f \text{ și } p_2 = \frac{b}{h_2} \cdot f;$$

unei diferențe de paralaxă  $dp = p_1 - p_2$  îi corespunde diferența de înălțime

$$dh = h_2 - h_1$$

$$dh = h_2 - h_1 = b \cdot f \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \right) = b \cdot f \cdot \frac{p_1 - p_2}{p_1 p_2} = \frac{b \cdot f}{p_1 p_2} \cdot dp.$$

Pentru o înălțime de zbor medie,  $h_m$ , căreia îi corespunde paralaxa orizontală medie  $p_m$ , putem scrie :

$$dh = \frac{b \cdot f}{p_m^2} \cdot dp = \frac{b \cdot f}{\frac{b^2 f^2}{h_m^2}} \cdot dp$$

sau

$$dh = \frac{h_m \cdot N}{b} \cdot dp,$$

unde  $N = \frac{h_m}{f}$  este numitorul scării.

Considerînd  $dp$  măsurată în milimetri și celelalte valori în metri, rezultă :

$$dh = \frac{h_m \cdot N}{b \cdot 1000} \cdot dp;$$



deoarece, pentru un cuplu, raportul

$$\frac{h_m \cdot N}{b \cdot 1000} = K,$$

putem scrie

$$h = K \cdot dp.$$

Exemplu. Cunoscînd  $h_m=800$ ,  $N=5\,000$ ,  $b=500$  și  $dp=0,50$  mm, să se afle  $dh$ .

$$dh = \frac{800 \cdot 5\,000}{400 \cdot 1\,000} \cdot 0,50 = 5 \text{ m}$$

$$dh = 5 \text{ m.}$$

**Fotografierea.** Operația de fotografiere poate să aibă loc la suprafața terestră sau din avion.

În geofotogrammetrie, pentru luarea fotogramelor se utilizează fototeodolitele, alcătuite dintr-un teodolit și o cameră fotografică (fig. 284). Teodolitul permite determinarea poziției punctului de stație, iar camera este utilizată pentru fotografiere.

Punctele de stație ale fototeodolitului trebuie alese în așa fel, încît să permită fotografierea regiunii date, evitîndu-se zonele ascunse sau mascate. Raportul bazei va avea valori medii cuprinse între 1 : 4 și 1 : 20.

Geofotogrammetria se pretează mai ales regiunilor accidentate sau foarte accidentate (versanți abrupti, faleze etc.) (fig. 285). În carnetul de observații se trec datele geodezo-topografice pentru definirea planimetrică și altimetrică a punctelor, precum și direcția de fotografiere și înclinarea axei fototeodolitului în momentele fotografierii.

La aerofotogrammetrie, luarea fotografiilor se face cu ajutorul camerei fotoaeriene (fig. 286), instalată pe un avion special amenajat pentru luarea fotografiilor.

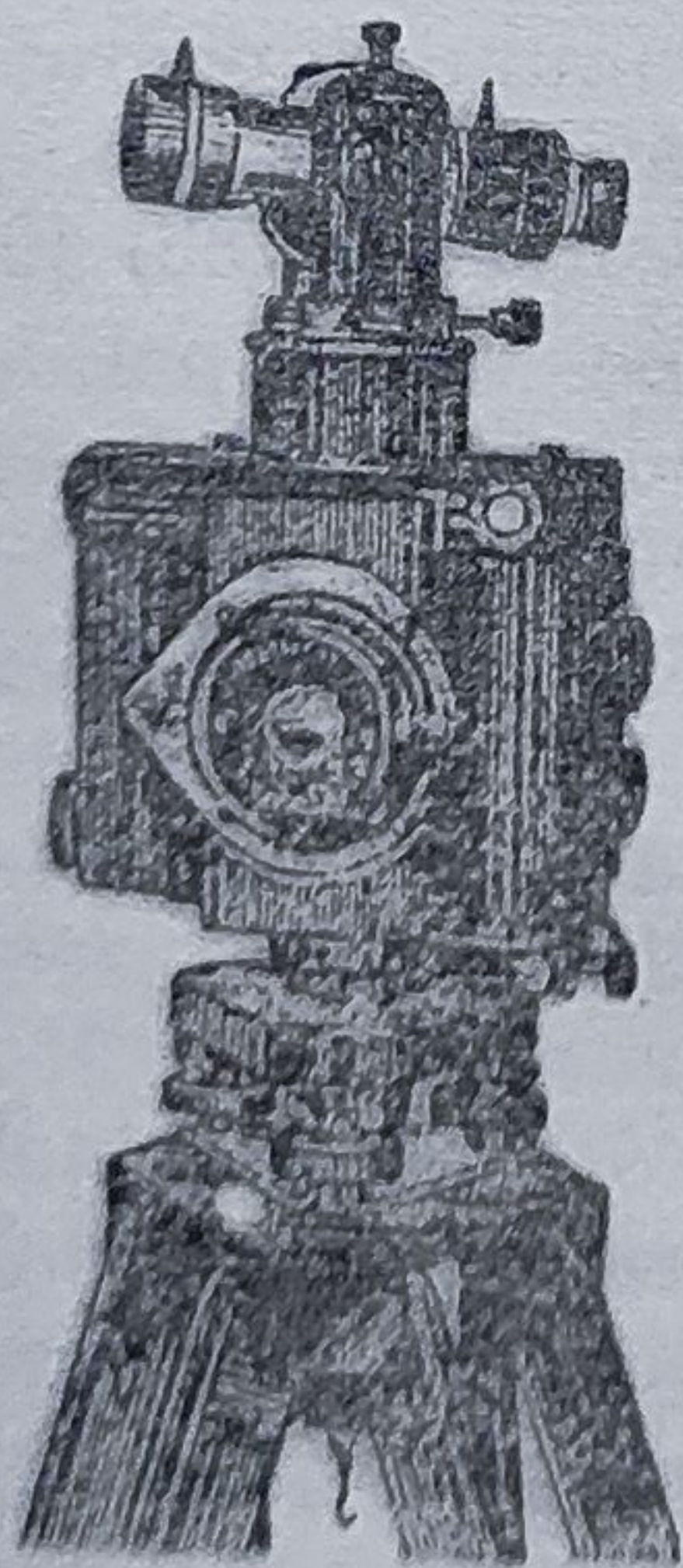


Fig. 284. Fototeodolitul.

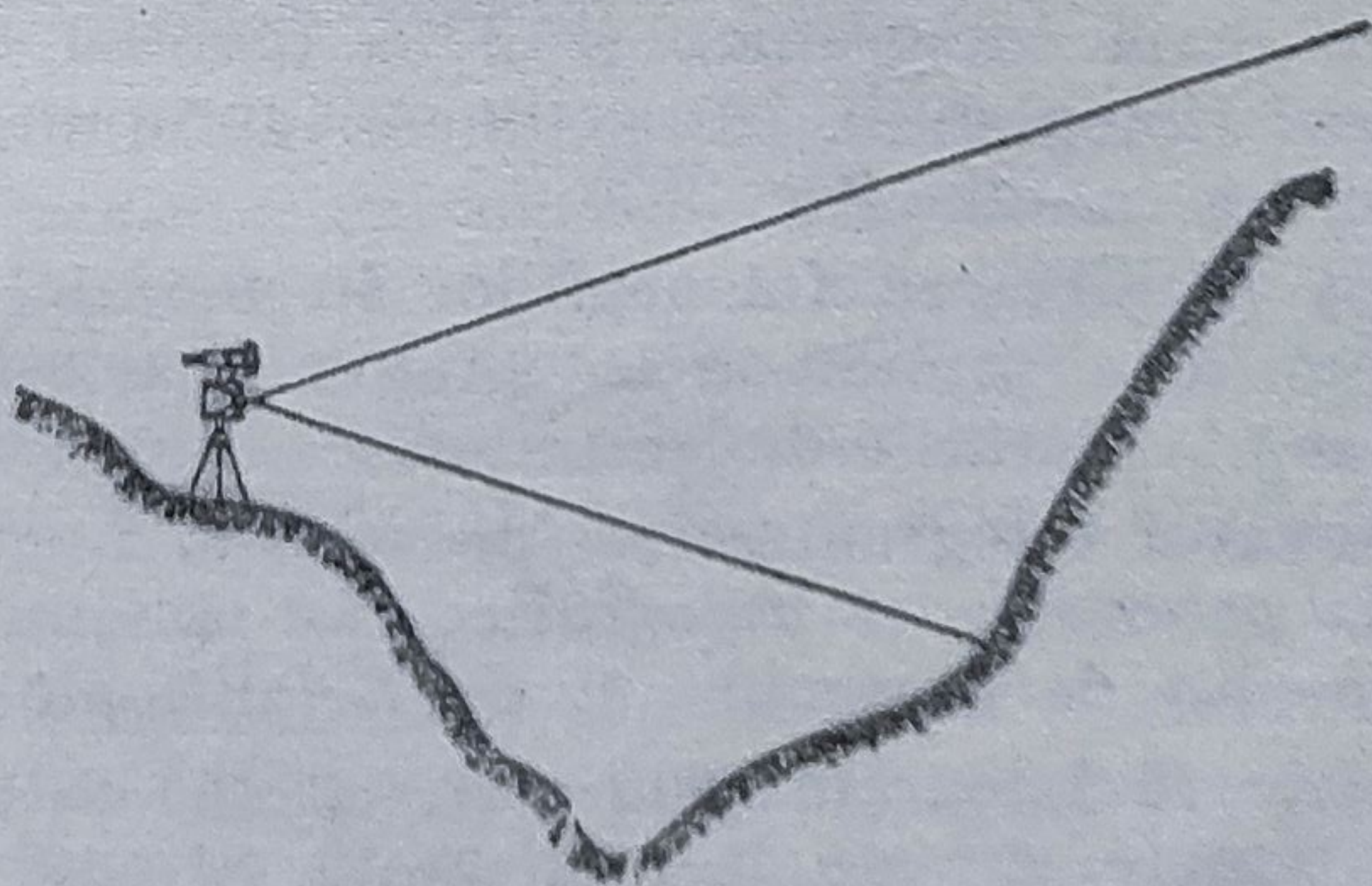


Fig. 285. Luarea fotogramei terestre.



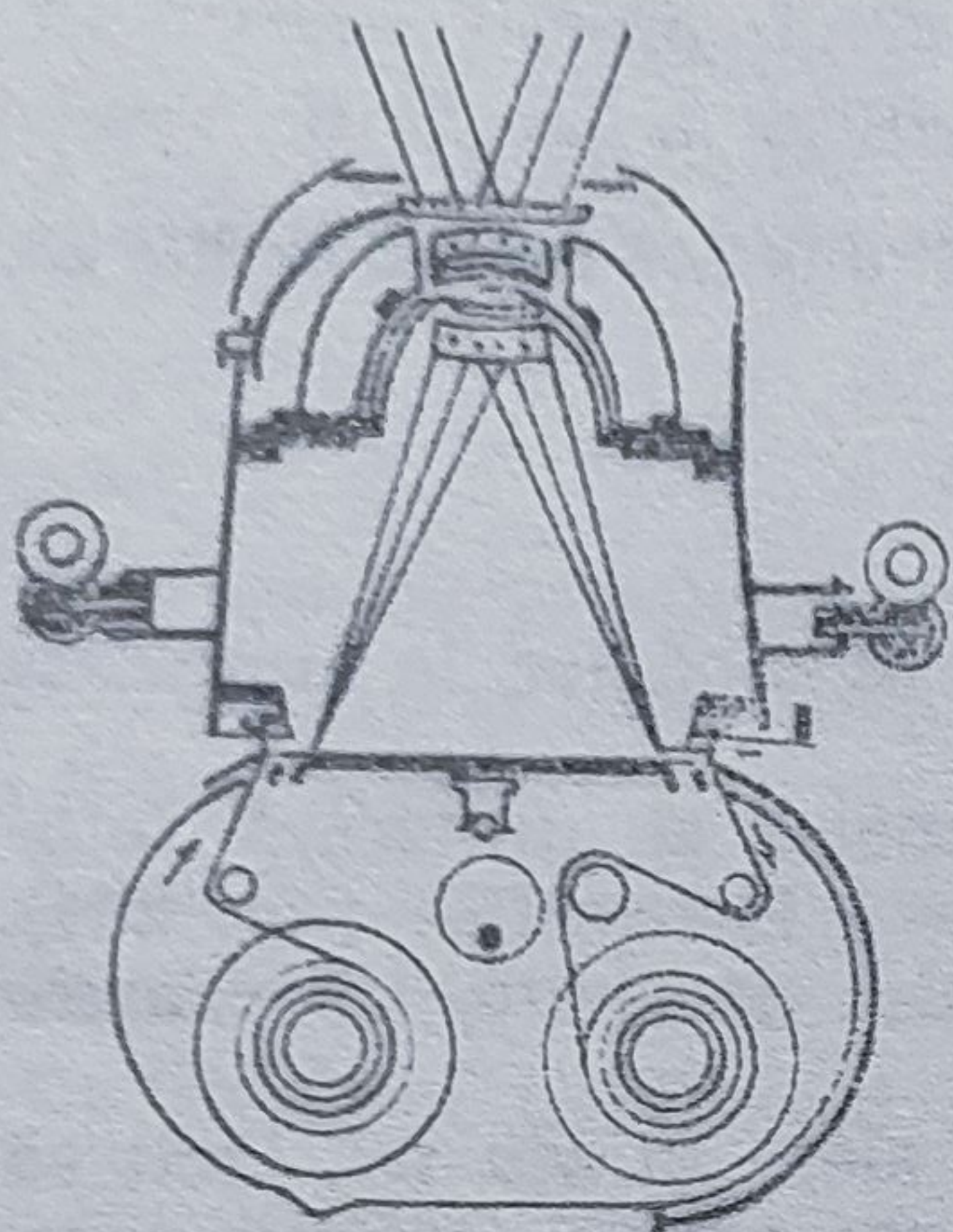


Fig. 286. Camera fotoaeriană.

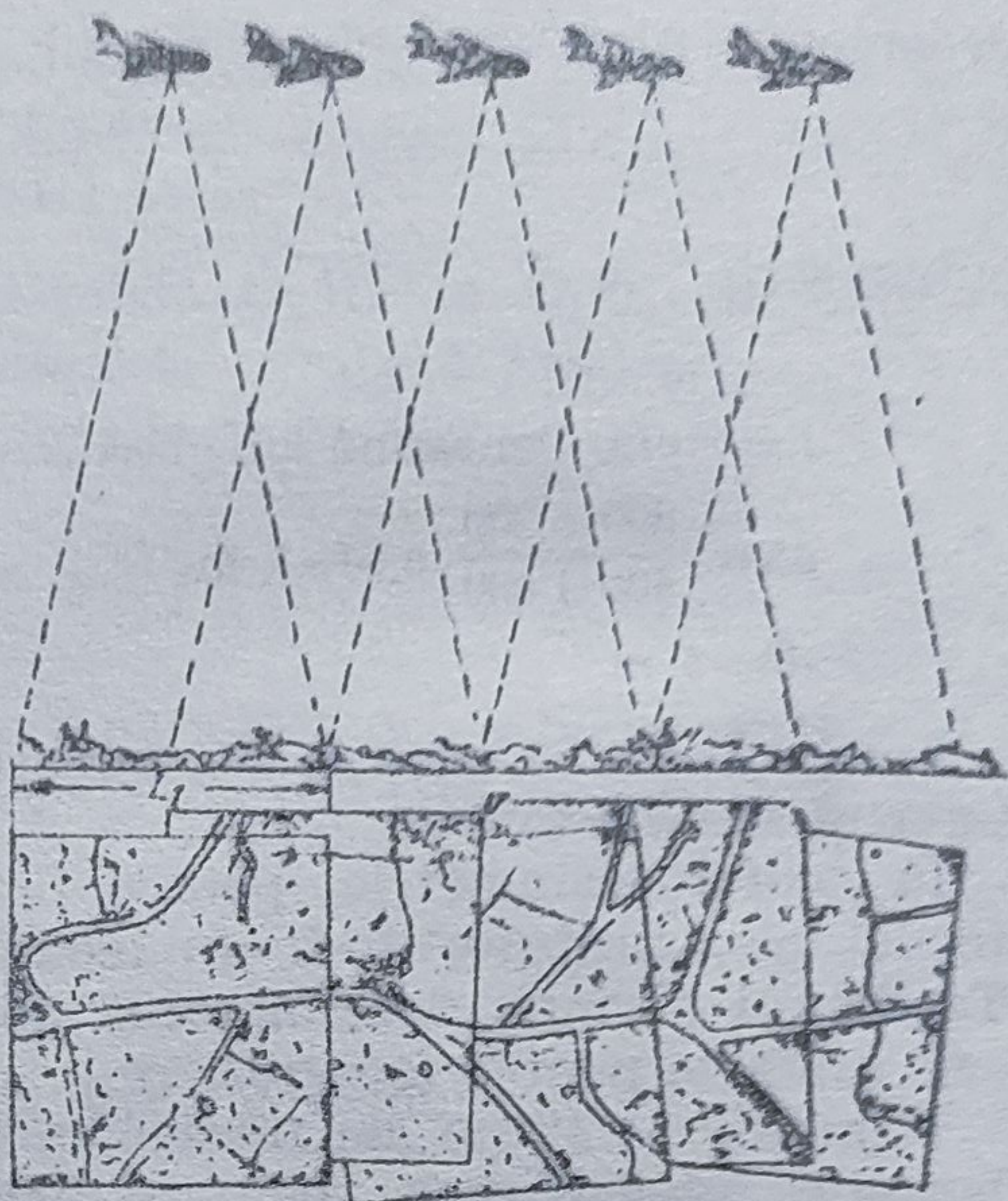


Fig. 287. Mozaicul aerofotogramelor.

Fotografierea aeriană a unei regiuni se face după un plan stabilit dinainte, pe verticala unor benzi paralele trasate pe harta de navigație aeriană. Înălțimea de zbor se calculează în funcție de scara la care dorim să obținem aerofotograma :

$$\frac{f}{h} = \frac{1}{N}, \text{ de unde } h = f \cdot N.$$

Scara fotogramelor este în funcție de scara planului topografic care urmează să fie redactat. În tabela 12 sînt date scările corespondente, în general, ale fotogramelor, în funcție de scările planurilor (83) [57].

După executarea fotografierii unui teritoriu pe benzi paralele, cu acoperire laterală de circa 33% și acoperire longitudinală de 66% (pentru două fotograme), și 33% (pentru o fotogramă), se întocmește *mozaicul* (fotoplanul), respectiv se suprapun fotogramele prin acoperirea părților lor comune (fig. 287).

După asamblarea fotografiilor în mozaic, acesta se fotografiază la o scară mică, obținîndu-se fotograma care este utilizată la cercetările de teren sau la lucrările de laborator.

**Canevasul fotogrammetric de sprijin.** Lucrările de fotogrammetrie, ca și cele geodezice și topografice, se sprijină pe rețeaua de puncte ale canevasului de ansamblu și de detaliu ale triangulației terestre.

Pe fiecare fotogramă sau stereogramă este necesar să apară cel puțin patru puncte, situate la o distanță cît mai mare unele de altele (spre laturile acestora).



Tabela 12

## Scara planurilor și scara fotogramelor

Scara planurilor	Scara fotogramelor
1 : 1 000	1 : 3 000
1 : 2 000	1 : 4 500
1 : 2 500	1 : 5 000
1 : 5 000	1 : 7 500
1 : 10 000	1 : 12 000
1 : 15 000	1 : 15 000
1 : 20 000	1 : 18 000
1 : 25 000	1 : 20 000
1 : 50 000	1 : 30 000

Îndesirea rețelei de puncte de sprijin pe teren, pentru îndeplinirea condiției de mai sus, se numește *reperaj fotogrammetric terestru*.

Cînd în teren există puncte care se pot ușor identifica pe fotograme, ca intersecții de drumuri, colțuri de clădiri, poduri etc., reperajul se poate executa după efectuarea zborului și întocmirea mozaicului. Dacă aceste detalii nu pot fi identificate (păduri, izlazuri, regiuni mlăștinoase extinse pe suprafețe mari etc.), atunci reperajul se face înainte de efectuarea zborului sau se utilizează aerotriangulația.

Marcarea punctelor în teren se face prin cercuri, pătrate sau cruci vopsite cu var, centrul acestor figuri trebuind să fie bine determinat pe teren.

## § 2. Fotogrammetria planigrafică

Prin fotogrammetrie planigrafică se obține planimetria terenului fotografiat, prin operația de *redresare*, exploatînd fotogramele una cîte una.

Ținînd cont că pe suprafața unei fotograme scara diferă datorită formelor de relief, înclinării fotogramei și variației înălțimii de zbor, redresarea unei fotograme se face prin determinarea *corecției de scară*, adică prin mărirea sau micșorarea unitară a imaginii cuprinse pe fotogramă.

Această operație se face pe cale fotografică sau prin construcții grafice.

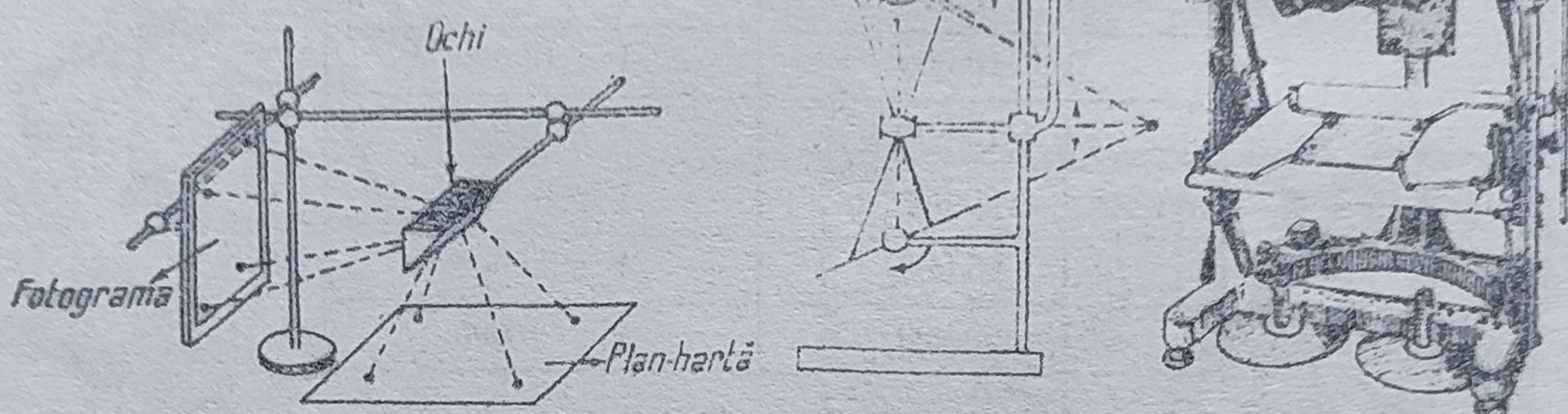
Redresarea se poate face aproximativ sau pe puncte cunoscute.

Redresarea aproximativă se obține în funcție de asigurarea orizontalității fotografiei cu ajutorul unei nivele cu bulă de aer și de înălțimea de zbor.



Fig. 289. Schema fotoredresatorului automat.

Fig. 288. Camera clară.



Redresarea pe puncte cere cunoaștere a cel puțin patru puncte în cadrul fiecărei fotograme (eventual un al cincilea punct pentru verificare). În cazul că imaginile punctelor de pe fotogramă corespund celor din teren (raportate pe o planșetă), atunci imaginea întregii fotograme este redresată.

Redresarea fotogramelor se face cu ajutorul aparatelor moderne, numite fotoredresatoare.

Tipul cel mai simplu al redresatorului este camera clară (fig. 288) care, fiind reglabilă ca înălțime și înclinare, permite prin suprapunerea optică a fotogramei peste harta de desenat ca aceasta să fie construită treptat sau să fie corectată.

Spunem că fotogramă este redresată când punctele de reper de pe fotogramă se suprapun punctelor respective de pe hartă.

Fotoredresatorul automat are proprietatea de a orizontaliza imaginea proiectată, diminuând astfel efectul de înclinare.

În figura 289 se dă schema și fotoredresatorul automat.

### § 3. Fotogrammetria stereografică

Fotogrammetria stereografică prelucrează fotogramele în cuplu, obținându-se atât reprezentarea planimetrii, cât și a altimetriei. Planurile astfel obținute se numesc planuri restituite.



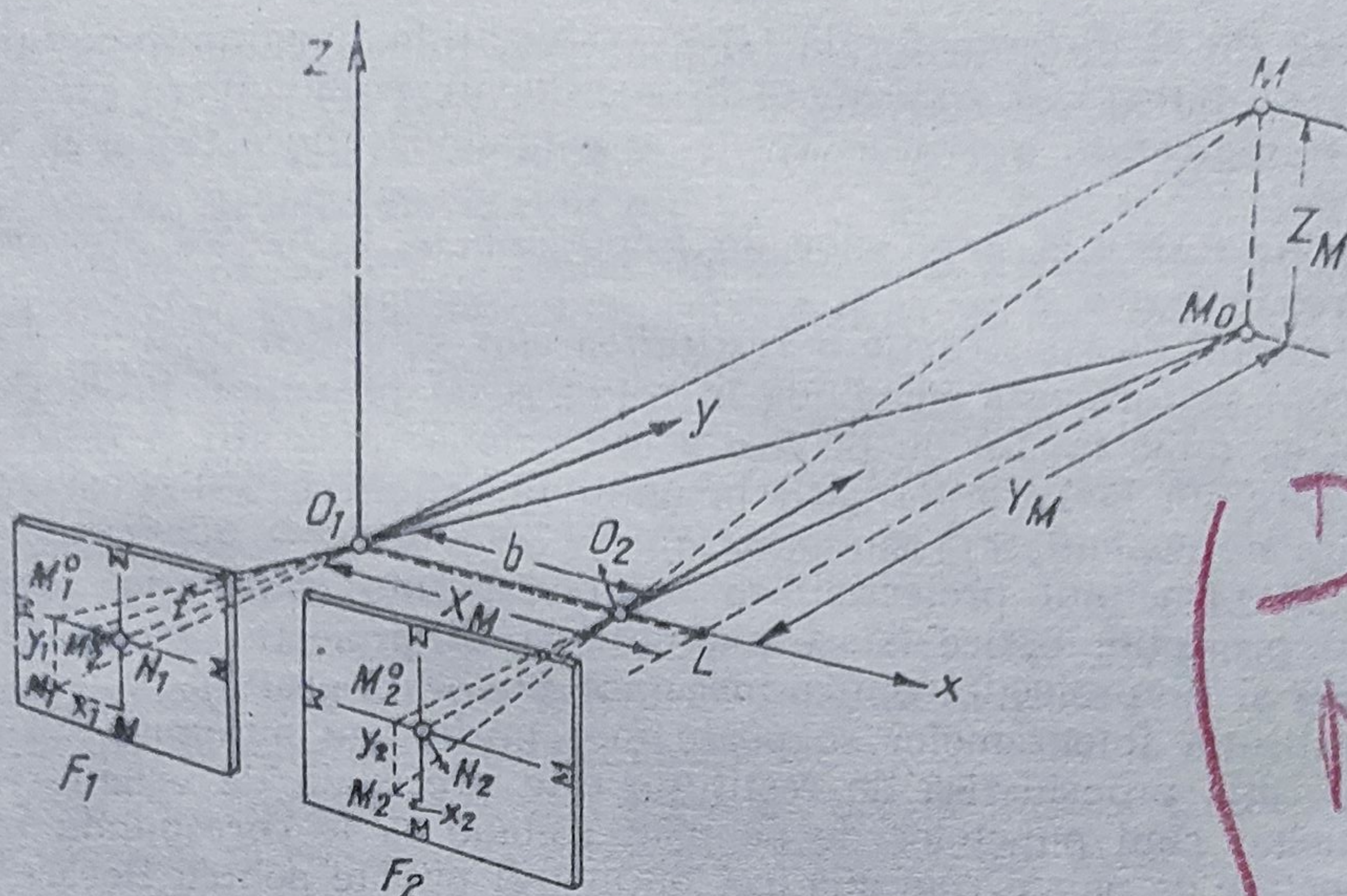


Fig. 290. Principiul stereofotogrammetriei.

Înainte de exploatarea propriu-zisă a cuplului de fotograme, acestea trebuie orientate, adică trebuie aduse în aceeași poziție de înclinare pe care au avut-o în momentul luării fotografiei.

Principiul stereofotogrammetriei este ilustrat în figura 290.

Se consideră sistemul rectangular triaxial  $X, Y, Z$ , cu originea  $O_1$  unde pe axa  $X$  figurează pozițiile succesive ale centrelor de proiecție  $O_1$  și  $O_2$ , axa  $Y$  reprezintă axa de fotografiere, iar axa  $Z$  perpendiculară pe planul  $XOY$ . Se cer coordonatele rectangulare spațiale ale punctului  $M (X_M, Y_M, Z_M)$ .

Pe cele două fotograme apar imaginile punctului  $M$ ,  $M_1$  și  $M_2$ , de coordonate  $M_1 (x_1, y_1)$  și  $M_2 (x_2, y_2)$ .

Din triunghiurile asemenea  $O_1M_2M_1^0$  și  $M_0O_2O_1$ ;  $O_1LM_0$  și  $O_1NM_1^0$ ;  $O_1M_1M_1^0$  și  $O_1MM_0$ , putem scrie :

$$\frac{Y_M}{f} = \frac{b}{x_2 - x_1}; \quad \frac{X_M}{-x_1} = \frac{Y_M}{f} \text{ și } \frac{Z_M}{y_1} = \frac{Y_M}{f},$$

de unde :

$$Y_M = \frac{b}{x_2 - x_1} \cdot f;$$

$$X_M = -\frac{Y_M}{f} \cdot x_1 = \frac{b \cdot f \cdot x_1}{f(x_2 - x_1)} = -\frac{b}{x_2 - x_1} \cdot x_1;$$

$$Z_M = \frac{Y_M}{f} \cdot y_1 = \frac{b \cdot f \cdot y_1}{f(x_2 - x_1)} = \frac{b}{x_2 - x_1} \cdot y_1.$$

Valorile coordonatelor rectangulare spațiale ale unui punct oarecare arată legătura dintre acestea și elementele stereogramei — baza de foto-



grafiere ( $b$ ) și distanța focală ( $f$ ) — și pozițiile imaginii punctului respectiv pe fotograme, exprimate în coordonate rectangulare plane. Paralaxa stereoscopică  $x = x_2 - x_1$  și baza de fotografiere ( $b$ ) apar în toate cazurile.

Pentru restituția cuplurilor de fotograme se utilizează aparatele numite restituitoare.

Principiul de construcție a restituitoarelor se aplică în funcție de modul cum se formează imaginea în relief și de principiul proiecției.

Astfel, după modul de privire a celor două fotografii și după principiul care stă la baza formării imaginii în relief, se utilizează aparatele numite *stereoplanigrafe* sau *autografe*.

După principiul proiecției, se cunosc aparate construite după principiul proiecției optice (stereoplanigraful), al proiecției mecanice (autograf) și al proiecției optico-mecanice (autocartograf).

Restituția fotogramelor se poate face grafic sau automat.

Operația propriu-zisă de restituție este precedată de orientarea fotogramelor, când punctelor de pe plan trebuie să le corespundă punctele respective de pe stereogramă (cel puțin trei puncte pentru fiecare cuplu).

Restituția planimetriei și a altimetriei se face cu ajutorul *mărcii stereoscopice*, rezultate din suprapunerea a două puncte (mărci), așa cum modelul optic apare ca suprapunere a două imagini.

Atât în restituția planimetrică cât și în cea altimetrică, se urmărește ca întotdeauna imaginea mărcii stereoscopice să se formeze la nivelul detaliului urmărit, respectiv la nivelul forme de relief care se reprezintă.

După restituție urmează desenarea elementelor fizico-geografice și socio-economice, scrierea toponimiei și multiplicarea.

#### § 4. Aplicațiile fotogrammetriei

Fotogrammetria are astăzi o largă aplicabilitate în viața socială, depășind cadrul preocupărilor strict geodezice și topografice de întocmire a hărților.

Fotogrammetria și fotointerpretarea (citirea și analiza fotogramelor) sînt utilizate, atât în ceea ce privește determinările cantitative de pe fotograme, cât și la precizarea conținutului calitativ al fotografiilor.

La determinarea fotogrammetrică cantitativă intervine citirea fotografică uneori precedată de identificarea fenomenelor pe teren, iar în ceea ce privește conținutul, acesta s-a extins în diferite domenii ale activității umane.

Dacă ne referim la aceste criterii, aplicațiile fotogrammetriei și fotointerpretării se clasifică astfel :

— aplicații topografice ale fotogrammetriei și fotointerpretării ;



— aplicații în domeniul cercetărilor geografice și al evidenței resurselor naturale : studii geografice și geologice, cartări de terenuri forestiere, cartări de soluri, îmbunătățiri funciare, organizarea teritoriului, inventarierea asociațiilor vegetale etc. ;

— aplicații în domeniul tehnic-ingineresc, în arhitectură și sistematizarea orașelor, la căile de comunicații, construcții hidrotehnice, exploatarea miniere etc. ;

— aplicații speciale în electronică, studiul cosmosului etc.

Dintre domeniile de aplicație ale fotogrammetriei, ne vom referi numai la primele două grupe, iar în cadrul grupei a doua de aplicații numai la cercetările geografice și geologice.

**a. Aplicațiile topografice ale fotogrammetriei (66).** Planul topografic fotogrammetric este utilizat la citirea fotografică și la recunoașterea și identificarea fotografică directă și indirectă.

În ceea ce privește conținutul planului, acesta trebuie să prezinte aspecte diverse, să corespundă diferitelor tematici, din domenii diverse de activitate, ca :

- domeniul agricol (evidența funciară, organizarea teritoriului) ;
- domeniul forestier (evidența parcelelor silvice, amenajări forestiere) ;
- domeniul construcțiilor (drumuri, căi ferate, întreprinderi etc) ;
- sistematizare și organizare urbanistică și județeană ;
- cercetări și prospecțiuni de construcții și exploatarea miniere ;
- ameliorații și irigații, cadastrul apelor ;
- amenajări pastorale și combaterea eroziunii solului ;
- cartări geografice, geologice, pedologice, hidrologice etc. (la scară mare) ;
- cercetări și studii diverse.

Un plan topografic atât de complex se obține prin ridicări fotogrammetrice (determinarea cantitativă), iar pentru descifrarea acestuia se utilizează fotointerpretarea (determinarea calitativă).

**b. Aplicațiile fotogrammetriei în cercetările geografice și geologice :**

1) *În cercetările geografice.* Înainte de a se deplasa pe teren, cercetătorul geograf trebuie să se documenteze asupra temelor de studiu, utilizând diferite documente cartografice și fotogrammetrice preexistente.

El trebuie să studieze întregul material geofotogrammetric sau aerofotogrammetric, sub formă de fotograme și stereograme (nadirale și mai ales oblice, panoramice), fotoasamblaje etc., putând astfel să obțină o privire de ansamblu asupra zonelor de studiat și în plus să-și dea seama de unele fenomene caracteristice, care nu se disting (sau nu apar) pe o hartă topografică.

Fenomenele fizico-geografice și economico-geografice, ca : formele de teren structurale și sculpturale, hidrografia, asociațiile vegetale pe de



o parte, și așezările urbane și rurale, căile de comunicații, amenajările hidrotehnice, îmbunătățirile funciare etc. pe de altă parte, sînt studiate de geografi, luînd în considerare fie întreaga suprafață continentală, fie numai un sector, o regiune a acesteia.

Complexitatea acestor fenomene și elemente ale cadrului natural, utilizat și de alte specialități la întocmirea proiectelor, se poate studia în cele mai bune condiții cu ajutorul fotogramelor și stereogramelor.

În cercetările geografice nu se renunță la folosirea hărților, cînd se dispune de fotografii terestre și aeriene; utilizarea combinată a fotogramelor și hărților reprezintă metoda modernă de documentare și fotointerpretare a elementelor și fenomenelor geografice.

După particularitățile prezentate de diferite ramuri ale geografiei deosebim mai multe domenii de exploatare a fotogramelor:

- în geomorfologie;
- în hidrologie și cercetări hidrografice;
- în geografia solurilor, geobotanică, silvicultură, cadastru agricol;
- în urbanistică, căi de comunicații;
- în cercetări arheologice și istorico-geografice etc.

Produsele fotogrammetrice permit studierea formelor de teren sub toate aspectele, în terenuri plane sau accidentate, de asemenea în terenurile acoperite de vegetație.

Hărțile topografice, oricît ar fi de bine întocmite, planimetria și nivelmentul sînt uneori generalizate, au unele omisiuni.

Pe hărțile topografice nu apar unele detalii acoperite, aflorimentele de roci, unele izvoare etc. Pe de altă parte, pentru expresivitatea hărții, operatorul topograf elimină unele detalii importante în zonele unde acestea sînt prea aglomerate, trecînd în schimb toate detaliile acolo unde acestea sînt în număr mic, pentru a nu avea disproporție în reprezentarea detaliilor pe hartă. Această „compensare” se face în detrimentul documentării și redării fidele a situației din natură.

În același timp, accidente de teren și unghiurile de vedere ascund unele detalii importante ale hărții (apar zone moarte).

Fotogramele în schimb dau o imagine fidelă și continuă a terenului.

Fotogrammetria are aplicații deosebite în geomorfologie, mai ales la studiul proceselor actuale (alunecări, solifluxiuni, torențialitate etc.).

De pe fotograme se pot studia fenomenele de depuneri la gurile fluviilor și rîurilor mari, formarea deltelor, morfologia țărmurilor, formele de eroziune, acțiunea valurilor, curenților și formarea cordoanelor litorale etc.

De asemenea, fotogramele pot indica informații în legătură cu cursurile de apă: migrarea rîului în albia majoră, meandrarea, terasele rîurilor, albia majoră și minoră, eroziunea și depunerea, formarea ostroavelor, a zonelor de confluențe etc.



Alte observații se pot obține de pe fotograme la studierea lacurilor : geneza lor, morfologia chiuvetei lacustre, colmatarea, extensiunea plaurului și a vegetației etc.

În ultimul timp, la noi în țară, în cercetările geografice moderne s-a introdus fotogrammetria, care prezintă un real avantaj față de hărțile topografice

În general, toate procesele morfologice reprezentate pe fotograme se pot studia în tot complexul lor și cu toate detaliile. Un astfel de studiu de pe fotograme s-a întocmit la cercetarea Deltei Dunării, pentru monografia acestei regiuni fizico-geografice atât de importantă pentru țara noastră din punct de vedere științific și economic (47).

Diferitele tipuri de relief, fragmentarea, structura și sculptura, natura văilor și a rocilor se pot studia complet de pe fotograme în corelație cu elementele de ordin geologic, hidrologic și fitogeografic.

De asemenea, se pot stabili legături reciproce între relief, declivitate, scurgere, vegetație, pe de o parte, și tipurile de culturi, irigații, tipuri de așezări etc., pe de altă parte.

Lucrările de urbanistică, de sistematizare a orașelor și de dezvoltare a lor sînt deosebit de importante în geografia modernă. De pe fotograme se pot studia dinamica dezvoltării orașelor, așezările izolate, zonele cu densitate mare de populație.

2) *În cercetările geologice.* Fotogrammetria se utilizează în geologie, pentru cunoscerea structurii scoarței terestre, pentru prospecțiunile și exploatarea zăcămintelor, permițînd stabilirea condițiilor de așezare a rocilor, legătura între strate, detaliile de structură.

Organizarea cercetărilor geologice prin utilizarea fotogramelor depinde de mai mulți factori :

- gradul de dezvelire a rocilor și existența aflorimentelor ;
- structura reliefului ; cu cît acesta este mai fragmentat, cu atît posibilitățile de fotointerpretare sînt mai mari ;
- structura geologică ; fotogramele se pot mai bine interpreta cînd rocile prezintă diferențieri specifice în ceea ce privește așezarea, compoziția, culoarea, șistuoizitatea, faliile etc.

În regiunile cu mari accidente de teren, în văile abrupte, chei și canioane, cu pereți verticali, masive izolate abrupte, un randament mai mare se obține dacă se utilizează geofotogramele.

Pe fotograme se identifică și se trasează limitele arealelor diferitelor roci, orizonturi și serii ; de asemenea, se pot cerceta relațiile stratigrafice și tectonice între compartimentele geologice, particularitățile rocilor (redate în serii de alb-negru și color) etc.

Prin procesul tehnologic se obțin fotograme speciale pentru interpretarea din punct de vedere geologic a acestora.



Ca metodă de lucru, se stabilesc următoarele etape :

- recunoașterea generală a zonei din punct de vedere topografic, geografic și geologic, cu ajutorul hărților topografice, a mozaicurilor și a fotogramelor vechi (nadirale, panoramice sau terestre) ;
- analiza și fotointerpretarea elementelor care se pot trasa direct pe fotogramă ;
- recunoașterea pe teren, completarea și definitivarea cartării ;
- cartarea generală topografică în laborator simultan cu cartarea geologică.

La operațiile de fotografiere specială pentru cartări geologice participă de obicei, pe lângă fotogrammetrist, și un geolog, atât la întocmirea proiectului de aerofotografiere, cât și la executarea zborului, pentru a se face concomitent și fotointerpretarea aerovizuală.

